

Control de Posición e Inercial de Plataforma de Dos Grados de Libertad

Francisco R. Rubio, Manuel G. Ortega y Francisco Gordillo

*Depto. Ingeniería de Sistemas y Automática,
Escuela Superior de Ingenieros. Universidad de Sevilla.
Camino de los Descubrimientos s/n. 41092-Sevilla. España.
Telf. +34 954487350, Fax: +34 954487340, E-mail: rubio@us.es*

Resumen: Este artículo presenta una aplicación de control para la estabilización inercial de una plataforma de dos grados de libertad (2-GDL). El objetivo de la aplicación es, en primer lugar, controlar las posiciones angulares de la plataforma en ausencia de perturbaciones inerciales y en segundo lugar, controlar las velocidades de la plataforma medidas respecto a ejes inerciales independientemente de las perturbaciones a las que se ve sometida. Con respecto al primer objetivo, se propone una estrategia de control de conmutación con el fin de reducir los efectos del rozamiento que es la principal causa del comportamiento no deseado. Respecto al segundo objetivo, se propone un control con estructura en cascada para conseguir las especificaciones deseadas. Se presentan resultados de simulación y experimentales sobre una plataforma que ponen de manifiesto la bondad de los controladores. *Copyright © 2010 CEA.*

Palabras Clave: Ajuste de Ganancia, plataforma giroestabilizada, estabilización, control de posicionamiento, control inercial

1. INTRODUCCIÓN

En este artículo, se presenta el diseño e implementación de la estrategia de control para una plataforma giroscópica que necesita controlar la posición y la velocidad inercial en presencia de perturbaciones. Hay algunas aplicaciones que requieren posicionamiento preciso y seguimiento a baja velocidad. En este caso, los fenómenos de fricción tienen efectos importantes, llevando a errores de seguimiento y a la aparición de ciclos límite. Estos errores necesitan ser compensados o reducidos para cumplir las especificaciones en cada caso.

Aunque la literatura sobre este tipo de sistemas es muy escasa, pueden encontrarse algunas aplicaciones relacionadas. En (Guesalaga, A. (2004)), se presenta un controlador para el posicionamiento de un servo en presencia de fenómenos de fricción. Un control adaptativo por ajuste de ganancia para sistemas con fricción se propone en (Vivas, C., Canudas-de-Wit, C., Rubio, F.R. (2002)). Control por conmutación para sistemas de seguimiento se propone en (Rubio, F.R., Aracil, J. (1997)), donde se conmuta entre dos controladores LQG/LTR diseñados para distintos tiempos de respuesta. En (McInroy, J.E., Neat, G.E., O'Brien, J.F. (1999)) se presenta el control de una plataforma de seis grados de libertad, donde se realiza el desacoplo mediante una matriz para controlar cada eje de forma independiente por técnicas clásicas.

En (Rubio, E., Hernández, L., Aracil, R., Saltarén, Moreno, R. (2007)) se presenta el control de actuadores lineales electro-neumáticos con aplicación a una plataforma de dos grados de libertad, donde el controlador para el actuador se diseña por asignación de polos. Este tipo de controles también pueden encontrarse en otras aplicaciones, tales como, el servo control de unidad de disco duro (Venkataramanan, V., Chena, B.M.,

Leea, T.H., Guob, G. (2002)), donde se aplica una estrategia de conmutación entre un control robusto de seguimiento y un control óptimo por tiempo mínimo. En (Robeck, L.S., Rathbun, D.B., Lehman, D.H. (1991)), se presenta el control orbital de observación de Tierra. El control de un seguidor solar de dos ejes se presenta en (Roth, P., Georgiev, A., Boudinov, H. (2004)) y (Rubio, F.R., M.G. Ortega, F. Gordillo and M. López-Martínez (2007)), donde los controladores utilizados son de tipo PID.

La estabilización inercial de plataformas tiene mucho interés desde hace tiempo en las aplicaciones aeronáuticas y en navegación marítima. Normalmente este tipo de plataformas se ubican en un móvil que posee una determinada orientación variable con respecto a tierra. Estas variaciones de orientación del móvil que soporta la plataforma son detectadas por sensores de tipo giroscópico ubicados en el extremo de la plataforma. Algunos ejemplos son el control automático de aeronaves, el mecanismo que dirige un torpedo (Becherini, G. (2001)), la estabilización de la mira para seguimiento visual (Panerai F., Sandini G. (1998)), sistemas de transmisión planetario (Dewdney, P., Nahon, M., Veidt, B. (2002)), el control de robots humanoides (Wong, T.C.F., Hung, Y.S. (1996)) y dispositivos diversos. En todos estos casos, la estabilización inercial requiere realimentación de la medida desde un sensor giroscópico situado sobre la plataforma móvil, que usualmente proporciona la velocidad de un cuerpo con respecto al marco inercial.

En este artículo se desarrolla el diseño e implementación de la estructura de control para una plataforma industrial de dos grados de libertad (2-GDL). La aplicación de las estrategias que se presentan a continuación es novedosa en este tipo de aplicaciones, resultando ser bastante diferente a las encontradas en la literatura reseñada.

La plataforma está situada sobre una base cuya orientación puede modificarse arbitrariamente. Esto permite emular las perturbaciones a que puede estar sometida una plataforma de este tipo en una aplicación real, tal como plataformas sobre buques. Las cámaras que necesitan ser estabilizadas en presencia de diferentes tipos de perturbaciones se montan sobre estas plataformas.

Esta aplicación de control se ha implementado en dos modos diferentes de operación:

- *Modo de control de posición no-inercial*, en el que las posiciones angulares son las variables a controlar. Para este modo, se propone una estrategia de control conmutado a fin de reducir el efecto de las consecuencias indeseables de la fricción no lineal. Uno de los efectos más perceptibles sobre el sistema controlado debido a la fricción es la presencia de un ciclo límite alrededor de la posición de equilibrio. La estrategia de control conmutado consiste en utilizar una ley de control apropiada para desplazamientos grandes, unido a otra ley de control para cuando la plataforma está cerca de su valor de referencia. Este segundo controlador se diseña para reducir el error constante en estado estacionario, que es la amplitud del ciclo límite mencionado.
- *Modo de control inercial*, donde se controlan las velocidades inerciales de la plataforma. En este modo, se propone una estructura de control en cascada, combinada con una estrategia de ajuste de ganancia por tabla. El bucle de control interior intenta rechazar las perturbaciones debidas a la fricción, mientras que el bucle de control exterior se diseña para conseguir que la velocidad de seguimiento siga la referencia con las especificaciones marcadas.

Las técnicas de control propuestas en este artículo son en parte el desarrollo de un trabajo bajo contrato para una compañía industrial, que ha incorporado este controlador en el control de una plataforma que lleva un radar. Debido al carácter de este trabajo, esta aplicación de control no puede publicarse, y la aplicación y simulaciones que se presentan en este artículo se han realizado sobre una plataforma más pequeña disponible en nuestros laboratorios.

El artículo está organizado como sigue: En la sección 2 se describe la plataforma física utilizada y el correspondiente modelado para el desarrollo de los controladores. Las estrategias de control diseñadas para los dos modos de operación se presentan en la sección 3. En la sección 4 se dan algunas simulaciones realizadas con la estructura de control propuesta. La sección 5 presenta algunos detalles del *hardware* donde se ha realizado el sistema de control y pruebas experimentales con la plataforma real. Finalmente en la sección 6 se presentan las conclusiones del trabajo.

2. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

El sistema considerado en este artículo es la plataforma industrial de 2-GDL que se muestra en la Figura 1. En la figura puede verse también, que dicha plataforma está situada sobre una mesa rectangular que puede moverse accionada por dos émbolos.

La plataforma está formada por dos unidades estructurales principales: la *base*, cuya posición se determina por el *ángulo de orientación* ψ , y el *cuerpo principal*, cuya coordenada es el *ángulo de elevación* θ . Estos ángulos se muestran en el esquema

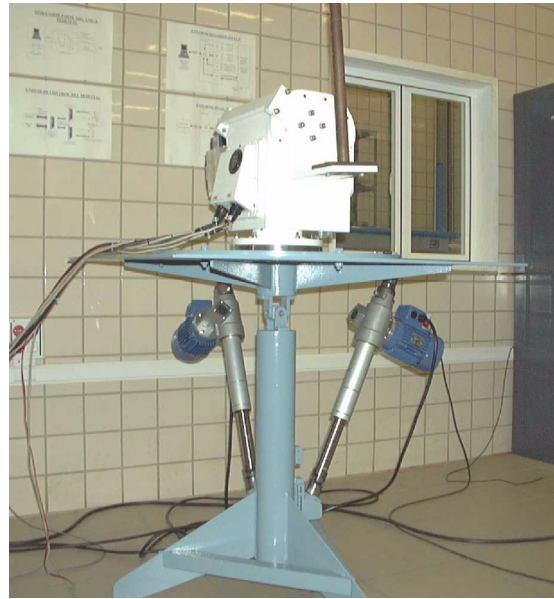


Figura 1. Plataforma de dos-grados-de-libertad situada sobre mesa de perturbación.

de la plataforma presentado en la Figura 2. Cada eje de revolución está equipado con un motor CC *brushless* controlado por corriente con un freno y reductora. Puede agregarse en el eje de elevación una masa adicional a fin de modificar el comportamiento del sistema.

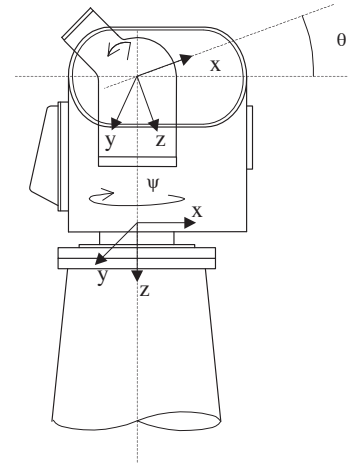


Figura 2. Esquema de la Plataforma de 2-GDL.

Se dispone de dos giróscopos de fibra óptica para el control inercial. Los giróscopos están situados en el eje de elevación, y en el eje de rotación, de esta forma la velocidad inercial se modifica con el movimiento del eje de elevación. Esta dependencia puede ser corregida por la proyección de la medida en el eje de orientación mediante:

$$\dot{\psi}_i = \frac{\dot{\psi}_{ig}}{\cos(\theta)} \quad (1)$$

donde $\dot{\psi}_{ig}$ es la medida del giróscopo, θ es el ángulo de elevación y $\dot{\psi}_i$ es la medida modificada.

Como se ha comentado, se incluye una mesa de perturbación que dispone de dos pistones montados en forma de cuadrante, controlados en velocidad por motores eléctricos independien-

tes. Esto permite introducir perturbaciones en la orientación de la mesa que sostiene la plataforma de 2-GDL.

La Figura 3 muestra un diagrama de bloques esquemático de la plataforma de 2-GDL. La elevación y orientación (ψ y θ , respectivamente), de la plataforma pueden accionarse por medio de los pares: τ_ψ para el eje de orientación y τ_θ para el eje de elevación. No obstante, las señales consideradas en este trabajo son realmente las señales de voltaje que son las que están disponibles. Por ello, en adelante τ_ψ y τ_θ se entienden como tal y medidos en voltios.

Las medidas de los giróscopos también tienen comportamiento dinámico. Las velocidades de la mesa no-inercial, $\dot{\psi}_c$, $\dot{\theta}_c$ y $\dot{\phi}_c$ (orientación, elevación y guiñada, respectivamente), implícitas en las medidas del giróscopo, se consideran como perturbaciones que serán rechazadas en el control inercial de velocidad de la plataforma ($\dot{\psi}_i$ y $\dot{\theta}_i$).

Como paso previo al diseño de los controladores es necesario obtener un modelo del sistema. Las ecuaciones dinámicas de la plataforma se pueden obtener de las ecuaciones de Lagrange:

$$L = T - V = \frac{1}{2}(\dot{\psi}^2(I_{zz1} + I_{xx2}\sin^2(\theta)) + I_{zz2}\cos^2(\theta)) + I_{yy2}\dot{\theta}^2 \quad (2)$$

donde $L = T - U$ representa la función Lagrangiana del sistema calculada en función de la energía cinética y potencial total del sistema. I_{zz1} es el momento de inercia del primer eslabón a lo largo de su eje Z , I_{xx2} , I_{yy2} , I_{zz2} son los momentos de inercia del eje de elevación, en las direcciones X , Y y Z , respectivamente.

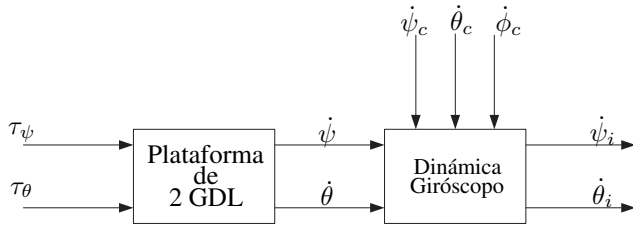


Figura 3. Diagrama de bloques del Modelo del sistema

Teniendo en cuenta que la carga del eje de elevación se concentra a lo largo del eje, la energía potencial puede considerarse invariante y en adelante puede despreciarse en las ecuaciones. A partir de la ecuación de Lagrange, el modelo dinámico de la plataforma de 2-GDL es el siguiente:

$$\begin{cases} \tau_\psi = \ddot{\psi}(I_{zz1} + \sin^2(\theta)I_{xx2} + \cos^2(\theta)I_{zz2}) \\ \quad + \dot{\psi}\dot{\theta}\sin(2\theta)(I_{xx2} - I_{zz2}) + F_\psi(\dot{\psi}) \\ \tau_\theta = \ddot{\theta}I_{yy2} - \frac{1}{2}\dot{\psi}^2\sin(2\theta)(I_{xx2} - I_{zz2}) + F_\theta(\dot{\theta}) \end{cases} \quad (3)$$

donde las variables usadas expresan:

- ψ : Orientación de la plataforma.
- θ : Elevación de la plataforma.
- ψ_i : Orientación inercial de la plataforma.
- θ_i : Elevación inercial de la plataforma.
- I_{ij1} : Tensor de inercia del eje de orientación.
- I_{ij2} : Tensor de inercia del eje de elevación.

- $\dot{\theta}_c, \dot{\phi}_c, \dot{\psi}_c$ se corresponden con la orientación espacial de la base de la plataforma.

Las funciones $F_\psi(\dot{\psi})$ y $F_\theta(\dot{\theta})$ representan las fuerzas de fricción en el eje de orientación y elevación respectivamente. Como modelo de fricción se ha empleado una relación estática no lineal entre la fuerza y la velocidad del eje (Canudas-de-Wit, C., Astrom, K.J., Sorin, M. (1999)). La expresión que evalúa el par de fricción, ($q = \psi, \theta$), es:

$$F_q(\dot{q}) = \left[F_v^+|\dot{q}| + F_c^+ + (F_s^+ - F_c^+)e^{-|\dot{q}|B^+} \right] \text{sgn}^+(\dot{q}) + \left[F_v^-|\dot{q}| + F_c^- + (F_s^- - F_c^-)e^{-|\dot{q}|B^-} \right] \text{sgn}^-(\dot{q}) \quad (4)$$

donde F_c es la fricción de Coulomb (como el modelo de fricción es asimétrico, son valores diferentes para las direcciones positivas y negativas), F_v la fricción viscosa, F_s la fricción estática y B es el exponente del efecto *Stribeck*. Las funciones signo se evalúan de la forma:

$$\text{sgn}^+(\dot{q}) = \begin{cases} 1 & (\dot{q} \geq 0) \\ 0 & (\dot{q} < 0) \end{cases} \quad \text{sgn}^-(\dot{q}) = \begin{cases} 0 & (\dot{q} \geq 0) \\ -1 & (\dot{q} < 0) \end{cases}$$

Los parámetros de la plataforma se han estimado a partir de experimentos reales en el sistema, utilizando un algoritmo RLS, siguiendo el algoritmo y los pasos descritos en el artículo (Canudas-de-Wit, C., Astrom, K.J., Sorin, M. (1999)). Los valores calculados de estos parámetros se dan en la Tabla 1.

Tabla 1. Valores estimados de los parámetros del modelo de la plataforma.

Parámetro	Orientación	Elevación	Unidades
I_{zz}	0.02	-	$V/(rd/s^2)$
$I_{xx} - I_{zz}$	-	$\simeq 0$	$V/(rd/s^2)$
I_{yy}	-	0.018	$V/(rd/s^2)$
F_v^+	0.11	0.26	$V/(rad/s)$
F_v^-	0.12	0.20	$V/(rad/s)$
F_s^+	0.28	0.7	V
F_s^-	0.19	0.5	V
F_c^+	0.48	0.57	V
F_c^-	0.42	0.88	V

Para la implementación del control inercial de la plataforma es preciso incorporar la dinámica del giróscopo (Li, B., Hullender, D. (1998)). En primer lugar, respecto a la cinemática, es bien conocido que las medidas del giróscopo son una combinación de la velocidad de la plataforma y de la velocidad de la base, según las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_i^m &= (\dot{\psi} + \Omega_{cx})\cos(\theta) + \Omega_{cy}\sin(\psi)\sin(\theta) + \Omega_{cz}\cos(\psi)\sin(\theta) \\ \dot{\theta}_i^m &= \dot{\theta} + \Omega_{cy}\cos(\psi) + \Omega_{cx}\sin(\psi) \end{aligned}$$

donde $\Omega_c = [\Omega_{cx}, \Omega_{cy}, \Omega_{cz}]^T$ es el vector de velocidad angular de la base, medida respecto a un marco de referencia inercial. Los componentes de este vector pueden calcularse a partir de la orientación, elevación y el ángulo de guiñada (ψ_c , θ_c y ϕ_c) como sigue:

$$\begin{aligned} \Omega_{cx} &= \dot{\phi}_c - \dot{\psi}_c \sin(\theta_c) \\ \Omega_{cy} &= \dot{\theta}_c \cos(\phi_c) + \dot{\psi}_c \cos(\theta_c) \sin(\phi_c) \\ \Omega_{cz} &= -\dot{\theta}_c \sin(\phi_c) + \dot{\psi}_c \cos(\theta_c) \cos(\phi_c) \end{aligned}$$

El modelo del giróscopo puede ser expresado mediante una función de transferencia de segundo orden, siguiendo la recomendación dada en (Li, B., Hullender, D. (1998)):

$$G_g(s) = \frac{\omega_g^2}{s^2 + 2\delta_g\omega_g s + \omega_g^2} \quad (5)$$

Por lo tanto, las medidas reales del giróscopo se obtienen de la aplicación de esta función de transferencia a los valores dados por el modelo cinemático,

$$\dot{\psi}_i = G_g(s) \dot{\psi}_i^m, \quad \dot{\theta}_i = G_g(s) \dot{\theta}_i^m$$

3. DISEÑO DEL CONTROLADOR

Se han diseñado dos tipos de controladores bajo enfoques diferentes para el control de la plataforma de 2-GDL. El primero es un enfoque de control de posición de la plataforma en ausencia de perturbaciones inerciales. En este caso, el objetivo es anular las perturbaciones no lineales debidas principalmente a la fuerza de fricción, que se muestran con más evidencia en los experimentos de posicionamiento (a velocidades bajas o nulas). Como se comentó anteriormente, uno de los efectos más perceptible de estas perturbaciones es la existencia de un ciclo límite, producido por la zona muerta y por el efecto *stick-slip*.

La segunda estrategia de control está destinada al control inercial, donde las velocidades inerciales, $\dot{\psi}_i$ y $\dot{\theta}_i$, se controlan para que converjan a sus referencias, $\dot{\psi}_i^r$ y $\dot{\theta}_i^r$, en presencia de perturbaciones inerciales que provienen de cambios de orientación en la base de la plataforma. Además, debido a los efectos de fricción deben rechazarse las perturbaciones adecuadamente. Como una especificación adicional en este caso, se debe conseguir un error máximo de posición inercial ante una referencia de velocidad cero.

Cada una de estas estrategias de control se describen a continuación.

3.1 Modo de Control de Posición

Las ecuaciones de la plataforma (3), muestran como el sistema se encuentra acoplado tanto en los términos de inercia como en la matriz de Coriolis. Sin embargo dado que el sistema dispone de reductoras en los dos ejes, el acoplamiento se ve reducido de tal manera que es posible controlar el sistema mediante un control independiente. En particular, notese que los valores de los coeficientes ($I_{xx} - I_{zz}$) en el Cuadro 1, hacen que los términos no lineales en (3) puedan ser despreciados, resultando que:

$$\begin{aligned} \tau_\psi &= \ddot{\psi} I_{zz1} + F_\psi(\dot{\psi}) \\ \tau_\theta &= \ddot{\theta} I_{yy2} + F_\theta(\dot{\theta}) \end{aligned}$$

Por lo tanto, el control independiente sería apropiado en este caso. Además, a fin de conseguir un modelo lineal simple para cada eje de la plataforma, solo se mantiene la fricción viscosa en las ecuaciones, mientras que los otros términos se consideran fuentes de perturbaciones para ser rechazadas.

De esta forma, el controlador será diseñado de acuerdo con el siguiente modelo lineal del sistema:

$$G_{p_q}(s) = \frac{K_q}{s(s + a_q)}, \quad q = \psi, \theta \quad (6)$$

con ganancia estática $K_q = K_{\tau_q}/I_q$ y un polo estable correspondiente a $a_q = F_{v_{min}}/I_q$. K_{τ_q} es el par constante correspondiente al eje del servomotor, y I_q es igual a I_{zz1} o I_{yy2} para los ejes de orientación o elevación, respectivamente. Finalmente, $F_{v_{min}}$ se toma como $F_{v_{min}} = \min\{F_v^+, F_v^-\}$ para cada correspondiente eje.

Las especificaciones de diseño imponen que el sistema debe posicionarse lo más rápido posible en un entorno cercano a la referencia deseada. Adicionalmente la amplitud del ciclo límite creado por el fenómeno de fricción debe estar acotado. Para ello se diseñan dos controladores, uno para el acercamiento al objetivo y otro para el control sobre la referencia. El primero se le llama *controlador para grandes desplazamientos* (a partir de ahora $C_{gd}(s)$), que lleva al sistema cerca de la referencia. La segunda ley de control es el *controlador para pequeños desplazamientos* (a partir de ahora $C_{pd}(s)$), que es el encargado de mantener la regulación entorno a la referencia.

El *controlador para grandes desplazamientos*, puede obtenerse imponiendo la dinámica del bucle cerrado. Si se utiliza un controlador con estructura *Proporcional-Derivativa*, el controlador $C_{gd}(s)$ tiene la expresión:

$$u_{gd}(t) = K_P e(t) - K_D \dot{q}(t) \quad (7)$$

donde $e(t) = q^r(t) - q(t)$ (con $q = \{\psi, \theta\}$), es el error de seguimiento y $\dot{q}(t)$ la velocidad del eje correspondiente. De esta forma, se obtiene la siguiente función de transferencia en bucle cerrado:

$$G_{bc}(s) = \frac{KK_P}{s^2 + (a + KK_D)s + KK_P} \quad (8)$$

donde K y a son la ganancia y polo del sistema respectivamente. El objetivo es llevar al sistema a un lugar próximo a la referencia, la perturbación provocada por el par de Coulomb produce un error que se puede acotar con la ganancia proporcional. El error absoluto será:

$$e_{rp} = \frac{F_c}{K_P} \quad (9)$$

donde F_c es la fricción de Coulomb. Esta condición puede ser más restrictiva que la impuesta por la velocidad de respuesta del bucle cerrado. La ganancia derivativa K_D , se puede calcular imponiendo la condición de que el sistema en bucle cerrado sea críticamente amortiguado, obteniendo la expresión:

$$K_D = \frac{2\sqrt{KK_P} - a}{K} \quad (10)$$

Dado que el objetivo del controlador anterior es llevar la posición de la plataforma cerca de su referencia, y entonces conmutar a la ley de control de *controlador para desplazamientos pequeños*, se utiliza una elipse como curva de conmutación:

$$\frac{e^2}{e_{lim}^2} + \frac{\dot{q}^2}{q_{lim}^2} = 1 \quad (11)$$

en esta ecuación e_{lim} y q_{lim} son los diámetros de la elipse. Esto se ilustra en la Figura 4.

Como se muestra en la figura, cuando el sistema alcanza la elipse de conmutación, la ley de control se cambia a $C_{pd}(s)$, que se diseña como un controlador *Proporcional-Integral-Derivativo*:

$$u_{pd}(t) = K_P e(t) - K_D \dot{q}(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (12)$$

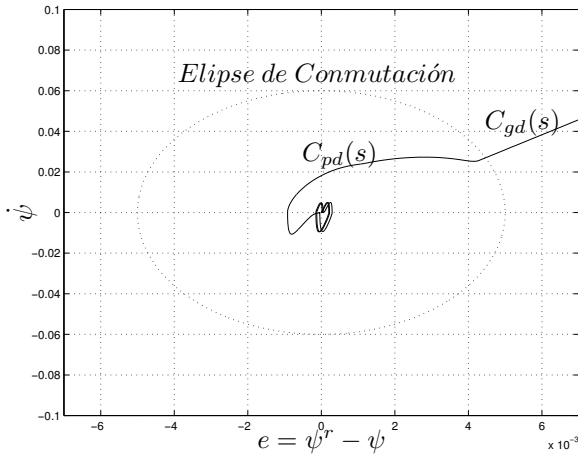


Figura 4. Elipse para la conmutación entre los dos controladores ($q = \psi$)

Las ganancias de este controlador PID se ajustan con fin de controlar la amplitud del ciclo límite que resulta del fenómeno *stick-slip*. La amplitud, A_{cl} , y el período, T_{cl} , de este ciclo límite puede estimarse teóricamente mediante las expresiones siguientes, (Canudas-de-Wit, C., Astrom, K.J., Sorin, M. (1999)):

$$A_{cl} \approx \frac{F_s - F_c}{2K_P} \quad T_{cl} \approx \frac{4K_P F_s + F_c}{K_I F_s - F_c} \quad (13)$$

Por consiguiente, después de especificar la amplitud y el período, las ganancias del controlador pueden obtenerse sujetas a las relaciones anteriores.

La conmutación se realiza una sola vez. Inicialmente se activa el *controlador para grandes desplazamientos* y cuando se detecta el paso de la elipse (ver Figura 4), se conmuta, no volviéndose a comprobar si se sale de ella, por lo que el controlador que operará a partir de ese momento es el *control de pequeños desplazamientos*. De esta forma se evita que haya más de una conmutación de controladores y así se asegura la estabilidad del conjunto: la estabilidad del controlador de grandes desplazamientos garantiza que el estado entra en la elipse de la figura 4 en tiempo finito, mientras que, una vez se ha conmutado, la estabilidad del controlador de pequeños desplazamientos asegura la convergencia final al equilibrio deseado.

Por otro lado, el integrador se inicia con el valor adecuado para que la señal de control coincida con la del control de grandes desplazamientos en el momento de la conmutación, evitándose de esta forma que se produzcan cambios bruscos en el valor de la señal de control durante la conmutación.

3.2 Modo de Control en Velocidad

Como se ha comentado, el propósito en este modo de control es hacer que las velocidades inerciales de la plataforma converjan a sus referencias, en presencia de perturbaciones inerciales provenientes de los cambios en la orientación de la base, y de perturbaciones debidas a los efectos de la fricción.

Dadas las especificaciones requeridas y la dinámica de la medida del giróscopo, no se puede realizar el controlador mediante un lazo de control simple. Esto es debido a que la compensación de los fenómenos de fricción requieren altas ganancias que desestabilizan el sistema cuando se introduce la dinámica de la medida del giróscopo.

Para solucionar este problema, se propone una estructura en cascada tal y como se muestra en la Figura 5, creando un lazo interno de velocidad con la estimación de la velocidad y otro lazo externo con la medida del giróscopo. Con esta estructura el control del *lazo interno*, $C_{\psi}^{LI}(s)$ y $C_{\theta}^{LI}(s)$, tiene como misión compensar los fenómenos no lineales del sistema, mientras que el control del *lazo externo*, $C_{\psi}^{LE}(s)$ y $C_{\theta}^{LE}(s)$, compensa las perturbaciones debidas al movimiento de la base de la plataforma.

También se ha probado en simulación una estructura con un compensador de fricción (Armstrong-Hélouvy, B., Dupont, P., Canudas-de-Wit, C., (1994)) y los resultados que se obtuvieron son muy similares. Teniendo en cuenta los aspectos prácticos de la implementación del controlador, se ha optado por la estructura en cascada de la Figura 5.

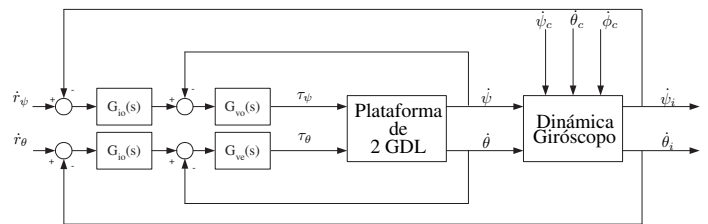


Figura 5. Estructura de control en cascada

El lazo interno debe ser diseñado de manera que el comportamiento sea más rápido que el lazo externo, de este modo es posible diseñar los controladores por separado.

Se ha elegido un controlador con estructura *Proporcional-Integral* (PI) para el controlador de lazo interno $C_q^{LI}(s)$ ($q = \psi, \theta$). Sus parámetros son calculados de la siguiente forma:

$$K_{P_q}^{LI} = \frac{2\delta\omega}{a_q} - 1; \quad K_{I_q}^{LI} = \frac{\omega^2}{K_q a_q} \quad (14)$$

Donde ω y δ son respectivamente la frecuencia natural y coeficiente de amortiguamiento del bucle cerrado que forma el lazo interno de control. K_q y a_q son respectivamente la ganancia y el polo de la parte lineal del sistema dado en (6).

Debido a los efectos no lineales de la saturación, ante un escalón de velocidad grande el sistema tiene una sobreoscilación no permitida. Por ello al controlador PI se le añade un mecanismo anti-windup (ver figura 6) (Aström, K.J., Wittenmark, B. (1997)) para solventar en lo posible los problemas debidos a la saturación de la señal de control.

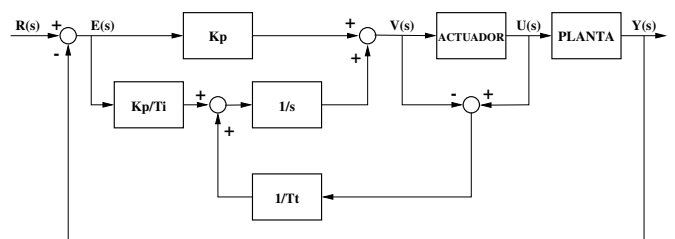


Figura 6. Esquema PI con mecanismo anti-windup

Para el lazo externo de velocidad inercial, se ha implementado un controlador PI adaptativo ($C_q^{LE}(s)$, $q = \{\psi, \theta\}$), tipo *ajuste por tabla* (Aström, K.J., Wittenmark, B. (1989)), de esta

manera es posible satisfacer las especificaciones en distintas zonas de trabajo.

A fin de dar un criterio práctico para ajustar las ganancias del controlador exterior, se ha estudiado analíticamente la estabilidad teórica del sistema controlado. La Figura 7 muestra el margen de fase para un controlador PI ($K_{P_q}^{LE}$, $K_{I_q}^{LE}$), en función de las ganancias proporcional e integral.

El límite de estabilidad en bucle cerrado puede calcularse simbólicamente como una función de las ganancias del controlador externo. Este límite está definido por la siguiente ecuación:

$$0 = \frac{\gamma_{00} + \gamma_{11}K_{P_i}K_{I_i} + \gamma_{21}K_{P_i}^2K_{I_i} + \gamma_{30}K_{P_i}^3}{\delta_{00} + \delta_{20}K_{P_i}^2 + \delta_{10}K_{P_i} + \delta_{01}K_{I_i}} + \frac{\gamma_{20}K_{P_i}^2 + \gamma_{10}K_{P_i} + \gamma_{01}K_{I_i} + \gamma_{02}K_{I_i}^2}{\delta_{00} + \delta_{20}K_{P_i}^2 + \delta_{10}K_{P_i} + \delta_{01}K_{I_i}} \quad (15)$$

donde δ_{ij} y γ_{ij} son:

$$\begin{aligned} \gamma_{00} &= \alpha_1^2\alpha_0 - \alpha_3\alpha_2\alpha_1\alpha_0 + \alpha_3^2\alpha_0^2 \\ \gamma_{11} &= -\alpha_3\alpha_2\beta_1^2 - \alpha_2\beta_1\alpha_0 + 2\beta_1^2\alpha_1 - 2\alpha_3\alpha_0^2 + 2\alpha_3^2\alpha_0\beta_1 \\ \gamma_{21} &= \beta_1^3 \\ \gamma_{30} &= \beta_1^2\alpha_0 \\ \gamma_{20} &= -\alpha_3\alpha_2\beta_1\alpha_0 + 2\beta_1\alpha_1\alpha_0 + \beta_1^2\alpha_0 + \alpha_3^2\alpha_0^2 \\ \gamma_{10} &= \alpha_1^2\alpha_0 - \alpha_3\alpha_2\beta_1\alpha_0 + 2\alpha_3^2\alpha_0\alpha_0 - \alpha_3\alpha_2\alpha_1\alpha_0 + 2\beta_1\alpha_1\alpha_0 \\ \gamma_{01} &= -\alpha_2\alpha_1\alpha_0 - \alpha_3\alpha_2\alpha_1\beta_1 + \alpha_0\alpha_3\alpha_2^2 - 2\alpha_3\alpha_0^2 + 2\alpha_3^2\beta_1\alpha_0 + \alpha_1^2\beta_1 \\ \gamma_{02} &= \alpha_0^2 - 2\alpha_3\beta_1\alpha_0 + \alpha_3^2\beta_1^2 \\ \delta_{00} &= -\alpha_1^2 + \alpha_3\alpha_2\alpha_1 - \alpha_3^2\alpha_0 \\ \delta_{20} &= \beta_1^2 \\ \delta_{10} &= -\alpha_3^2\alpha_0 + \beta_1\alpha_3\alpha_2 - 2\beta_1\alpha_1 \\ \delta_{01} &= -\alpha_3^2\beta_1 + \alpha_3\alpha_0 \end{aligned}$$

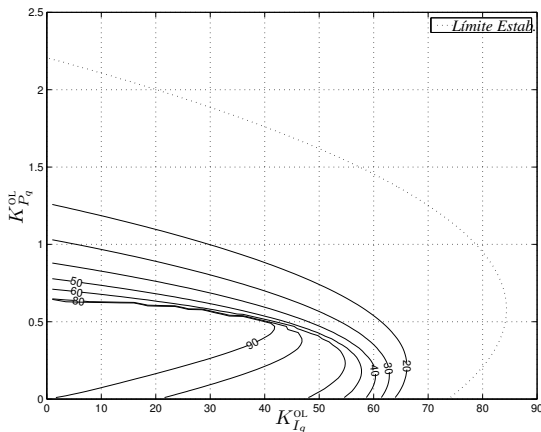


Figura 7. Margen de fase del sistema en función de las ganancias $K_{P_q}^{LE}$ and $K_{I_q}^{LE}$

Los valores de α_i y β_i pueden calcularse como una función de los parámetros del lazo-interno, como se muestra:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= K_q K_{I_q}^{LI} \omega_g^2 \\ \alpha_1 &= K_q K_{P_q}^{LI} \omega_g^2 + a_q \omega_g^2 + 2 K_q K_{I_q}^{LI} \delta_g \omega_g \\ \alpha_2 &= 2 K_q K_{P_q}^{LI} \delta_g \omega_g + K_q K_{I_q}^{LI} + \omega_g^2 + 2 a_q \delta_g \omega_g \\ \alpha_3 &= K_q K_{P_q}^{LI} + 2 \delta_g \omega_g + a_q \\ \beta_1 &= K_q K_{P_q}^{LI} \omega_g^2 \end{aligned} \quad (17)$$

Este límite de estabilidad se calculó utilizando los modelos dados por (5) y (6), y por las ganancias del controlador interno obtenido (14).

La elección de las ganancias que cumplen con estas condiciones de estabilidad no garantiza la estabilidad para el sistema cuando se usa el ajuste por tabla. Por tanto, la elección que se muestra a continuación es heurística y se justifica mediante simulaciones y experimentos. Se deja como trabajo futuro la demostración de estabilidad del sistema resultante.

Las zonas de trabajo del controlador se han dividido en función de la magnitud de la referencia y de la velocidad de los ejes. El sistema debe funcionar fundamentalmente en dos modos, un primer modo de referencias altas y otro modo para referencias pequeñas o nulas. En el segundo modo la plataforma debe moverse para compensar los movimientos lentos de su base. En dicho modo se modifica la ganancia integral del sistema en función de la velocidad del eje, con ello se mejora la estabilización de la plataforma. Las zonas de funcionamiento del lazo externo de velocidad inercial pueden verse en la Figura 8, (nuevamente, $q = \{\psi, \theta\}$).

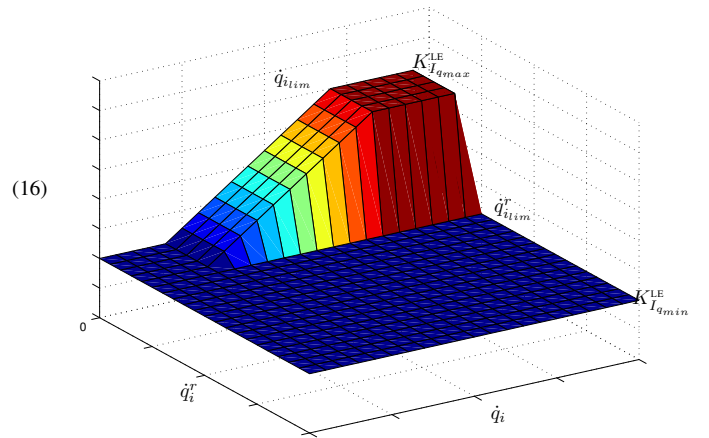


Figura 8. Adaptación de la ganancia $K_{I_q}^{LE}$ en el lazo externo

4. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Las simulaciones de los controladores se han realizado con el modelo completo de las ecuaciones (3). Para la simulación de los controladores de posición y velocidad inercial se ha usado un modelo de fricción estático y asimétrico.

Respecto al *modo de control de posición*, en las Figuras 9 y 10 se muestran las respuestas de los ejes de orientación y elevación ante dos escalones. Cuando se produce un cambio grande de referencia el controlador satura la señal de control, realizando una aceleración y una deceleración rápida. A continuación el segundo controlador corrige el régimen permanente dejando al sistema en un ciclo límite que cumple la precisión requerida.

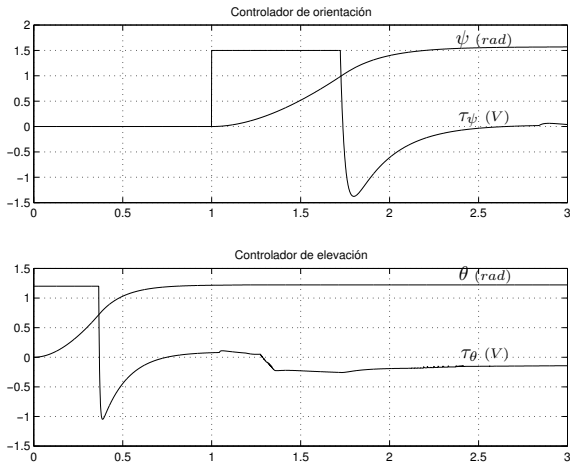


Figura 9. Respuesta en modo control de posición.

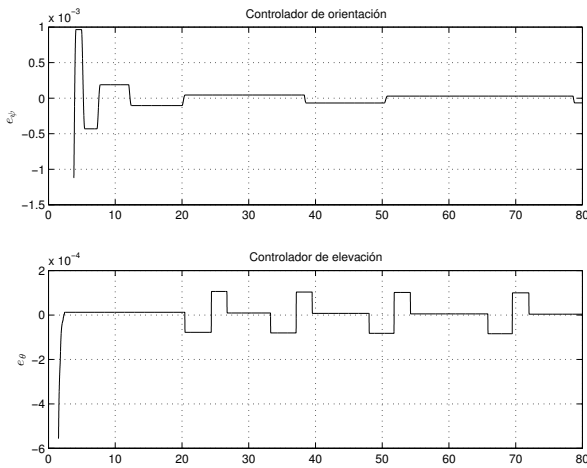


Figura 10. Ciclos limite producidos en el régimen permanente.

Con respecto al *modo de control en velocidad*, las Figuras 11 y 12 muestran como actúa el controlador de velocidad inercial cuando la referencia es cero. En dicha simulación se han simulado las perturbaciones en la posición de la base de la plataforma mediante las expresiones:

$$\begin{aligned} \psi_c &= \phi_c = \theta_c = 0,083 \operatorname{sen}\left(0,08t - \frac{\pi}{2}\right) \\ \dot{\psi}_c &= \dot{\phi}_c = \dot{\theta}_c = 0,007 \operatorname{cos}\left(0,08t - \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \quad (18)$$

Estas perturbaciones han sido elegidas pequeñas con el objetivo de que los fenómenos de fricción sean más significativos. Se observa en la Figura 11 como la velocidad inercial, $\dot{\psi}_i$ and $\dot{\theta}_i$, se mantiene en torno a cero excepto cuando la velocidad del motor (i.e., medidas no inerciales $\dot{\psi}$ y $\dot{\theta}$), cruza por cero. En este momento el eje se encuentra parado debido al par de fricción y las perturbaciones no pueden compensarse, produciéndose un pico en la velocidad inercial.

En la Figura 12 se representa la posición inercial cuando la referencia del controlador de velocidad es cero. La posición oscila debido a que la cancelación de las perturbaciones no es perfecta.

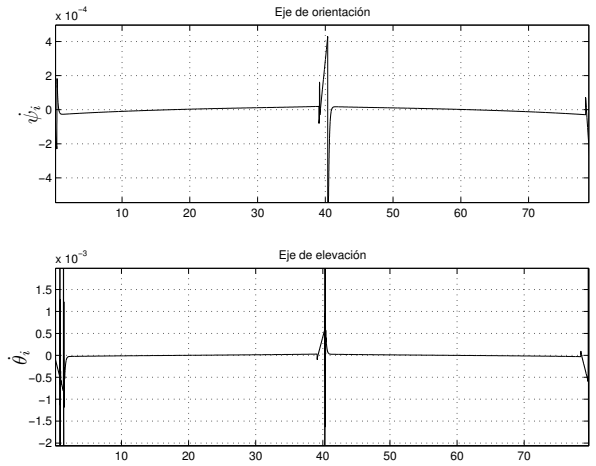


Figura 11. Respuesta para $\dot{\psi}^r = \dot{\theta}^r = 0$ en velocidad inercial con perturbaciones externas.

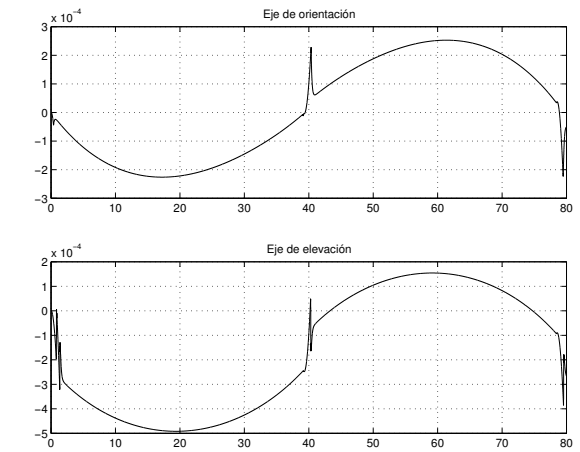


Figura 12. Respuesta para $\dot{\psi}^r = \dot{\theta}^r = 0$ en posición inercial con perturbaciones externas.

5. EXPERIMENTOS EN LA PLATAFORMA

Las estructuras de control descritas a lo largo del artículo también se han implementado en el equipo *hardware* dedicado al control de la plataforma. La Figura 13 muestra el *hardware* usado para la implementación de los controladores. Se utilizan dos tarjetas de control para la implementación de estos controladores. Las placas tienen un núcleo de tiempo real que se ejecuta en un DSP TMS320C31 de Texas Instruments y varias interfases de entrada/salida. Los algoritmos de control de elevación y de orientación corren en placas separadas. Existe una conexión entre los procesadores y pueden intercambiarse las variables dinámicas. En concreto el controlador de orientación necesita el valor de la elevación para realizar la corrección comentada en la ecuación (1). Esta conexión se implementa como un puerto serie rápido (1 megabit/sec).

Se utiliza una computadora anfitrión para varios propósitos, entre ellos los de adquisición de datos, monitorización y verificación. También en este computador corre el *software* de desarrollo, suministrado por el fabricante de las tarjetas (DSpace) que permite integrar dichas tarjetas con Matlab, de forma que los controladores se realizan en Matlab/Simulink, para posteriormente generar código C, que a su vez se compila para las

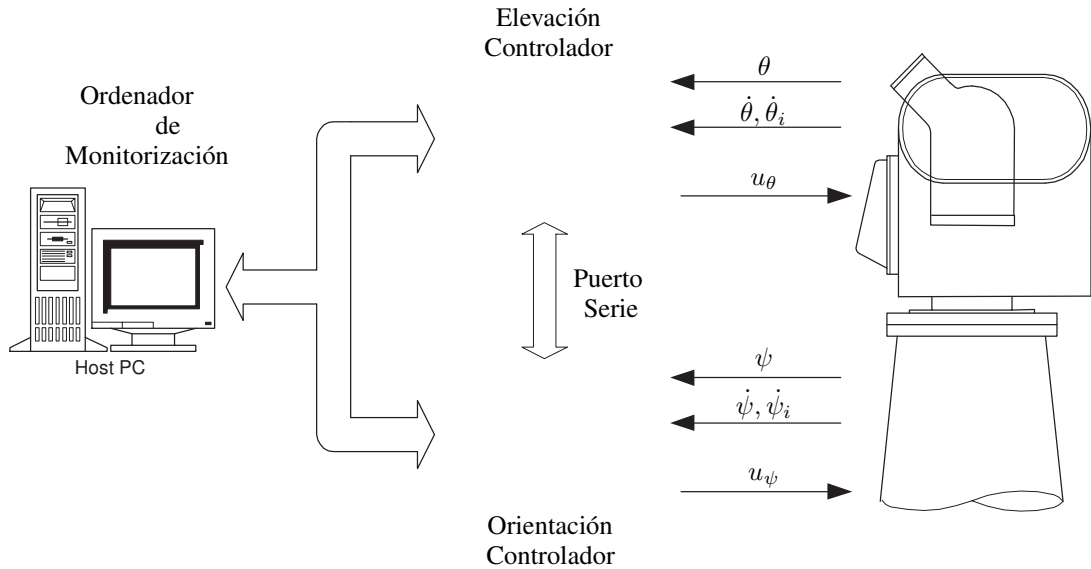


Figura 13. Arquitectura *hardware* del sistema

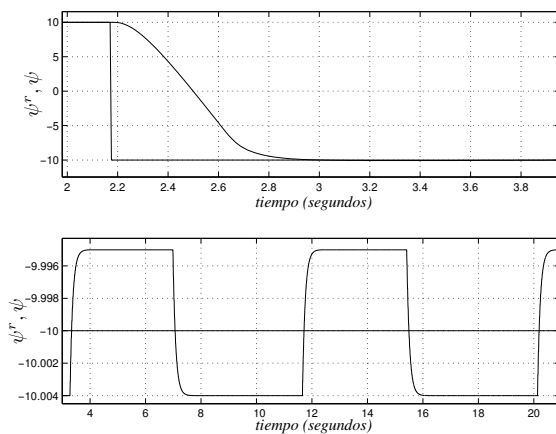


Figura 14. Modo control de posición: respuesta en escalón para el eje de orientación.

tarjetas DSP. El tiempo de muestreo que se consigue en esta aplicación es de un milisegundo.

El comportamiento del sistema en el *modo de control en posición*, se presenta en las Figuras 14 y 15. En la Figura 14 puede verse la respuesta del lazo de orientación para un escalón de referencia grande. Los efectos de saturación pueden apreciarse en la parte superior de esta figura. La figura inferior permite apreciar la amplitud y período del ciclo límite alrededor del valor de régimen permanente. La estrategia de control conmutado propuesta permite lograr un comportamiento muy bueno en el seguimiento de referencia, a pesar de la dinámica no modelada de la plataforma.

La Figura 15 muestra la conmutación del *controlador para grandes desplazamientos* al *controlador para pequeños desplazamientos*, para el caso del eje de orientación, en un experimento en la plataforma real.

El *modo de control en velocidad*, descrito en la Sección 3.2, también ha sido probado en la plataforma real. La Figure 16 muestra la respuesta a un escalón en velocidad en el eje de

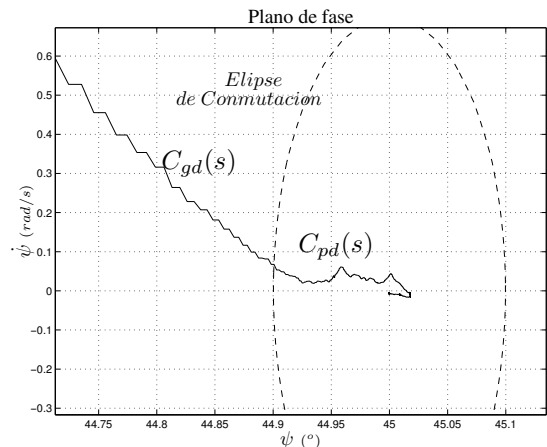


Figura 15. Modo control de posición: conmutación de los controladores de posición

orientación con dos estrategias de control diferentes. La respuesta marcada como *M/S* se corresponde con la estructura de *control en cascada* propuesta en este trabajo, mientras que la marcada como *SL* se corresponde con un controlador en un solo lazo de control. Puede observarse como el controlador propuesto demuestra tener un mejor comportamiento, debido a que el bucle interno rechaza las perturbaciones a que está sometido el sistema. Estas perturbaciones están creadas principalmente por el fenómeno *stick-slip* cuando la velocidad cambia de sentido.

6. CONCLUSIONES

Este artículo presenta el diseño e implementación de dos estructuras de control diferentes, correspondientes al control de posición y al control de velocidad inercial de una plataforma giroscópica de dos grados de libertad, montada sobre una base cuya orientación puede modificarse. La estructura de control que se propone en este artículo también ha sido aplicada en una plataforma comercial de radar giroscópica.

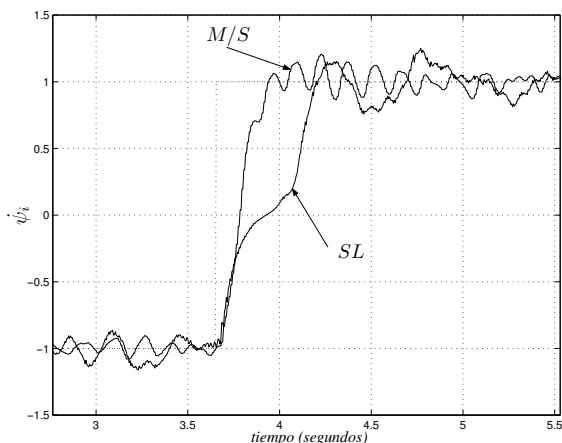


Figura 16. Respuesta a escalón en la velocidad inercial

La ley de control conmutado ha resultado apropiada para el modo de control de posición, distinguiendo entre desplazamientos grandes y pequeños. Se definió una elipse como curva de conmutación.

En el caso del modo de control de velocidad, se propuso una estructura en cascada. En esta estructura, el controlador interior se encarga del rechazo de perturbaciones debidas a las no linealidades del sistema, mientras el controlador exterior (un controlador ajustable por tabla), es el encargado del rechazo de perturbaciones debidas a movimientos de la base.

Se han presentado resultados de simulación, utilizando un modelo no lineal del sistema, incluyendo la dinámica y cinemática del giróscopo y un modelo asimétrico de fricción no lineal. También se han presentado resultados reales sobre una plataforma experimental. Estos experimentos muestran que el sistema se comporta bien; los controladores son capaces de operar con cambios en la dinámica del sistema ocasionados por los diferentes puntos de operación.

El desarrollo pone de manifiesto como el control de las velocidades inerciales de la plataforma puede resolverse mediante estructuras de control simple, a pesar de que el sistema posee no linealidades importantes. Este hecho conduce a controladores más fiables y robustos.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento al MCyT-FEDER por la financiación de estos trabajos mediante los proyectos DPI2004-06419, DPI2006-07338 y DPI2007-64697. Los autores también desean expresar su agradecimiento a Carlos Pérez por su colaboración durante el proyecto *Control de Plataformas Giroestabilizadas*.

REFERENCIAS

- Armstrong-Hélouvry, B., Dupont, P., Canudas-de-Wit, C., (1994). A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction. *Automatica* **30**(7), 1083–1138.
- Aström, K.J., Wittenmark, B. (1989). *Adaptive Control*. Addison Wesley.
- Aström, K.J., Wittenmark, B. (1997). *Computer-Controlled Systems. Theory and Design*. third ed.. Prentice Hall.

- Becherini, G. (2001). Gyroscopic Stabilization of Launch Package in Induction Type Coilgun. *IEEE Transactions on Magnetics* **37**(1), 116–122.
- Canudas-de-Wit, C., Astrom, K.J., Sorin, M. (1999). Slides of the Workshop Control of Systems with Friction. Presented at: the *IEEE Conference on Decision and Control CDC'98, Dec. Florida, USA, and at the IEEE Conference on Control Applications CCA'99, August 22-27, Hawaii, USA*. <http://www.lag.ensieg.inpg.fr/canudas>.
- Dewdney, P., Nahon, M., Veidt, B. (2002). The Large Adaptive Reflector: A Giant Radio Telescope with an Aero Twist. *Canadian Aeronautics and Space Journal* **48**(4), 239–250.
- Guesalaga, A. (2004). Modelling end-of-roll dynamics in Positioning Servos. *Control Eng. Practice* **12**(1), 217–224.
- Li, B., Hullender, D. (1998). Self-tuning Controller for Nonlinear Inertial Stabilization Systems. *IEEE Trans. on Control Systems Technology* **6**(3), 428–434.
- McInroy, J.E., Neat, G.E., O'Brien, J.F. (1999). A Robotic Approach to Fault-Tolerant Precision Pointing. *IEEE Robotics & Automation Magazine* pp. 24–37.
- Panerai F., Sandini G. (1998). Oculo-motor Stabilization Reflexes: Integration of Inertial and Visual Information. *Neural Networks* **11**, 1191–1204.
- Robeck, L.S., Rathbun, D.B., Lehman, D.H. (1991). Precision Pointing Control for an Orbital Earth Observing System. *IEEE Control Systems* pp. 46–52.
- Roth, P., Georgiev, A., Boudinov, H. (2004). Cheap Two Axis Sun Following Device. *Energy Conversion & Management*.
- Rubio, E., Hernández, L., Aracil, R., Saltafén, Moreno, R. (2007). Modelado, Identificación y Control de actuadores lineales electroneumáticos. Aplicación en plataforma de dos grados de libertad. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial (RIAI)* **4-4**, 58–69.
- Rubio, F.R., Aracil, J. (1997). Design of a Combined Tracking Control System. *Control Eng. Practice* **5**(1), 23–31.
- Rubio, F.R., M.G. Ortega, F. Gordillo and M. López-Martínez (2007). Application of New Control Strategy for Sun Tracking. *Energy Conversion and Management* **48**(7), 2174–2184.
- Venkataramanan, V., Chena, B.M., Leea, T.H., Guob, G. (2002). A new approach to the design of mode switching control in hard disk drive servo systems. *Control Eng. Practice* **10**, 925–939.
- Vivas, C., Canudas-de-Wit, C., Rubio, F.R. (2002). Gain-scheduled Control of Systems with Dynamic Friction. *41th IEEE Conference on Decision and Control. Las Vegas, Nevada* pp. 89–94.
- Wong, T.C.F., Hung, Y.S. (1996). Stabilization of biped dynamic walking using gyroscopic couple. *IEEE Int. Joint Symposium on Intelligence and Systems* pp. 102–108.