

TEXTURAS DE MOVIMIENTO: CAMPOS MARKOVIANOS MIXTOS Y SEGMENTACION

Tomás Crivelli *, Bruno Cernuschi Frías * † y Patrick Bouthemy *

*Laboratorio de Investigación en Procesamiento de Señales e Imágenes y Redes
Neuronales (LIPSIRN),

Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires,
Paseo Colón 850, Buenos Aires, Argentina.

† CONICET, Argentina

* IRISA/INRIA

Campus de Beaulieu, 35042 Rennes Cedex, Francia

Email: tomas.crivelli@irisa.fr

Resumen: El objeto de este trabajo es la modelización de movimiento en secuencias de imágenes que presentan cierta dinámica estacionaria y homogénea. En este caso se adopta un modelo de Campos Aleatorios Markovianos con estados mixtos, como representación de las llamadas *texturas de movimiento*. El enfoque consiste en describir la distribución espacial de algún tipo de medida de movimiento, la cual consiste de dos tipos de valores: una componente discreta relativa a la ausencia de movimiento y una parte continua para mediciones diferentes de cero. Se proponen varias extensiones importantes y se aplica el modelo al problema de segmentación de texturas, tanto en secuencias sintéticas como reales. Copyright ©2007 CEA-IFAC

Palabras clave: Campos Aleatorios Markovianos, segmentación, texturas de movimiento.

1. INTRODUCCION

El objeto de este trabajo es la modelización de movimiento en secuencias de imágenes, donde cierta dinámica estacionaria y homogénea está presente. En particular, escenas relacionadas a fenómenos naturales cumplen con esta característica (fuego, olas de mar, ríos, humo etc). El problema ha sido recientemente analizado en el contexto de las llamadas *texturas dinámicas* (Doretto *et al.*, 2003 ; Chan y Vasconcelos, 2005). En términos generales, los mayores esfuerzos se han dedicado a describir la evolución de la intensidad de brillo en el tiempo, utilizando modelos lineales.

En este caso se adopta un modelo de *Campo Aleatorio Markoviano* (*Markov Random Field*, *MRF*) con *estados mixtos*, recientemente introducido en (Bouthemy *et al.*, 2005) como representación de las llamadas *texturas de movimiento*. El enfoque consiste en describir la distribución espacial de algún tipo

de medida de movimiento, la cual consiste de dos tipos de valores: una componente discreta relativa a la ausencia de movimiento y una parte continua para mediciones diferentes de cero. Se proponen varias extensiones importantes al primer modelo introducido en (Bouthemy *et al.*, 2005) permitiendo capturar más propiedades de las texturas en cuestión. En primer lugar se considera un sistema de 8 vecinos más cercanos, lo cual resulta en un modelo mixto descrito por 11 parámetros. En segundo lugar, se asume una distribución Gaussiana con media variable para la parte continua, lo cual permite expresar una mayor correlación espacial.

Luego, se propone un método de segmentación de texturas basado en el modelo desarrollado. Un aspecto original del mismo es que no se supone independencia condicional para las observaciones de movimiento en cada textura (Cross y Jain, 1983). Además, y en consecuencia, no se desprecian los términos de

normalización (funciones de partición), a diferencia de la mayoría de los métodos utilizados actualmente. Resultados sobre ejemplos reales y sintéticos demuestran la eficiencia y precisión del enfoque.

2. MODELO MRF MIXTO

Para definir un Campo Aleatorio Markoviano necesitamos especificar dos cosas: la primera es la estructura de vecinos del modelo, lo que es equivalente en una dimensión a especificar el orden de un proceso de Markov ; y en segundo lugar se requiere definir la forma de las distribuciones condicionales. En consecuencia definimos la vecindad \mathcal{N}_i de un punto $i \in S = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ de la imagen, como el conjunto de 8 vecinos mas cercanos. Experimentos en simulación de campos markovianos, han demostrado que esta es una configuración adecuada para capturar las propiedades principales y orientación del campo, pero manteniendo un número de parámetros pequeño. Asimismo, el modelo condicional adoptado es el siguiente:

$$p(x_i | \mathcal{N}_i) = P_i \delta_0(x_i) + (1 - P_i) f(x_i | \mathcal{N}_i) w_0^*(x_i) \quad (1)$$

con $w_0^*(x)$ la función indicadora de valores no nulos y donde x_i es la medida de movimiento en el punto i de la imagen, $P_i = P(x_i = 0 | \mathcal{N}_i)$, $\delta_0(x)$ es la función Delta de Dirac y f es una densidad de probabilidad continua. En consecuencia, se tiene una distribución consistente de dos partes: un componente discreto para $x_i = 0$ y uno continuo para $x_i \neq 0$. Este modelo otorga una especial atención al valor nulo de la variable aleatoria x_i , el cual, en este caso, corresponde a la propiedad de no movimiento para un punto. Esto es crucial en la formulación presentada, en tanto que permite describir texturas mas reales.

Para la parte continua, f , se asume una densidad Gaussiana con varianza σ^2 y media m_i , dependiente de \mathcal{N}_i . Luego se puede reescribir (1) según:

$$p(x_i | \mathcal{N}_i) = \exp [\Theta_i^T \cdot \mathbf{S}(x_i) + \log(g_v(x_i)) w_0(x_i) + \log(P_i)] \quad (2)$$

donde $w_0(x) = 1 - w_0^*(x)$ es el indicador del valor nulo. Para evitar inconsistencias, en lugar de $\delta_0(x)$ se introduce $g_v(x)$, donde $\delta_0(x)$ debe interpretarse como el límite en distribución de la secuencia de funciones Gaussianas de media nula, $g_v(x)$, con varianza v aproximándose a cero. $\mathbf{S}(x_i) \in \mathbb{R}^d$ es una estadística suficiente y en este caso:

$$\Theta_i(\mathcal{N}_i) = \left[\log \left(\frac{1 - P_i}{\sigma \sqrt{2\pi P_i}} \right) - \frac{m_i^2}{2\sigma^2}, \frac{1}{2\sigma^2}, \frac{m_i}{\sigma^2} \right]^T \quad (3)$$

$$\mathbf{S}(x_i) = \left[w_0^*(x_i), -x_i^2, x_i \right] \quad (4)$$

El teorema de Hammersley-Clifford (Besag, 1974) garantiza que el modelo condicional da lugar, y es coherente, con una distribución conjunta de probabilidad. La forma general de la misma es una distribución de Gibbs:

$$p(\mathbf{x}) = p(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{e^{Q(\mathbf{x})}}{Z} \quad (5)$$

donde Z es la llamada *función de partición* que normaliza la densidad de probabilidad, y $Q(\mathbf{x})$ es una función de energía.

Definimos *clique* $C \subset S$ como todo subconjunto de puntos tal que sus elementos son todos vecinos dos a dos. El orden de un clique se define como la cantidad de elementos que lo componen. Se puede demostrar, entonces, que $Q(\mathbf{x})$ puede expresarse en forma única como una suma de potenciales V_C donde $C \subset S$ son cliques, i.e. $Q(\mathbf{x}) = \sum_{C \subset S} V_C(\mathbf{x})$. Si $A \subset S$ no es clique, entonces $V_A = 0$.

Para un modelo condicional de un parámetro que satisface la suposición de que pertenece a la familia exponencial de distribuciones y que depende únicamente de los cliques que contienen no más de dos puntos, i.e. *auto-modelos*, la expresión para el parámetro es conocida con respecto a las estadísticas suficientes de los vecinos (Besag, 1974). En el caso de un auto-modelo multiparamétrico, el resultado de (Besag, 1974) fue extendido en (Boutheymy *et al.*, 2005) mostrando que:

$$\Theta_i(\mathcal{N}_i) = \alpha_i + \sum_{j: x_j \in \mathcal{N}_i} \beta_{ij} \mathbf{S}(x_j) \quad (6)$$

con $\beta_{ij} \in \mathbb{R}^{d \times d}$ y $\alpha_i \in \mathbb{R}^d$. De la definición de auto-modelo, los potenciales asociados son no nulos solo para cliques de primer o segundo orden. Luego se puede escribir para la distribución de Gibbs:

$$Q(\mathbf{x}) = \sum_{i \in S} V_i(x_i) + \sum_{\langle i, j \rangle \subset S} V_{ij}(x_i, x_j) \quad (7)$$

$$V_i(x_i) = \alpha_i^T \cdot \mathbf{S}(x_i) + \log(g_v(x_i)) w_0(x_i) \quad (8)$$

$$V_{ij}(x_i, x_j) = \mathbf{S}^T(x_i) \beta_{ij} \mathbf{S}(x_j) \quad (9)$$

De esta forma queda definida la función de probabilidad conjunta a partir del modelo condicional.

3. PARAMETROS DEL MODELO

De la ecuación (3) se pueden relacionar los parámetros P_i, σ, m_i con los componentes de $\Theta_i = [\theta_{1,i}, \theta_{2,i}, \theta_{3,i}]^T$ obteniendo:

$$P_i = \frac{(\sigma \sqrt{2\pi})^{-1}}{(\sigma \sqrt{2\pi})^{-1} + e^{\theta_{1,i} + \frac{m_i^2}{2\sigma^2}}} \quad (10)$$

$$\sigma^2 = (2\theta_{2,i})^{-1} \quad (11)$$

$$m_i = \frac{\theta_{3,i}}{2\theta_{2,i}} \quad (12)$$

Asumiendo un modelo homogéneo, de las ecuaciones (7), (8) y (9) se requiere que $\alpha_i = \alpha$ y $\beta_{ij} = \beta_{ji}^T = \beta_j$. Definimos entonces:

$$\beta_j = \begin{pmatrix} d_j & e_j & f_j \\ e'_j & g_j & q_j \\ f'_j & q'_j & h_j \end{pmatrix} \quad \alpha = [a \quad b \quad c]^T \quad (13)$$

De (6) quedan finalmente expresados los parámetros de la distribución exponencial para un punto, dado los vecinos:

$$\begin{aligned} \theta_{1,i} &= a + \sum_{j:x_j \in \mathcal{N}_i} [d_j w_0^*(x_j) - e_j x_j^2 + f_j x_{ij}] \\ \theta_{2,i} &= b + \sum_{j:x_j \in \mathcal{N}_i} [e'_j w_0^*(x_j) - g_j x_j^2 + q_j x_{ij}] \\ \theta_{3,i} &= c + \sum_{j:x_j \in \mathcal{N}_i} [f'_j w_0^*(x_j) - q'_j x_j^2 + h_j x_{ij}] \end{aligned} \quad (14)$$

Varias simplificaciones pueden hacerse. En primer lugar, de la segunda línea de (14) vemos que imponiendo σ como constante para todo punto, $e'_j = g_j = q_j = 0$. Luego de la propiedad $\beta_{ij} = \beta_{ji}^T$ se deduce que $e_j = q'_j = 0$.

En segundo lugar se observa que el parámetro $\theta_{1,i}$ determina en parte a P_i . Si en la ecuación (14) no imponemos $f_j = 0$, los valores arbitrarios (positivos y negativos) que toman los vecinos x_j provocarían una asimetría en P_i , con respecto a mediciones iguales pero de distinto signo (debido a la forma de la ecuación (10)). Es decir, un valor de x_j con una determinada magnitud y signo positivo no influiría de la misma forma en P_i que una medición de igual magnitud y signo opuesto, lo cual no tiene sentido físico. Luego, $f_j = f'_j = 0$.

Finalmente el modelo resulta en:

$$\beta_j = \begin{pmatrix} d_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_j \end{pmatrix} \quad \alpha = [a \quad b \quad c]^T \quad (15)$$

y de la ecuación (6), se obtiene:

$$\begin{aligned} \theta_{1,i} &= a + \sum_{j:x_j \in \mathcal{N}_i} d_j w_0^*(x_j) \\ \theta_{2,i} &= b \\ \theta_{3,i} &= c + \sum_{j:x_j \in \mathcal{N}_i} h_j x_j \end{aligned} \quad (16)$$

Aquí, podemos ver que se puede imponer $h_j \geq 0$, en virtud de obtener un esquema cooperativo, ya que estos coeficientes están relacionados con la media m_i . Obviamente $b > 0$ dado que define la varianza condicional y podemos notar, además, que los coeficientes d_j y h_j correspondientes a vecinos simétricos

deben ser iguales para definir un proceso estacionario con cuatro direcciones de interacción (v : vertical, h : horizontal, d : diagonal principal, ad : anti-diagonal). Finalmente se tiene un conjunto de 11 parámetros que caracterizan el modelo de textura de movimiento, $\phi = \{a, b, c, d_h, h_h, d_v, h_v, d_d, h_d, d_{ad}, h_{ad}\}$.

Una condición necesaria para el modelo conjunto es que debe satisfacer $\int_{\Omega} e^{Q(\mathbf{x})} < \infty$ para estar bien definido. De las ecuaciones (7), (8) y (9) se observa que $Q(\mathbf{x})$ es de la forma $Q(\mathbf{x}) = -\mathbf{y}^T(\mathbf{x})\mathbf{R}\mathbf{y}(\mathbf{x})$, con $\mathbf{y}(\mathbf{x})$ creciendo linealmente en el límite. En consecuencia, la condición de integrabilidad se reduce a garantizar que la matriz \mathbf{R} es positiva definida. Esta matriz es de una forma particular: todas sus filas suman el mismo valor, ya que el modelo es homogéneo ($\forall i h_{ij} = h_j$); los elementos de la diagonal son todos iguales a b ; y es simétrica. Luego tenemos el siguiente teorema:

Teorema 1. *Para un modelo de estados mixtos cooperativo y homogéneo, como el definido en (16), la distribución conjunta asociada se encuentra bien definida si y solo si $b > \sum_j \frac{h_j}{2}$.*

Demostración. Podemos en primer lugar demostrar que la condición requerida es suficiente por aplicación del teorema de los Discos de Gersgorin (Horn y Johnson, 1986) el cual garantiza que todos los autovalores de la matriz \mathbf{R} son positivos si $b > \sum_j | \frac{h_j}{2} |$, donde podemos quitar el módulo ya que $h_j > 0$. La parte necesaria se demuestra observando que el vector $\mathbf{x} = [111\dots 1]^T$ es un autovector de \mathbf{R} , $\mathbf{R}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$, donde $\lambda = b - \sum_j \frac{h_j}{2}$ el cual necesariamente debe ser positivo \square

4. ESTIMACION DE PARAMETROS

En virtud de estimar los parámetros del modelo de textura a partir de las mediciones de movimiento, se adopta el criterio de maximización de la función de pseudo-verosimilitud, introducida por Besag (1974), ya que la formulación exacta de máxima verosimilitud es en general intratable. Luego, buscamos el conjunto de parámetros $\hat{\phi}$ que maximiza la función $L(\phi) = \prod_{i \in \mathcal{S}} p(x_i | \mathcal{N}_i, \phi)$. Se utiliza una técnica de descenso por gradiente para la optimización ya que las derivadas de L con respecto a ϕ son conocidas en forma cerrada.

5. SEGMENTACION DE TEXTURAS

5.1 Medición de movimiento

Como se propone en (Bouthemy *et al.*, 2005; Falet y Bouthemy, 2003) consideramos como medición local de movimiento al *flujo normal*. Sin embargo, en

contraste con (Bouthemy *et al.*, 2005; Fablet y Bouthemy, 2003), no tomamos solo su magnitud, sino su expresión vectorial definida por

$$\mathbf{V}_n(x, y) = -\frac{I_t(x, y)}{\|\nabla I(x, y)\|} \frac{\nabla I(x, y)}{\|\nabla I(x, y)\|} \quad (17)$$

donde $I(x, y)$ representa la intensidad de brillo en un punto e $I_t(x, y)$ la variación temporal de $I(x, y)$. Luego, se introduce un promediado del flujo normal con el objeto de reducir el ruido de las mediciones:

$$\tilde{\mathbf{V}}_n(x, y) = \frac{\sum_{(x', y') \in W} \mathbf{V}_n(x', y') \|\nabla I(x', y')\|^2}{\max(\sum_{(x', y') \in W} \|\nabla I(x', y')\|^2, \eta^2)} \quad (18)$$

donde η^2 es una constante, como en (Fablet y Bouthemy, 2003), y W es una pequeña ventana centrada en (x, y) . Finalmente, se considera la siguiente expresión escalar, para el denominado *movimiento residual*:

$$v_{res}(x, y) = \tilde{\mathbf{V}}_n(x, y) \cdot \frac{\nabla I(x, y)}{\|\nabla I(x, y)\|} \quad (19)$$

la cual proyecta la versión promediada del movimiento normal sobre la dirección del gradiente espacial, resultando en $v_{res} \in (-\infty, +\infty)$.

En este punto es importante relacionar la naturaleza de las medidas de movimiento recién definidas, con la necesidad de formular un modelo de estados mixtos. A partir del análisis estadístico de los datos de movimiento obtenidos de secuencias de texturas de movimiento reales, se observa que, si computamos los histogramas de movimiento correspondientes (figura 1), efectivamente la distribución de los valores de v_{res} tiene dos componentes: una componente discreta en el valor nulo $v_{res} = 0$, y una distribución continua para el resto de los valores de movimiento.

5.2 Método de segmentación

El problema de segmentar diferentes texturas de movimiento en una secuencia de imágenes puede formularse como un proceso de asignación de etiquetas o *labels* a cada punto de la imagen. Se adopta el criterio MAP (Maximum a Posteriori) en un esquema Bayesiano de estimación. Entonces, se busca una realización de labels $\mathbf{l} = \{l_i\}$, donde $l_i \in \{1, 2, \dots, c\}$ es el valor de la etiqueta, que maximice $p(\mathbf{l} | \mathbf{x}) \propto p(\mathbf{x} | \mathbf{l})p(\mathbf{l})$, donde \mathbf{x} representa el mapa de movimiento v_{res} . Si se supone que las c diferentes texturas provienen de fenómenos dinámicos independientes, dado el campo de labels, podemos escribir:

$$p(\mathbf{x} | \mathbf{l}) = \prod_{k=1}^c p(\mathbf{x}_k) = \prod_{k=1}^c \frac{e^{Q_k(\mathbf{x}_k)}}{Z_k(\mathbf{l})} \quad (20)$$

donde $Q_k(\mathbf{x}_k)$ es la función de energía correspondiente al modelo mixto para la clase de texturas k y dependiente solo de los puntos asignados con dicha etiqueta, $\mathbf{x}_k \cdot Z_k(\mathbf{l})$ es la función de partición de cada clase. Esto permite considerar dependencia condicional entre observaciones. Estrictamente hablando, en la ecuación (20) estamos suponiendo que el número de pixels que pertenecen a los bordes entre texturas es pequeño en comparación al número de puntos interiores, de modo que la interacción entre texturas puede despreciarse. Actualmente se están investigando modelos que tengan en cuenta estos fenómenos.

Para la información a priori sobre el campo de labels, $p(\mathbf{l})$, introducimos un nuevo campo aleatorio de Markov de 8 vecinos que se comporta como un término de regularización para el proceso de asignación de etiquetas. De este modo $p(\mathbf{l}) \propto \exp[Q_S(\mathbf{l})]$ con:

$$Q_S(\mathbf{l}) = \sum_i \sum_{j: x_j \in \mathcal{N}_i} \gamma(2\mathbb{I}_0(l_i - l_j) - 1) \quad (21)$$

donde $\mathbb{I}_0(z)$ es la función indicadora de argumento nulo. $p(\mathbf{l})$ penaliza las diferencias de etiquetas entre puntos adyacentes, suavizando el proceso de segmentación. La formulación completa puede ser expresada, entonces, como el problema de maximizar la energía:

$$E(\mathbf{l}) = \sum_{k=1}^c Q_k(\mathbf{x}_k) - \sum_{k=1}^c \log(Z_k(\mathbf{l})) + Q_S(\mathbf{l}) \quad (22)$$

Aquí se propone un método de segmentación basado en un modelo general no necesariamente Gaussiano. Esto implica que la función de partición Z_k no puede ser descartada ya que para cada textura la escala de energía Q_k puede ser muy diferente, de modo que la normalización es crucial. No considerar estos factores puede llevar a una prevalencia de una textura sobre la otra en términos energéticos, resultando en una incorrecta segmentación.

5.3 Maximización de la Energía

La maximización de la ecuación (22) se lleva a cabo utilizando la técnica de *simulated annealing* mediante la cual se asignan etiquetas a los puntos de la imagen (Geman y Geman, 1984). El problema se reduce a computar iterativamente variaciones de energía ΔE , con respecto a cambios de labels, para una posición elegida aleatoriamente. Habiendo estimado los parámetros de una textura podemos utilizar las ecuaciones (7) y (21) para este fin.

Para el cálculo de $\Delta[\log(Z_k(\mathbf{l}))]$ (ver ecuación 22), notemos en primer lugar que a partir del teorema fuerte del límite de Szego¹, tenemos asintóticamente que

¹El teorema de Szego demuestra que el logaritmo del determinante de matrices de covarianza con estructura asintóticamente Toeplitz tiene esta forma.

Figura 1: Arriba: imágenes de escenas reales. Abajo: histogramas obtenidos a partir de las medidas de movimiento propuestas. Se observa la presencia de un componente discreto y uno continuo

$\log(Z_k(\mathbf{I})) \approx \log(\alpha_k)N_k(\mathbf{I}) + \mu_k$, donde $N_k(\mathbf{I})$ es la dimensión del vector \mathbf{x}_k , i.e. el conjunto de puntos asignados con el label l_k . Por lo tanto, asintóticamente el logaritmo de la función de partición crece linealmente con N_k . Como simplificación, si las observaciones fueran independientes, la función de partición tomaría la forma $\log(Z_k(\mathbf{I})) = \log(\rho_k)N_k(\mathbf{I})$, donde ρ_k es la función de partición para la distribución de un solo punto.

Basándonos en estos resultados, podemos aproximar $\Delta[\log(Z_k(\mathbf{I}))] \approx \log(\rho_k)$ y entonces se puede demostrar que $\rho_k = 1/P$ con P la probabilidad global de movimiento nulo, tal y como se obtiene de la ecuación (2). Esto da una primera aproximación al cómputo del factor de normalización para el proceso de segmentación de diferentes texturas. El enfoque presentado aquí es totalmente general para un número arbitrario de clases c .

6. RESULTADOS

Hemos aplicado el método de segmentación de texturas en secuencias sintéticas y reales con dos texturas de movimiento ($c = 2$). En primer lugar se requiere estimar los parámetros de las diferentes texturas presentes en la imagen. Luego de computar el flujo normal a partir de dos imágenes consecutivas de la secuencia, dividimos el mapa de movimiento en bloques de 40x40 puntos y para cada bloque se obtiene un estimado de los parámetros. Luego se aplica un proceso de clustering en virtud de obtener una primera clasificación en dos clases (bloques comunes a dos texturas pueden ser fácilmente descartados en esta etapa). A continuación se recomputan los parámetros para cada cluster obteniéndose un estimado para cada modelo. A partir de aquí se inicia el proceso de segmentación por simulated annealing.

En la figura 2 observamos el caso de un campo de 150x150 puntos, generado artificialmente donde dos texturas están separadas por una curva definida. El resultado de la segmentación es muy satisfactorio como se puede apreciar en la imagen de la derecha.

(a) (b)

Figura 2: a) mapa de movimiento sintético, b) resultado del proceso de segmentación

En la figura 3 a) analizamos la situación en la cual tenemos una textura de movimiento sobre un fondo estático. El tamaño de las imágenes es de 320x240 pixels. Se muestra en la segunda columna el mapa de movimiento medido, v_{res} . Este es un caso donde se presentan regiones múltiples pertenecientes a la misma clase. Los resultados son nuevamente bastante precisos. Cabe destacar en este caso que el fondo estático es en si mismo una textura de movimiento según la definición del modelo, ya que es solo un caso especial de textura mixta, donde todos los puntos están quietos.

En la figura 3 b) consideramos otra escena real de la naturaleza. Consiste en dos árboles superpuestos movidos por el viento. El proceso de segmentación muestra que ambas regiones principales son separadas adecuadamente. Este es un caso complejo dado que

a)

b)

c)

Figura 3: Izquierda: imágenes originales. Centro: mapa de movimiento. Derecha: resultado del proceso de segmentación.

los árboles presentan similares texturas de intensidad y movimiento.

Finalmente, en la figura 3 c) hemos comprobado satisfactoriamente el funcionamiento del algoritmo de segmentación propuesto sobre una secuencia de imágenes que consiste en dos texturas de movimiento, donde una región circular asociada a una textura de vapor fue superpuesta a una secuencia de olas. Las imágenes son de tamaño 150x150 pixels.

7. CONCLUSION

El modelo de estados mixtos propuesto ha mostrado ser una adecuada representación de las llamadas texturas de movimiento permitiendo describir contenidos dinámicos complejos con pocos parámetros. Además, un enfoque original de segmentación fue introducido sin asumir independencia condicional entre las observaciones de una textura. De los experimentos puede observarse que, para problemas de dos clases, los resultados fueron satisfactorios.

Actualmente se están investigando otros aspectos relacionados con texturas de movimiento: la inclusión

de la evolución temporal de las medidas de movimiento, un estudio profundo de las funciones de partición, modelos para los bordes entre texturas, clasificación de más de dos clases.

Otra línea de investigación en consideración por los autores es la posibilidad de utilizar Campos Aleatorios Markovianos Condicionales (Conditional Markov Random Fields), lo cual permitiría considerar situaciones aún más complejas introduciendo información contextual adicional.

REFERENCIAS

- Besag, J. (1974). Spatial interaction and the statistical analysis of lattice systems. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B.* vol. 36. pp, 192-236.
- Bouthemy *et al.* (2005). Auto-models with mixed states and analysis of motion textures. Tech Report 1682. IRISA, Francia.
- Chan, A.B y Vasconcelos, N (2005). Mixtures

- of dynamic textures, *10th IEEE Int. Conf. on Computer Vision, ICCV'2005. Beijing*, pp. 641-647.
- Cross, G.R y Jain, A. K. (1983). Markov random field texture models, *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 5, no. 1, pp. 25-39
- Doretto *et al.* (2003). Dynamic texture segmentation, *9th IEEE Int. Conf. on Computer Vision, ICCV'2003. Nice*, pp. 1236-1242.
- Fablet, R y Bouthemy P. (2003). Motion recognition using non-parametric image motion models estimated from temporal and multiscale cooccurrence statistics, *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*. vol 25 pp. 1619-1624
- Geman, S. y Geman, D. (1984). Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 6, pp. 721-741.
- Horn, R. y Johnson, C. (1986) Matrix analysis. Cambridge University Press, New York, NY, USA.
- Szumner, M y Picard, R. (1996). Temporal texture modelling, *3rd IEEE Int. Conf. on Image Processing, ICIP'96. Lausanne*, pp. 823-826.
- Yuan *et al.* (2004). Synthesizing dynamic textures with closed-loop linear dynamic systems, *8th European Conf. on Computer Vision, ECCV'2004. Prague*. vol. LNCS 3022, pp. 603-616.