

## IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA DE EDIFICIOS SUJETOS A EXCITACIÓN SÍSMICA BIDIMENSIONAL <sup>1</sup>

Juan Mauricio Angeles-Cervantes <sup>2</sup> y  
Luis Alvarez-Icaza <sup>3</sup>

*Instituto de Ingeniería  
Universidad Nacional Autónoma de México  
04510, Coyoacán, México D.F.*

Resumen: Se presenta un método de identificación por mínimos cuadrados de los parámetros de un modelo por cortante de un edificio que considera tres grados de libertad por cada piso. La excitación para la identificación se supone proveniente de dos componentes ortogonales horizontales de movimiento del terreno inducido por un sismo. El conocimiento de estos parámetros resulta útil en la aplicación de técnicas de control semiactivas que atenúen la vibración de los edificios durante el sismo y prevengan daños permanentes. El método usado introduce una variación en la formulación convencional de mínimos cuadrados que permite una reducción sustancial en el número de cálculos involucrados, lo que hace factible la aplicación de la metodología en tiempo real. Para probar el método se utiliza un conjunto de datos registrados en dos edificios instrumentados durante la ocurrencia de un sismo. Los resultados obtenidos permiten comprobar la eficacia del algoritmo para reconstruir las aceleraciones de los entrepisos y recuperar las frecuencias fundamentales de vibración de la estructura. *Copyright ©2008 CEA-IFAC*

Palabras Clave: identificación paramétrica en tiempo real, control semiactivo de estructuras, mínimos cuadrados, cálculo de estructuras, integridad de estructuras.

### 1. INTRODUCCIÓN

La altura de los edificios construidos es cada vez mayor, en consecuencia, los movimientos que éstos sufren debido a fuerzas externas, como pueden ser sismos y cargas debidas al viento, son mayores y pueden causar daños irreversibles en la estructura con consecuencias fatales. Debido a lo anterior, la investigación sobre técnicas de control para reducir los desplazamientos de los edificios ha tenido

un gran desarrollo recientemente. Para obtener un buen desempeño en estos algoritmos de control es necesario tener un modelo matemático que reproduzca con suficiente precisión el comportamiento que sufre un edificio sujeto a diversas excitaciones.

Los ingenieros civiles diseñan los edificios con base en la magnitud de cargas o fuerzas que pueden afectar al edificio y con ello calculan los parámetros de masa, rigidez y amortiguamiento. Cuando el edificio es construido estos parámetros calculados divergen de los parámetros reales. Debido al uso de factores de seguridad, los parámetros calculados son normalmente mayores que los reales. Esto no representa un obstáculo para la construcción de edificios. Sin embargo, para el ingeniero

<sup>1</sup> Trabajo con patrocinio de CONACYT, proyecto 47583 y de la UNAM, proyecto DGAPA-PAPIIT IN109306.

<sup>2</sup> Estudiante de posgrado, conejo1978@yahoo.com.mx.

<sup>3</sup> Profesor, alvar@pumas.iingen.unam.mx, autor para correspondencia.

en control lo conveniente es que los parámetros para el diseño de los esquemas de control sean cercanos a los reales, pues así se aumenta la eficacia en su desempeño. El problema de cómo medir estos parámetros reales sin pruebas destructivas se resuelve al medir la respuesta del sistema sujeto a una excitación conocida y utilizar algoritmos de identificación paramétrica para recuperar los valores de estos parámetros (Ioannou and Sun, 1996) y (Åström, K.J. and Wittenmark, B., 1995). Si la excitación proviene de un sismo, la identificación puede hacerse en tiempo real.

En este trabajo se presenta un algoritmo para identificar la relación de los parámetros de masa, rigidez y amortiguamiento del modelo de un edificio sujeto a dos componentes horizontales y ortogonales de excitación sísmica. El esquema usa mediciones de sensores arbitrariamente colocados sobre los pisos del edificio. Se considera que el edificio cumple la condición de diafragma de piso rígido, es decir, que los entrepisos se consideran rígidos. El movimiento tiene dos componentes horizontales ortogonales en el plano y presenta torsión, por lo que se tienen tres grados de libertad por piso.

El esquema de identificación que se presenta en este trabajo se diseña para trabajar en paralelo con algoritmos de control semiactivo, cuyo propósito es disminuir los desplazamientos máximos de los entrepisos del edificio y evitar así que se presenten deformaciones plásticas permanentes, que eventualmente conduzcan al colapso del edificio (ver, por ejemplo, (Dyke *et al.*, 1996; Ribakov, Y. and Gluk, J., 1999; Qing, S. *et al.*, 2003; Chase, J.G. *et al.*, 2004; Ying, Z.G. *et al.*, 2005; Liu, Y. *et al.*, 2005)). En (Jiménez, R. and Alvarez, L., 2007) se presentan observadores adaptables que resuelven el problema de identificar y estimar en tiempo real los parámetros y el estado de un edificio cuando se considera exclusivamente una componente de excitación sísmica horizontal. Estos observadores adaptables tienen como mayor ventaja, en relación a otros algoritmos presentados en la literatura, el que permiten preservar la estructura del modelo matemático y que no requieren expresarlo en ninguna forma canónica. Los estados y parámetros así estimados tienen entonces una interpretación física directa y se pueden utilizar en algoritmo de control que explotan las características implícitas del comportamiento dinámico de los edificios, como es el caso, por ejemplo, del control basado en pasividad.

La presencia de tres grados de libertad por cada entrepiso hacen necesario utilizar metodologías de identificación que cumplan tal propósito. Es conveniente señalar que al analizar el problema desde la perspectiva de estimación de parámetros por las técnicas convencionales de mínimos

cuadrados e intentar utilizar las metodologías desarrolladas para el caso de un grado de libertad por piso, se encontró de manera natural que al aumentar de uno a tres los grados de libertad por entrepiso se aumentaba de manera geométrica el número de parámetros a estimar y el número de operaciones involucradas. Es importante mencionar que aunque diversos autores reconocen la importancia de los movimientos por torsión (Meli, 1985; Chopra, 1995), no existen en la literatura trabajos relativos a la identificación acoplada de modelos de tres grados de libertad por entrepiso. Los trabajos encontrados se refieren a excitación en un grado de libertad por piso (Lus, H. *et al.*, 1999; Nagarajaiah, Satish and Zhiling, Li, 2004; Ko, W.J. and Hung, C.F., 2002; Safak, 1995).

El objetivo final de este trabajo de investigación es implantar en tiempo real algoritmos de control semiactivo para atenuar los movimientos en edificios durante la ocurrencia de sismos. Antes de ello, se requiere conocer con alguna precisión los parámetros del modelo del edificio. El requisito de implantación en tiempo real, hizo necesario desarrollar nuevas metodologías que simplificaran el trabajo de estimación paramétrica y que permitiesen lidiar apropiadamente con el aumento de complejidad computacional, derivado de la mayor dimensión del modelo dinámico asociado al caso de tres grados de libertad por piso.

En este trabajo se presenta una reparametrización del algoritmo de mínimos cuadrados estándar que permite reformularlo con una importante disminución en el orden de la matriz de covariancia asociada, comparado con el orden de esta matriz en la formulación convencional de mínimos cuadrados. Esta reducción permite la implementación en tiempo real del algoritmo de identificación (Angeles and Alvarez-Icaza, 2005). En trabajos previos (Angeles and Alvarez-Icaza, 2005; Angeles and Alvarez-Icaza, 2006) se ha comprobado la eficacia del método en modelos simulados de edificios. El objetivo inmediato de este trabajo es probar el algoritmo con datos de campo obtenidos de mediciones de aceleraciones en dos edificios instrumentados, antes de pasar a la etapa experimental. Así, los resultados presentados en este trabajo están basados en mediciones obtenidas en un edificio de 54 pisos y un hospital universitario de 7 niveles. En ambos casos, no todos los pisos están instrumentados, por lo cual se trabaja con la hipótesis de que el edificio a analizar es de un número menor de pisos de los que tiene en realidad: para el caso del edificio de oficinas se le trata como un edificio de 4 niveles y al hospital como uno de 3. Este número de pisos se obtiene al analizar la distribución de mediciones disponibles por piso, que debe corresponder con las mediciones necesarias para poder realizar la

identificación y reconstruir un modelo equivalente. La reducción en el número de pisos es equivalente, en términos de control, al problema de obtener un modelo de orden reducido. Por el lado de la ingeniería civil, este problema es convencional y es tratado, por ejemplo, con las técnicas de condensación estática y dinámica (Paz, 1997).

Es importante mencionar que además de la utilidad del algoritmo propuesto como antecedente para la aplicación de técnicas de control semi-activo, también se le puede emplear para otros propósitos como lo son el análisis de daño temprano y la integridad estructural. En estos casos, la identificación no debe necesariamente hacerse en tiempo real. El algoritmo propuesto, además de resolver el problema de acoplamiento entre los tres grados de libertad, tiene menor costo computacional que el que debe pagarse, por ejemplo, al utilizar técnicas de identificación modal.

## 2. MODELO MATEMÁTICO

Para el caso de un edificio que está formado por varios marcos, el modelo matemático en 3D se puede desarrollar a partir de un modelo de marco plano<sup>4</sup>. Posteriormente, se obtienen las relaciones que existen entre los marcos, así como los acoplamientos que existen entre los niveles del edificio (Chopra, 1995). Con esto se obtiene

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = -M\ddot{U}_g, \quad (1)$$

donde  $U \in \mathcal{R}^{3n}$ , con  $n$  el número de pisos, es el vector de desplazamiento de cada grado de libertad (GDL),  $\dot{U}$ ,  $\ddot{U}$  sus respectivas velocidades y aceleraciones, y  $\ddot{U}_g$  es la aceleración del terreno. Aquí,  $K = K^T > 0$  es la matriz de rigidez,  $C = C^T \geq 0$  es la matriz de amortiguamiento y  $M = M^T > 0$  es la matriz de masa<sup>5</sup>. La Fig. 1 indica las direcciones de los movimientos asociados a las tres dimensiones para un edificio de tres pisos. En este modelo se ha asumido que se pueden medir las aceleraciones, velocidades y desplazamientos de los entrepisos. En los edificios se cuenta únicamente con mediciones de aceleración. Las velocidades y desplazamientos se deben reconstruir con un estimador apropiado. En (Jiménez, R. and Alvarez, L., 2007) se presenta un algoritmo para este propósito que se puede emplear en este caso. En este trabajo el énfasis se encuentra en la recuperación de los parámetros del modelo 3D.

La matriz de rigidez  $K$  en la Eq. (1) representa la flexión en las columnas del edificio y tiene la siguiente estructura

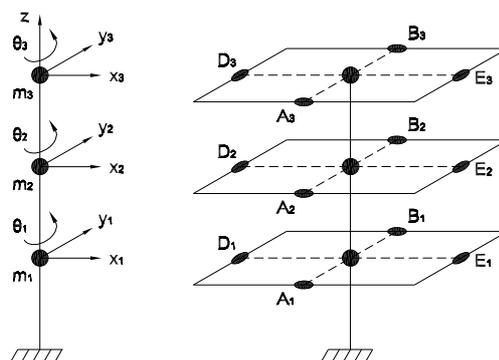


Figura 1. Esquema de un edificio en 3D de tres niveles.

$$K = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{x\theta} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{y\theta} \\ k_{\theta x} & k_{\theta y} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{3n \times 3n}, \quad (2)$$

donde las submatrices  $k_{ij}$  en la Eq. (2) representan las rigideces en las direcciones indicadas por los subíndices correspondientes. La matriz de amortiguamiento  $C$  tiene la misma estructura que la matriz  $K$ , mientras que la matriz de masa  $M$  está formada por:

$$M = \begin{bmatrix} m_t & 0 & 0 \\ 0 & m_t & 0 \\ 0 & 0 & I_m \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{3n \times 3n}, \quad (3)$$

donde las submatrices  $m_t$  e  $I_m$  están asociadas con las masas totales de cada entrepiso y sus momentos de inercia, respectivamente.

Los detalles sobre el desarrollo de este modelo pueden consultarse en (Angeles and Alvarez-Icaza, 2005).

Para aplicar el algoritmo de identificación es necesario realizar una parametrización adecuada del modelo representado por la ec. (1). Esta parametrización es:

$$\begin{aligned} Z &= \ddot{U} + \ddot{U}_g \in \mathcal{R}^{3n \times 1}, \\ \Phi &= [M^{-1}K \quad M^{-1}C] \in \mathcal{R}^{3n \times 6n}, \\ \Upsilon &= [-U \quad -\dot{U}]^T \in \mathcal{R}^{6n \times 1}, \end{aligned}$$

donde  $\Phi$  y  $\hat{\Phi}$  son las matrices de parámetros reales y estimados, respectivamente, y  $n$  el número de pisos, tal que

$$\begin{aligned} Z &= \Phi \Upsilon, \quad \hat{Z} = \hat{\Phi} \Upsilon, \\ \varepsilon &= \frac{Z - \hat{Z}}{h^2}, \end{aligned}$$

donde  $\varepsilon$  es el error de estimación. Con esta parametrización el algoritmo de identificación está dado por

$$\hat{P} = \delta P - P \frac{\Upsilon \Upsilon^T}{h^2} P, \quad (4)$$

$$\hat{\Phi}^T = P \Upsilon \varepsilon^T, \quad (5)$$

<sup>4</sup> En este trabajo la notación 3D se refiere a las tres dimensiones asociadas a los tres grados de libertad.

<sup>5</sup> Se utiliza aquí la notación convencional, donde  $A > 0$  indica que la matriz  $A$  es positiva definida.

donde  $P = P^T > 0 \in \mathcal{R}^{6n \times 6n}$ ,  $P(0) > 0$ ,  $\delta \geq 0 \in \mathcal{R}$  es el factor de olvido y  $h = 1 + \Upsilon^T \Upsilon \in \mathcal{R}$  satisface  $\Upsilon/h \in \mathcal{L}_\infty$ , garantizan que

$$\varepsilon \rightarrow 0 \text{ cuando } t \rightarrow \infty.$$

La prueba de convergencia de este algoritmo se detalla en el apéndice A.

Las Ecs. (4) y (5) intercambian la representación convencional del método de mínimos cuadrados, pues ahora se tiene una matriz de parámetros desconocidos y un vector regresor, lo inverso de la representación convencional (Angeles and Alvarez-Icaza, 2005). Este cambio induce una disminución considerable en el orden de la matriz de covariancia,  $P$ , la cual pasa de  $18n^2 \times 18n^2$  a  $6n \times 6n$ . Esta disminución hace factible implantar este algoritmo en tiempo real, pues la cantidad de operaciones a realizar es sustancialmente menor y con ello se reduce de la misma forma el tiempo de ejecución.

Debe notarse también que la condición de excitación persistente para la señal de excitación, el movimiento sísmico en este caso, es más fácil de satisfacer en esta reparametrización. A diferencia de la formulación estándar que requiere que el número de frecuencias independientes de la excitación sea al menos de la mitad del número de parámetros, en este caso la condición se puede aplicar por cada renglón de la matriz de parámetros y está relacionada con la dimensión del vector regresor. Entonces, la nueva formulación reduce no solamente la complejidad computacional del problema, sino también los requisitos para alcanzar excitación persistente.

### 3. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Para comprobar el funcionamiento del algoritmo presentado en la sección anterior, se usan mediciones de campo de dos edificios: el primero de 54 pisos y el segundo de 7 pisos. Además, se hace una reducción en el orden del sistema puesto que no se tienen instrumentados todos los niveles de los edificios.

En un edificio instrumentado, los acelerómetros se localizan preferentemente en los extremos de los pisos. Una distribución típica se indica en la Fig. 1, donde por cada nivel  $i$  se muestran los acelerómetros  $A_i, B_i, D_i, E_i, i = 1, 2, 3, \dots$ . Como la dinámica del modelo está referida al centro geométrico de la planta, es necesario trasladar las mediciones de los extremos al centro, para eso se hace uso de un análisis cinemático que se describe con detalle en (Angeles and Alvarez-Icaza, 2006), donde se muestra que con tres mediciones de aceleración por piso es suficiente para trasladar las mediciones al centro geométrico: dos en la misma

dirección ( $X$ , por ejemplo), lo más separadas posible, y una más en la dirección perpendicular a las primeras ( $Y$ , por ejemplo). Con esto es posible recuperar las variables torsionales del cada piso: desplazamiento, velocidad y aceleración angular según

$$\text{sen}\theta = \frac{Y_E - Y_D}{X_{E/D}}, \quad (6)$$

$$\dot{\theta} = \frac{\dot{Y}_E - \dot{Y}_D}{X_{E/D} \cos\theta}, \quad (7)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{\ddot{Y}_E - \ddot{Y}_D + \dot{\theta}^2 X_{E/D} \text{sen}(\theta)}{X_{E/D} \cos\theta}, \quad (8)$$

donde  $X_{E/D}$  es la distancia que existe entre los acelerómetros  $E_i$  y  $D_i$ ,  $\ddot{Y}$  es la aceleración lineal,  $\dot{Y}$  es la velocidad lineal y  $Y$  es la posición lineal de los puntos indicados. Además de las tres mediciones por piso, es necesario medir la aceleración del terreno en dos direcciones ortogonales. Esta aceleración actúa como excitación del sistema y hace posible que se pueda realizar la identificación paramétrica. Mayores detalles sobre las transformaciones cinemáticas necesarias para llegar a las Ecs. (6)-(8) se pueden consultar en (Angeles and Alvarez-Icaza, 2006).

A continuación se presentan los resultados de la aplicación del algoritmo a un edificio de oficinas de 54 pisos, localizado en la ciudad de Los Angeles, California, el cual estuvo sujeto al sismo de Northridge del día 17 de enero de 1994. De la misma forma se presentan los resultados aplicados a un hospital universitario de 7 pisos, localizado en la misma ciudad, y que también estuvo expuesto al sismo de Northridge (Naeim, 1994). La diferencia sustancial entre ambos es que el edificio de oficinas es simétrico en planta, en cambio, el hospital es asimétrico.

La matriz de covariancias se inicializó con valores relativamente altos. Los valores iniciales de los parámetros a identificar se eligieron de manera arbitraria.



Figura 2. Edificio de oficinas.

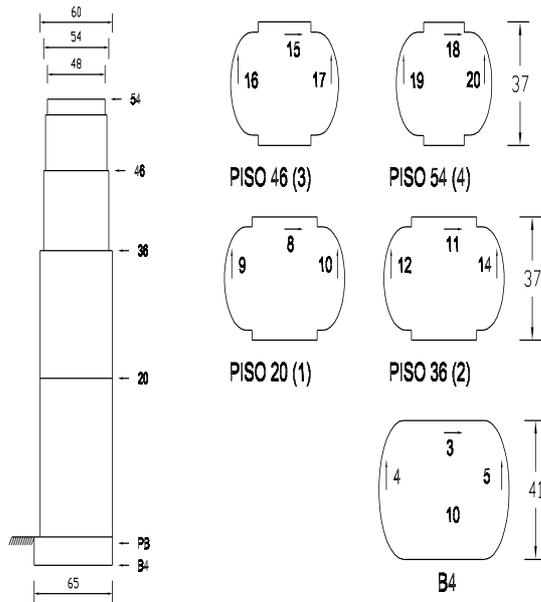


Figura 3. Esquema del edificio de oficinas (dimensiones en m).

La Fig. (2) muestra una ilustración del edificio de 54 pisos, mientras que la Fig. (3) ilustra la distribución de acelerómetros sobre los pisos del mismo. En ella se observa que sólo se tienen mediciones en los pisos 20, 36, 46 y 54. Por esta razón el edificio de 54 pisos se trata como equivalente a uno de 4 pisos. En la misma figura se puede observar que en los pisos mencionados se tienen las tres mediciones de aceleración necesarias para los cálculos en las Ecs. (6)-(8) (Angeles and Alvarez-Icaza, 2006). La Fig. 9 indica entre paréntesis el número de piso equivalente en el modelo reducido.

Al aplicar el algoritmo de identificación paramétrica, Ecs. (4)-(5), a las mediciones de este edificio se obtienen los siguientes resultados. En la Fig. (4) se muestra la norma del error de estimación,  $\|\varepsilon\|_2$ , que es relativamente pequeña. Esto se corrobora en la Fig. (5) en la que se observa que la aceleración estimada para el piso 54 (4) en los tres GDL (*est*) es muy parecida a la aceleración medida (*real*) en cada una de las coordenadas, además aquella alcanza a la aceleración medida en 1 segundo, aproximadamente. Las líneas continuas, etiquetadas con terminación *real*, son las aceleraciones medidas y las líneas discontinuas, etiquetadas con terminación *est*, representan la aceleración reconstruida mediante los parámetros estimados por las Ecs. (4)-(5). Esta figura muestra que el algoritmo es eficiente para anular el error de salida. Es conveniente aclarar que el sismo en realidad empieza siete segundos después de iniciada la simulación, por lo que los resultados relevantes deben interpretarse después de este lapso de tiempo.

La convergencia de parámetros se da en pocos segundos, como se aprecia en las Figs. 6 y 7, que

Figura 4. Norma del error de estimación de 54P:  $\|\varepsilon\|_2$ .

muestran la evolución en el tiempo del elemento (1,1) de la matriz  $M^{-1}K$  y del elemento (9,5) de la matriz  $M^{-1}C$ , respectivamente. Estos elementos se eligieron arbitrariamente para ilustrar el proceso de convergencia de los parámetros, pues no tiene sentido presentar la curva para los otros 286 parámetros identificados. En ambos casos se observa que la convergencia paramétrica ocurre en 10 segundos, aproximadamente. Es importante recalcar que si se tratase de reconstruir el modelo completo de los 54 pisos del edificio, además de requerir mucho más mediciones, se tendrían matrices de rigidez, amortiguamiento y masa de  $162 \times 162$ . Cuando se reduce el modelo a 4 pisos, se construye un modelo cuyas matrices son de orden  $12 \times 12$ . El modelo reducido es más simple pero es suficiente para conocer las frecuencias dominantes en el comportamiento dinámico del edificio. Además de la simplicidad ganada en el proceso de identificación, es claro que un modelo reducido también es conveniente para propósitos de control de vibraciones en tiempo real.

Figura 6. Evolución del elemento  $M^{-1}K$  (1,1).

Figura 5. Comparación de la aceleración estimada-real del último piso de 54P. Aquí en *uppklet*, *upp* indica aceleración, *k* la dirección de movimiento  $x$ ,  $y$  o  $\theta$  y *et* indica la aceleración medida, *real*, la estimada por mínimos cuadrados, *est*, respectivamente.

sempañó aceptable. La convergencia paramétrica se alcanza en 5 segundos, aproximadamente, y es capaz de reproducir las aceleraciones medidas. La Fig. 10 muestra las aceleraciones en las coordenadas  $x$ ,  $y$  y  $\theta$  para el último piso *reducido*. Las líneas continuas, etiquetadas con terminación *real*, son las aceleraciones medidas y las líneas discontinuas, etiquetadas con terminación *est*, representan la aceleración reconstruida mediante los parámetros estimados por las Ecs. (4)-(5). Puede observarse que estas aceleraciones son muy parecidas desde el momento en que se excita a la estructura, a los 7,5 segundos, aproximadamente. La Fig. 11 muestra la evolución en el tiempo de la norma del error, que disminuye a través del tiempo.

Figura 7. Evolución del elemento  $M^{-1}C$  (9,5).

Para el caso del hospital universitario que es de 7 niveles, Fig. 8, se le aproxima con un modelo reducido de 3 pisos, puesto que de la Fig. 9 se observa que la distribución de los acelerómetros permite este nivel de aproximación. De nueva cuenta, la Fig. 9 indica entre paréntesis el número de piso equivalente en el modelo reducido. A pesar de que este edificio tiene una alta asimetría en planta, el algoritmo de identificación funciona con un de-

La convergencia paramétrica es igualmente aceptable, como lo muestran las Figs. 12 y 13, donde se observa la evolución en el tiempo del elemento (4,6) de la matriz  $M^{-1}K$  y del elemento (4,6) de la matriz  $M^{-1}C$ , respectivamente, elegidos como muestra de manera arbitraria para no incluir el total de 162 parámetros identificados. El hecho de que la planta sea asimétrica no es impedimento para reconstruir un modelo en 3D basado en un marco plano y bajo la hipótesis de diafragma de piso rígido.

Figura 10. Aceleraciones reales-estimadas en el último piso del hospital. Aquí en *uppklet*, *upp* indica aceleración, *k* la dirección de movimiento *x*, *y* o  $\theta = t$  y *et* indica la aceleración medida, *real*, la estimada por mínimos cuadrados, *est*, respectivamente.



Figura 8. Hospital universitario.

En el cuadro 1 se muestran las frecuencias de oscilación para cada uno de los edificios. Estas se calculan al sustituir los valores de los parámetros identificados y calcular las frecuencias naturales asociadas con los valores propios de la Ec. (1). En este caso, como no se cuenta con mediciones en todos los pisos de los edificios, no es posible comparar las frecuencias calculadas con las frecuencias reales del modelo completo. Sin embargo, en pruebas de simulación donde se puede reconstruir un modelo instrumentado completamente y uno modelo reducido del mismo (sólo algunos pisos están instrumentados) se encontró que es

posible, aun con modelos reducidos, recuperar las tres primeras frecuencias de oscilación con errores menores a 3%. Estas tres primeras frecuencias son de enorme utilidad para el ingeniero civil.

Tabla 1. Frecuencias identificadas  
(rad/s)

E54P	Hospital
1,0594	3,5706
1,2471	6,7722
1,8191	6,9859
3,3465	7,9887
3,5002	10,625
3,7315	12,407
4,58	15,61
6,5119	18,919
8,0127	
9,4224	
12	

El problema de aproximar el comportamiento de un edificio con un modelo de orden reducido ha sido estudiado en ingeniería civil a través de los métodos de condensación estática y dinámica (Paz, 1997; Chopra, 1995). La precisión de la aproximación ha sido estudiada en (Stewart, J.P. and Fenves, G.L., 1998), quienes concluyen que la instrumentación del último piso permite recuperar la frecuencia fundamental de vibración.

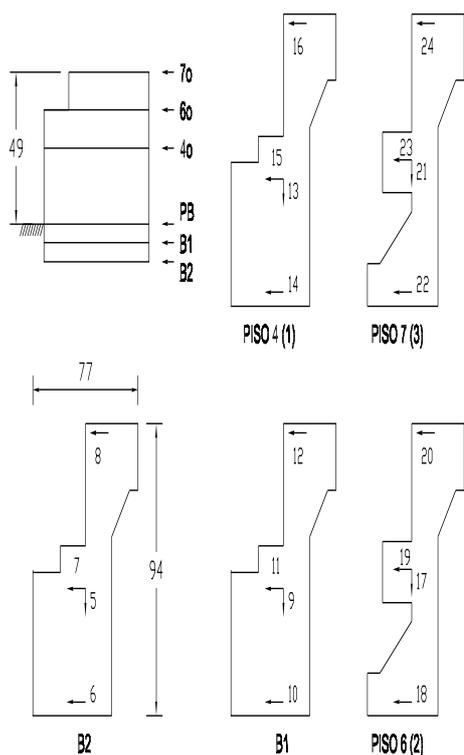


Figura 9. Esquema del hospital (dimensiones en m).

Figura 11. Norma del error de estimación del hospital.

En (Angeles and Alvarez-Icaza, 2005) y (Angeles and Alvarez-Icaza, 2006) se identificaron por simulación modelos reducidos de edificios conocidos. Fue posible inferir que se recupera con precisión al menos una frecuencia fundamental por cada piso instrumentado. Esto coincide con la precisión señalada en (Paz, 1997) para los métodos de condensación estática y dinámica.

Este esquema de identificación que utiliza al sismo como señal de excitación ofrece una ventaja adicional desde el punto de vista de los resultados obtenidos. Aun cuando la señal sísmica no excitase

Figura 12. Evolución del elemento  $M^{-1}K$  (4,6).

Figura 13. Evolución del elemento  $M^{-1}C$  (4,6).

persistentemente todos los modos de vibración de la estructura, sí lo hará en las frecuencias dominantes en el espectro de frecuencias del sismo y por tanto sí excitará las frecuencias en la estructura cercanas a dichas frecuencias de excitación, que son las que responderán a esta señal sísmica en particular. Así, los modos de vibración recuperados serán los de mayor utilidad para el control de vibraciones.

A manera de ejemplo sobre las posibilidades de ejecutar este algoritmo en tiempo real, baste decir que la ejecución del programa de identificación para un edificio de seis piso en una computadora Pentium 4 a 2,8 GHz se realiza, sin optimizar el código, al 80 % del tiempo real, lo que confirma la potencialidad del método para aplicarse en tiempo real.

Un aspecto que merece especial atención en el análisis de los resultados es que los datos medidos se obtuvieron en lazo abierto. Las velocidades y desplazamientos se obtienen entonces por integración directa, lo que induce claramente errores acumulados. En (Jiménez and Alvarez-

Icaza, 2007) se muestran los beneficios de usar esquemas de observación adaptable para reducir estos errores, donde los resultados del caso de excitación en una sola dimensión muestran que los errores de estimación en las aceleraciones se reducen sensiblemente. Esto mejorará las estimaciones presentadas, principalmente en lo que se refiere a la aceleración torsional.

#### 4. CONCLUSIONES

Se ha probado el algoritmo de identificación paramétrica para el modelo de un edificio a cortante con datos de campo. El desempeño observado ha sido muy bueno, pues el algoritmo es capaz de reconstruir las aceleraciones medidas, al mismo tiempo que se logra la convergencia para todos los parámetros del modelo en 3D de un edificio. Esto ocurre a pesar de que los datos de los edificios han sido sujetos a procesos de filtrado e interpolación.

El método no requiere una instrumentación extensiva de los edificios, pues aun cuando no se cuenta con la información de todos los pisos del edificio, es posible reconstruir un modelo reducido que permite conocer las principales componentes de la respuesta dinámica del edificio.

El algoritmo presentado es una muy buena herramienta para la identificación paramétrica. Permite reconstruir modelos matemáticos de edificios nuevos o ya construidos que, además, puedan haber sufrido modificaciones en sus parámetros estructurales por daño o adecuaciones. Este método de identificación se puede utilizar en cualquier edificio, sin importar si tiene asimetrías en sus planta. Solamente se requiere que se cumpla la condición de diafragma de piso rígido.

La estructura del método lo hace particularmente atractivo para su uso en aplicaciones de identificación y control en tiempo real, por ejemplo en esquemas de control activo y semiactivo.

En corto tiempo se espera realizar experimentos con modelos a escala reducida que permitan explorar con mayor profundidad la eficacia del método y aplicar esquemas de observación adaptable para recuperar simultáneamente los parámetros del modelo, y las velocidades y desplazamientos de los pisos, a partir únicamente de algunas mediciones de aceleración.

#### REFERENCIAS

- Åström, K.J. and Wittenmark, B. (1995). *Adaptive Control*. 2nd ed.. Addison-Wesley. USA.
- Angeles, J.M. and L. Alvarez-Icaza (2005). 3D identification of a seismically excited building. In: *Proceedings of the 16<sup>th</sup> IFAC World Congress*. Prague, Czech Republic. pp. Tu-A01-TP/1.
- Angeles, J.M. and L. Alvarez-Icaza (2006). 3D identification of a seismically excited building with sensors arbitrarily placed. In: *Proceedings of the 2006 American Control Conference*. Minneapolis, USA. pp. 3807–3812.
- Chase, J.G., Barroso, L.R. and Hunt, S. (2004). The impact of total acceleration control for semi-active earthquake hazard mitigation. *Engineering Structures* **26**(2), 201–209.
- Chopra, A.K. (1995). *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Prentice-Hall. Upper Saddle River, NJ.
- Dyke, S.J., B.F. Spencer, M.K. Sain and J.D. Carlson (1996). Seismic response reduction using magnetorheological dampers. In: *Proceedings of the 1996 IFAC World Congress, San Francisco*. Vol. L. pp. 145–150.
- Ioannou, P.A. and J. Sun (1996). *Robust Adaptive Control*. Prentice-Hall. Upper Saddle River, NJ.
- Jiménez, R. and Alvarez, L. (2007). A real-time estimation scheme for buildings with intelligent dissipation devices. *Mechanical Systems and Signal Processing* **21**(6), 2427–2440.
- Jiménez, R. and L. Alvarez-Icaza (2007). Semi-active control of a shear building using an adaptive observer. In: *Proceedings of the 2007 American Control Conference*. New York, USA. pp. 2236–2241.
- Khalil, H. K. (1996). *Nonlinear Systems*. 2nd ed.. Prentice Hall. Upper Saddle River, NJ.
- Ko, W.J. and Hung, C.F. (2002). Extraction of structural system matrices from an identified state-space system using the combined measurements of DVA. *Journal of Sound and Vibration* **249**(5), 955–970.
- Liu, Y., Waters, T.P. and Brennan, M.J. (2005). A comparison of semi-active damping control strategies for vibration isolation of harmonic disturbances. *Journal of Sound and Vibration* **280**(1-2), 21–39.
- Lus, H., Betti, R. and Longman, R.W. (1999). Identification of linear structural systems using earthquake-induced vibration data. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* **28**(11), 1449–1467.
- Meli, R. (1985). *Diseño estructural*. Limusa.
- Naeim, Farzad (1994). Response of instrumented buildings to 1994 northridge earthquake. Technical report. John A. Martin and Associates, Inc.
- Nagarajaiah, Satish and Zhiling, Li (2004). Time segmented least squares identification of base isolated buildings. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* **24**(8), 577–586.
- Paz, M. (1997). *Structural Dynamics: theory and computation*. 4th. ed.. Chapman & Hall, In-

ternational Thomson Publishing. New York, NY.

Qing, S., Ling, Z., Jinxiong, Z. and Qingxuan, S. (2003). Experimental study of the semi-active control of building structures using the shaking table. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* **32**(15), 2353–2376.

Ribakov, Y. and Gluk, J. (1999). Active control of mdof structures with supplemental electrorheological fluid dampers. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* **28**, pp. 143–156.

Safak, E. (1995). Detection and identification of soil-structure interaction in buildings from vibration recordings. *ASCE Journal of Structural Engineering* **121**, pp. 899–906.

Stewart, J.P. and Fenves, G.L. (1998). System identification for evaluating soil-structure interaction effects in buildings from strong motion recordings. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* **27**, pp. 869–885.

Ying, Z.G., Ni, Y.Q. and Ko, J.M. (2005). Semi-active optimal control of linearized systems with multi-degree of freedom and application. *Journal of Sound and Vibration* **279**(1-2), 373–388.

#### Apéndice A. PRUEBA DE LA CONVERGENCIA DEL ALGORITMO DE IDENTIFICACIÓN

*Teorema 1.* Sea el sistema en la Ec. (1), con  $K = K^T > 0$ ,  $C = C^T \geq 0$ ,  $M = M^T > 0 \in \mathcal{R}^{q \times q}$ . Considere la parametrización del sistema:

$$\begin{aligned} Z &= \ddot{U} + \ddot{U}_g \in \mathcal{R}^{q \times 1}, \\ \Phi &= [M^{-1}K \ M^{-1}C] \in \mathcal{R}^{q \times 2q}, \\ \Upsilon &= [-U \ -\dot{U}]^T \in \mathcal{R}^{2q \times 1}, \end{aligned}$$

donde  $\Phi$  es la matriz de parámetros reales, tal que

$$Z = \Phi \Upsilon. \quad (\text{A.1})$$

Sea  $\hat{\Phi}$  la matriz de parámetros estimados del sistema (1) tal que se obtiene

$$\hat{Z} = \hat{\Phi} \Upsilon. \quad (\text{A.2})$$

Entonces el algoritmo de estimación formado por

$$\dot{P} = \delta P - P \frac{\Upsilon \Upsilon^T}{h^2} P, \quad (\text{A.3})$$

$$\dot{\hat{\Phi}}^T = P \Upsilon \varepsilon^T, \quad (\text{A.4})$$

con  $P = P^T > 0 \in \mathcal{R}^{2q \times 2q}$ ,  $P(0) > 0$ ,  $\delta \geq 0 \in \mathcal{R}$  es el factor de olvido,  $h^2 = 1 + \Upsilon^T \Upsilon \in \mathcal{R}$ ,  $\Upsilon/h \in \mathcal{L}_\infty$ , garantiza que el error de estimación

$$\varepsilon = \frac{Z - \hat{Z}}{h^2} \rightarrow 0 \text{ cuando } t \rightarrow \infty.$$

*Demostración.* Sea  $\tilde{\Phi} \in \mathcal{R}^{q \times 2q}$  el error paramétrico y sea  $\tilde{\Phi}_r \in \mathcal{R}^{1 \times 2q}$  el vector de error paramétrico correspondiente al renglón  $r$  de la matriz  $\tilde{\Phi}$ , es decir,

$$\tilde{\Phi} = \Phi - \hat{\Phi} = \begin{bmatrix} \tilde{\phi}_{11} & \tilde{\phi}_{12} & \cdots & \tilde{\phi}_{12q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\phi}_{q1} & \tilde{\phi}_{q2} & \cdots & \tilde{\phi}_{q2q} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\Phi}_r = \Phi_r - \hat{\Phi}_r = [\tilde{\phi}_{r1} \ \tilde{\phi}_{r2} \ \cdots \ \tilde{\phi}_{r2q}]. \quad (\text{A.5})$$

Sea  $\varepsilon \in \mathcal{R}^{q \times 1}$  el vector de errores de estimación y sea  $\varepsilon_r \in \mathcal{R}$  el elemento  $r$  de  $\varepsilon$ , que corresponde al renglón  $r$  de los sistemas (A.1) y (A.2), es decir,

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{Z - \hat{Z}}{h^2} = \frac{\Phi \Upsilon - \hat{\Phi} \Upsilon}{h^2} = \frac{\tilde{\Phi} \Upsilon}{h^2}, \\ \varepsilon_r &= \frac{Z_r - \hat{Z}_r}{h^2} = \frac{\Phi_r \Upsilon - \hat{\Phi}_r \Upsilon}{h^2} = \frac{\tilde{\Phi}_r \Upsilon}{h^2}. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Sea  $V$  la función candidata de Lyapunov

$$V = \frac{1}{h^2} \sum_{r=1}^q \tilde{\Phi}_r P^{-1} \tilde{\Phi}_r^T. \quad (\text{A.7})$$

La derivada temporal de  $V$  es

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{h^2} \sum_{r=1}^q \dot{\tilde{\Phi}}_r P^{-1} \tilde{\Phi}_r^T + \frac{1}{h^2} \sum_{r=1}^q \tilde{\Phi}_r P^{-1} \dot{\tilde{\Phi}}_r^T \\ &\quad + \frac{1}{h^2} \sum_{r=1}^q \tilde{\Phi}_r \dot{P}^{-1} \tilde{\Phi}_r^T. \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Si en la Ec. (A.4) sólo se toma  $\dot{\tilde{\Phi}}_r$ , el renglón  $r$ , y se substituye en ésta la Ec. (A.6)

$$\dot{\tilde{\Phi}}_r^T = \dot{\tilde{\Phi}}_r^T - \dot{\tilde{\Phi}}_r^T = 0 - P \Upsilon \varepsilon_r^T = -\frac{1}{h^2} (P \Upsilon \Upsilon^T \tilde{\Phi}_r^T). \quad (\text{A.9})$$

Se usa ahora la identidad

$$P P^{-1} = I \Rightarrow \frac{d}{dt} P P^{-1} = \dot{P} P^{-1} + P \dot{P}^{-1} = 0$$

$$\dot{P}^{-1} = -P^{-1} \dot{P} P^{-1}.$$

Con la Ec. (A.3)

$$\dot{P}^{-1} = -P^{-1} \left( \delta P - P \frac{\Upsilon \Upsilon^T}{h^2} P \right) P^{-1}$$

$$\dot{P}^{-1} = -\delta P^{-1} + \frac{\Upsilon \Upsilon^T}{h^2}. \quad (\text{A.10})$$

Sustituyendo las Ecs. (A.9) y (A.10) en la Ec. (A.8)

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= -\frac{1}{h^2} \sum_{r=1}^q \frac{1}{h^2} \tilde{\Phi}_r \Upsilon \Upsilon^T P P^{-1} \tilde{\Phi}_r^T \\
&\quad - \frac{1}{h^2} \sum_{r=1}^q \frac{1}{h^2} \tilde{\Phi}_r P^{-1} P \Upsilon \Upsilon^T \tilde{\Phi}_r^T \\
&\quad + \frac{1}{h^2} \sum_{r=1}^q \tilde{\Phi}_r \left( -\delta P^{-1} + \frac{\Upsilon \Upsilon^T}{h^2} \right) \tilde{\Phi}_r^T \\
&= -\frac{1}{h^4} \sum_{r=1}^q \tilde{\Phi}_r \Upsilon \Upsilon^T \tilde{\Phi}_r^T - \frac{1}{h^4} \sum_{r=1}^q \tilde{\Phi}_r \Upsilon \Upsilon^T \tilde{\Phi}_r^T \\
&\quad - \frac{\delta}{h^2} \sum_{r=1}^q \tilde{\Phi}_r P^{-1} \tilde{\Phi}_r^T + \frac{1}{h^4} \sum_{r=1}^q \tilde{\Phi}_r \Upsilon \Upsilon^T \tilde{\Phi}_r^T \\
&= -\frac{1}{h^4} \sum_{r=1}^q \tilde{\Phi}_r \Upsilon \Upsilon^T \tilde{\Phi}_r^T - \frac{\delta}{h^2} \sum_{r=1}^q \tilde{\Phi}_r P^{-1} \tilde{\Phi}_r^T.
\end{aligned} \tag{A.11}$$

Nuevamente con las Ecs. (A.6) y (A.7)

$$\dot{V} = -\sum_{r=1}^q \varepsilon_r \varepsilon_r^T - \delta V \tag{A.12}$$

$$\dot{V} = -\varepsilon^T \varepsilon - \delta V. \tag{A.13}$$

Para  $\delta > 0$ , se tiene que  $\dot{V} < 0$  lo que implica estabilidad asintótica, por lo que  $V \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$ , y si esto sucede, entonces  $\tilde{\Phi}_r \rightarrow 0$  y por lo tanto  $\varepsilon_r \rightarrow 0$  lo que implica que  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Cuando  $\delta = 0$ , se hace uso del Lema de Barbalat (Khalil, 1996). De la Ec. (A.7) se tiene que  $V$  es acotada por debajo puesto que el mínimo valor que puede tomar es 0. De la Ec. (A.13)  $\dot{V}$  es negativa semi-definida si  $\delta = 0$ , y por último  $\dot{V}$  es uniformemente continua en el tiempo pues su derivada es acotada, entonces:

$$\dot{V} = -\varepsilon^T \varepsilon \rightarrow 0 \quad \text{cuando} \quad t \rightarrow \infty$$

De acuerdo a lo anterior, la única posibilidad de que  $\dot{V} \rightarrow 0$  es que  $\varepsilon \rightarrow 0$ , con lo cual se garantiza que las señales de salida de la planta estimada  $\hat{Z}$ , son iguales a las señales de salida de la planta real  $Z$ .

□