

Desviación estándar y error estándar

V. Abraira

Unidad de Bioestadística Clínica. Hospital Ramón y Cajal. Madrid.

Una pregunta que frecuentemente plantean los investigadores que consultan en la Unidad de Bioestadística Clínica es ¿qué índice debo poner en mis tablas o gráficas de resultados: la desviación estándar o el error estándar de la media? Esta duda en parte se sustenta en el hecho de que en la literatura médica se usan ambos índices de un modo que puede parecer casi indistinto. Por ejemplo, y con el único fin de ilustrar esta afirmación, en dos artículos recientes de una misma revista (*British Medical Journal*), en uno¹ aparece en la tabla de resultados la desviación estándar, mientras que en la figura de resultados del otro² se presenta el error estándar de la media, con una intención que en una primera lectura puede parecer la misma: describir la variabilidad de los datos. Sin embargo ambos índices, aunque relacionados, son conceptualmente muy diferentes.

La desviación estándar es una medida de la dispersión de los datos, cuanto mayor sea la dispersión mayor es la desviación estándar, si no hubiera ninguna variación en los datos, es decir, si fueran todos iguales, la desviación estándar sería cero.

Para ilustrar cómo la desviación estándar cuantifica la dispersión alrededor de la media supónganse dos poblaciones de 100.000 individuos en las que la edad se distribuye como se muestra en los histogramas de la figura 1. La edad media en ambas poblaciones es 44,5 y la desviación estándar es 14,9 en la población A y 10,0 en la B. Obsérvese que, como corresponde a una desviación estándar menor, en la población B las edades de los individuos están menos dispersas alrededor de la media. Unas fórmulas muy difundidas establecen que en el intervalo comprendido entre la media menos la desviación estándar y la media más la desviación estándar están aproximadamente el 68% central de los datos, y que en el intervalo comprendido entre la media menos 1,96 (aproximadamente 2) veces la desviación estándar y la media más 1,96 veces la desviación estándar están aproximadamente el 95% central de los datos. Según esta regla, en la población A del ejemplo

aproximadamente los 68.000 individuos con edades más cercanas a la media tendrían edades comprendidas entre 29,6 y 59,4 (realmente en ese intervalo hay 67.961 individuos) y 95.000 estarían entre 15,3 y 73,7 (realmente hay 95.006), de los 5.000 restantes la mitad tendrían menos de 15,3 (en los datos hay 2.528) y la otra mitad más de 73,7. Estos intervalos para la población B son: entre 34,5 y 54,5 los 68.000 individuos con edades más cercanas a la media y entre 24,9 y 64,1 los 95.000 centrales. Hay que resaltar que esta regla sólo es cierta si la variable se ajusta a una distribución normal o gaussiana; en el ejemplo la regla se cumple porque los datos ajustan perfectamente a la distribución normal como se observa en la figura. Aunque con excesiva frecuencia se asume la normalidad de las variables biológicas, es conocido que no siempre es así³; por ejemplo, en la figura 2 se muestra el histograma de la edad de los 507.409 individuos que componían en 1996 la población del Área Sanitaria 4 de la Comunidad de Madrid. Se observa que no ajusta bien a la distribución normal y en consecuencia la regla anterior no se cumple: la media es 39,5 y la desviación estándar 21,8; entonces la regla predice, por ejemplo, que debería haber aproximadamente 12.685 individuos (el 2,5% del total) con edades menores que $39,5 - 1,96 \times 21,8 = -3,2$, es decir con edades negativas, que obviamente no se cumple.

Hay una regla menos conocida y que se puede aplicar siempre para cuantificar la dispersión de los datos, sea cual sea la forma de su distribución, basada en la desigualdad de Chebyshev⁴, que establece que en el intervalo comprendido entre la media menos k veces la desviación estándar y la media más k veces la desviación estándar está al menos la $(1-1/k^2)$ parte central de los datos, por ejemplo para $k=2$ se puede decir que entre la media menos 2 veces la desviación estándar y la media más 2 veces la desviación estándar están al menos los $1-1/4 = 3/4$ (75%) centrales de los datos.

Las investigaciones rara vez se hacen sobre el conjunto de la población; lo habitual es realizarlas en un subconjunto (muestra) de ella. Esta práctica está justificada porque la teoría estadística establece que, si la muestra se selecciona aleatoriamente, sus características (forma de la distribución, media, desviación estándar, etc.) son parecidas a las de la población y tanto más parecidas cuanto mayor sea la muestra. En la figura 3 se representa el histograma de la edad de una muestra aleatoria de 100 individuos extraída de la población representada en la figura 1 A. Obsérvese

Correspondencia:
Dr. V. Abraira.
Unidad de Bioestadística Clínica.
Hospital Ramón y Cajal. Crta.
Colmenar km 9,100. 28034 Madrid.
Correo electrónico: victor.abraira@hrc.es

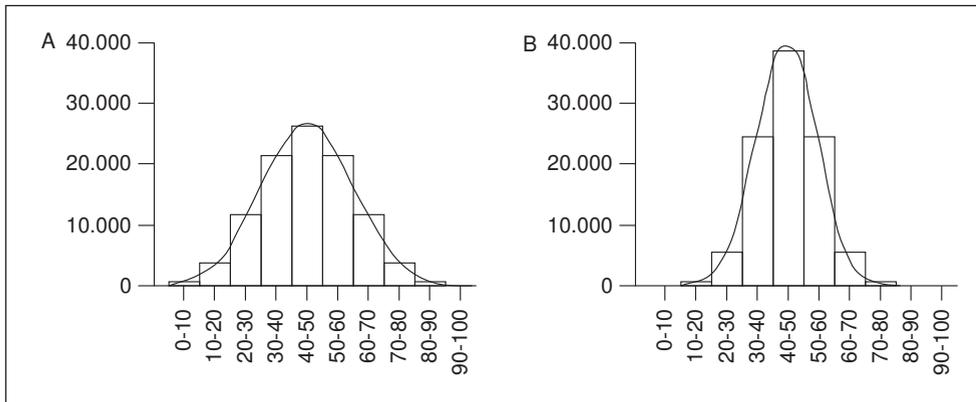


Figura 1. Histogramas de frecuencias de la edad en unas poblaciones hipotéticas de 100.000 individuos. En ambas poblaciones la media es 44,5; las desviaciones estándar son 14,9 en A y 10,0 en B. Las líneas continuas muestran la distribuciones teóricas correspondientes a curvas gaussianas con las mismas medias y desviaciones estándar.

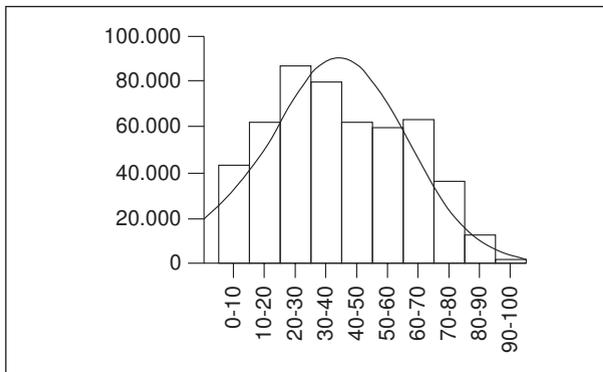


Figura 2. Histograma de frecuencia de la edad de la población del Área Sanitaria 4 de la Comunidad de Madrid. Se observa que no ajusta bien a la distribución normal: es asimétrica, hay menos individuos cerca de la media y, por tanto, mayor dispersión.

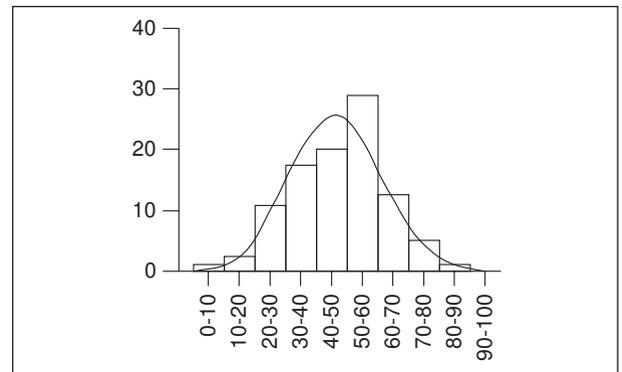


Figura 3. Histograma de frecuencias de la edad en una muestra aleatoria de 100 individuos de la población representada en la figura 1. A. En la muestra la media es 46,2 y la desviación estándar 14,7.

que es parecido al de la población, aunque por ejemplo su ajuste a la curva normal es peor. Es importante señalarlo porque muchos métodos estadísticos hacen asunciones sobre la normalidad de la población. Vemos que una población normal es compatible con una muestra cuyo histograma no ajusta visualmente a una curva normal, y ello tanto más cuanto menor sea la muestra⁵, por tanto la inspección visual del histograma de la muestra no es un buen método de evaluación de la normalidad de la población.

En esta muestra, la media y la desviación estándar son 46,2 y 14,7 respectivamente, también parecidas a las de la población. Si se tomara otra muestra aleatoria se obtendrían otros valores distintos, aunque probablemente también parecidos a los de la población. El error estándar es el índice que cuantifica cuánto se apartan los valores en la muestra de sus correspondientes valores en la población. Es decir, el error estándar de la media cuantifica las oscilaciones de la media muestral (media obtenida en los datos) alrededor de la media poblacional (verdadero valor de la media). No es, por tanto, un índice de variabilidad, aunque depende de ella, sino una medida del error que se comete al tomar la media calculada en una muestra como estimación de la media de la población.

Existe el error estándar, no sólo de la media, sino de todas las medidas que se obtienen en las muestras (por ejem-

plo, existe el error estándar de la desviación estándar y el error estándar del riesgo relativo) y siempre cuantifica el error que se comete al estimar la verdadera medida en la población a partir de su valor en la muestra. A partir del error estándar se construye el intervalo de confianza⁶ de la medida correspondiente. El error estándar de la media estimado en la muestra del ejemplo es 1,47 (se calcula dividiendo la desviación estándar por la raíz cuadrada del tamaño muestral⁴) y, calculado a partir de él, el intervalo de confianza al 95% para la media va desde 43,3 a 49,1 (el límite inferior se calcula como la media menos 1,96 veces el error estándar).

Puntos clave

- La desviación estándar es una medida de la dispersión de los datos. Cuanto mayor sea la dispersión, mayor es la desviación estándar, mientras que el error estándar de la media cuantifica las oscilaciones de la media muestral alrededor de la media poblacional.
- Son, por tanto, índices conceptualmente diferentes, aunque directamente relacionados.
- La desviación estándar es un índice para usar cuando se pretende describir la variabilidad de una variable continua en una muestra.
- El error estándar de la media se debe usar cuando se pretende cuantificar el error cometido al estimar la media poblacional mediante la media muestral.

dar de la media y el límite superior como la media más 1,96 veces el error estándar de la media y éste es uno de los métodos estadísticos que exige normalidad de la población⁴), que quiere decir que podemos afirmar, con una probabilidad de acierto de 0,95, que la media poblacional está incluida en dicho intervalo. Compárese con el valor 44,5 de la media poblacional que, en este ejemplo y en contra de lo que ocurre en las investigaciones reales, es conocido.

Nota: En todo el artículo se han usado las denominaciones “desviación estándar” y “error estándar”, pero en la literatura estadística y clínica se usan indistintamente con ellas “desviación típica” y “error típico” respectivamente.

BIBLIOGRAFÍA

1. Quinn J, Cummings S, Callahan M, Sellers K. Suturing versus conservative management of lacerations of the hand: randomised controlled trial. *BMJ* 2002; 325:299-301.
2. Waalen J, Felitti V, Beutler E. Haemoglobin and ferritin concentrations in men and women: cross sectional study. *BMJ* 2002;325:137.
3. Elveback LR, Guillier CL, Keating FRJ. Health, normality, and the ghost of Gauss. *JAMA* 1970;211:69-75.
4. Pérez de Vargas A, Abraira Santos V. Bioestadística. Madrid: Centro de Estudios Ramón Areces; 1996.
5. Altman DG, Bland JM. Statistics notes: The normal distribution. *BMJ* 1995;310:298.
6. Abraira V. Estimación: intervalos de confianza. *SEMERGEN* 2002;28:84-5.