

Evaluación sísmica de los edificios de mampostería típicos de Barcelona aplicando la metodología Risk-UE

R. Moreno González y J.M. Bairán García

Departamento de Ingeniería de la Construcción, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, España

INFORMACIÓN DEL ARTÍCULO

Historia del artículo:

Recibido el 1 de julio de 2011
Aceptado el 12 de agosto de 2011
On-line el 28 de junio de 2012

Palabras clave:

Vulnerabilidad
Espectros de capacidad
Curvas de fragilidad
Daño sísmico
Mampostería y análisis *pushover*

Keywords:

Vulnerability
Capacity spectra
Fragility curves
Seismic damage
Masonry and pushover analysis

R E S U M E N

En este trabajo se realiza un estudio para evaluar la vulnerabilidad y el daño sísmico en edificios de obra de fábrica de ladrillo no reforzada. Se han elegido 3 modelos de edificios representativos del distrito *Eixample* de Barcelona. El análisis de la vulnerabilidad sísmica se lleva a cabo mediante la metodología Risk-UE. La demanda sísmica se define a partir del espectro de proyecto elástico con 5% de amortiguamiento, definido, en este caso, por el Eurocódigo 8. Las curvas de fragilidad se obtienen a partir de un análisis no lineal, teniendo en cuenta los espectros de capacidad. El daño sísmico esperado se consigue con las matrices de probabilidad de daño, las cuales indican la probabilidad de ocurrencia de un estado de daño para una demanda sísmica específica. La modelización de los edificios se realiza con el programa *TreMuri* mediante un modelo de macroelementos, el cual representa las paredes de los edificios. Los edificios aquí analizados son reales y se dispuso de planos e informes específicos. Los resultados obtenidos muestran una vulnerabilidad importante en este tipo de edificios, teniendo en cuenta el escenario sísmico considerado el daño sísmico esperado es alto.

© 2011 CIMNE (Universitat Politècnica de Catalunya). Publicado por Elsevier España, S.L. Todos los derechos reservados.

Seismic assessment of the masonry buildings typical of Barcelona using the Risk-UE methodology

A B S T R A C T

In this work, a study about the vulnerability and seismic damage of unreinforced masonry buildings is carried out. Three models of buildings representatives of the *Eixample* district of Barcelona have been chosen. The seismic vulnerability is evaluated by means of the Risk-UE methodology. The seismic demand is described by elastic project spectrum, in this case, defined by the Eurocode 8. Fragility curves are obtained from a nonlinear analysis, considering the capacity spectra. Expected seismic damage is gotten with the damage probability matrices, which indicate the occurrence probability of a damage state for a seismic demand given. The analysis of the buildings has been performed by *TreMuri* program by means of a macroelements model, which represents of a whole masonry panel. The buildings, here, analyzed are real and detailed structural drawings and reports have been used to model them. The results shown a considerable vulnerability in this type of buildings, therefore, in spite of the seismic hazard the expected seismic risk is significant.

© 2011 CIMNE (Universitat Politècnica de Catalunya). Published by Elsevier España, S.L. All rights reserved.

1. Introducción

Los estudios de riesgo sísmico se han convertido en una herramienta excelente para predecir y gestionar los efectos catastróficos de los terremotos en ambientes urbanos. Sin duda alguna, el siglo xx

ha contemplado el crecimiento de la población mundial y las grandes aglomeraciones humanas y el estilo de vida moderno aumentan el riesgo. En el mundo, durante este siglo xx han ocurrido más de 1.100 terremotos fuertes que han causado más de millón y medio de víctimas. Ejemplos de terremotos que produjeron grandes pérdidas, solo en el último cuarto de siglo, son, entre otros, Perú (1970, 2007), China (1976, 2008), Rumania (1977), Italia (1980, 2009), Chile (1985), México (1985), Ecuador (1987), Armenia (1988), Estados Unidos (1987, 1989, 1994), Japón (1995), Venezuela (1967,

Correos electrónicos: mgrosangel@ciccp.es (R. Moreno González), jesus.miguel.bairan@upc.edu (J.M. Bairán García).

Tabla 1
Distribución de las tipologías existentes en Barcelona [1]

Tipologías	Descripción	Edificios existentes
M31:	Edificio de obra de fábrica con forjado de viguetas de madera	32%
M32:	Edificio de obra de fábrica con forjado de bóveda de revoltón cerámico	18%
M33:	Edificio de obra de fábrica con forjado de viguetas metálicas y bóveda de revoltón cerámico	26%
M34:	Edificio de obra de fábrica con forjado de viguetas de hormigón y bóveda de revoltón cerámico	1%
RC32:	Edificio de hormigón armado con forjado reticular, sistema estructural irregular y paredes de relleno dispuestas de forma irregular	18%
S1:	Edificio metálico porticado	1%
S2:	Edificio metálico arriostrado	1%
S3:	Edificio metálico de pórticos con paredes de obra de fábrica	1%
S5:	Edificio metálico porticado con sistemas formados de hormigón (forjado de hormigón)	2%

1997), Colombia (1983, 1999), Turquía (1999), El Salvador (2001), India (2001), Irán (2003), el terremoto de Indonesia (2004), con más de 250.000 víctimas producidas por el tsunami generado por la magnitud del sismo y el reciente devastador terremoto en Haití (2010) y Chile (2010), también hay que indicar el terremoto de Japón del presente año.

La principal causa de pérdidas humanas y económicas que se producen a causa de los terremotos está enfocada en el comportamiento sísmico inadecuado de las estructuras. La sociedad actual vive en la cultura del riesgo y muchos han aprendido a reducir los efectos dañinos de los terremotos sobre los edificios y la población. Cada vez más, la ocurrencia de terremotos pone de manifiesto la diferencia de daños entre países desarrollados y países en vías de desarrollo. Los países en vías de desarrollo y otros, cuya sismicidad es moderada o con largos períodos de recurrencia, siguen siendo víctimas de las catástrofes naturales. Además, la baja y/o moderada sismicidad o los largos períodos de retorno de grandes terremotos, producen una escasa preocupación por el riesgo sísmico, una ausencia total de memoria histórica y un descuido de cualquier precaución sísmica. En zonas de sismicidad moderada o baja es frecuente encontrar que las construcciones no incluyan ningún tipo de análisis o diseño antisísmico, debido a que las normativas no suelen obligar a ello o que no existían en el momento de su construcción o, sencillamente, que la población no reconoce el evento sísmico como un factor de riesgo para su comunidad. Todo ello induce un importante aumento de la vulnerabilidad, del daño y por ende del riesgo sísmico.

Los avances que se realizan en el diseño de estructuras se aplican a las estructuras nuevas y, en menor medida, a la rehabilitación de estructuras existentes; sin embargo existen muchas más estructuras antiguas que edificios de nueva construcción. Para reducir el riesgo hay que reducir la vulnerabilidad de los edificios. No existe una metodología estándar para estimar la vulnerabilidad sísmica de los edificios, ni de las estructuras en general. La base fundamental para estudiar la vulnerabilidad o el riesgo sísmico, a nivel estructural, es disponer de una amplia información sobre los elementos con los que se pretende trabajar para evaluar la vulnerabilidad sísmica y, a partir de aquí, calcular el daño probable que se pueda sufrir a causa de un sismo.

Este trabajo hace referencia a la estimación del daño sísmico directo en edificios de obra de fábrica (conocidos también como edificios de mampostería) existentes en Barcelona (España) construidos durante la época del modernismo. Aquí se describe y se aplica uno de los modelos más avanzados en la evaluación de la vulnerabilidad y el daño sísmico. Para llevar a cabo este estudio se emplea una metodología que contempla la modelización de edificios mediante técnicas basadas en el desempeño sísmico. El método describe la acción sísmica en términos de espectros de proyecto elásticos con 5% de amortiguamiento y el edificio en términos de curvas y/o espectros de capacidad, la evaluación del daño esperado se efectúa mediante curvas de fragilidad y matrices de probabilidad de daño. Siendo el objetivo principal, de este trabajo, la obtención de las matrices de probabilidad de daño específicas para los edificios

de obra de fábrica de ladrillo existentes en el Ensanche («*Eixample*» en catalán) de Barcelona.

A finales del siglo XIX y principios del siglo XX, el sistema constructivo más frecuente en Barcelona, utilizaba muros de carga de obra de fábrica de ladrillo y forjados de bovedilla con vigas de madera o viguetas metálicas. En el distrito *Eixample*, aproximadamente, el 75% de los edificios pertenecen a esta tipología. En general, la tipología que representa un mayor número de edificios son los edificios de obra de fábrica de ladrillo, seguido, los edificios de hormigón armado con forjados reticulares y, finalmente, los edificios metálicos, estos últimos representan un 5% de los edificios existentes. La tabla 1 muestra la distribución de los edificios existentes, en la ciudad de Barcelona, según su tipología [1].

La Municipalidad de Barcelona tiene una base catastral, la cual está muy bien documentada en el informe Infocca [2], referente a la edad y características constructivas de los edificios; permite determinar las características geométricas, en planta y en altura de los edificios de cada parcela. Se dispone de información de 63.000 edificios que representan, aproximadamente, el 91% del total de edificios, los cuales corresponden a edificios residenciales. De estos edificios se conoce, como ya se dijo, su configuración en planta y en altura, así como su situación dentro de la manzana, la tipología constructiva, el año de construcción y el estado de conservación; además, se dispone de planos arquitectónicos y estructurales de varios edificios existentes, así como también, de informes patológicos.

2. El *Eixample* de Barcelona y sus edificios

En Barcelona, durante la primera mitad del siglo XIX se intensifica la urbanización del interior de la ciudad que, progresivamente, se dota del aspecto e infraestructuras de una ciudad moderna. Lo que da paso al nacimiento de la Barcelona actual es el distrito *Eixample*, el cual fue proyectado por el ingeniero Ildefonso Cerdá [3]. Este proyecto de expansión de la ciudad permitió unir el núcleo de la ciudad con los pueblos que darán nombre a los distritos y barrios de la ciudad actual. La aprobación del «Plan del *Eixample*» de Barcelona, de Ildefonso Cerdá, en el año 1859 va a cambiar y a convertir a la ciudad catalana en un referente del urbanismo moderno. Este plan urbanístico tiene ya 150 años y ha permitido a la ciudad crecer ordenadamente y resolver con eficiencia los problemas de una ciudad atrapada dentro de murallas; también ha significado la unión armónica entre historia y progreso.

En la actualidad, Barcelona está delimitada entre las montañas de *Montjuïc* y *Collserola* y los ríos *Llobregat* y *Besós*, que limitan claramente su crecimiento en superficie, dejando, como única alternativa de crecimiento, la reconstrucción de zonas en desuso o industriales. El distrito del *Eixample* (Ensanche en español) destaca como la principal área de Barcelona donde se acumula una importante población, una notable actividad económica y un importante patrimonio cultural [4,5]. Hoy en día, es el distrito con mayor número de habitantes. Actualmente, el municipio de Barcelona se extiende en una superficie de 9907Ha con una población de 1,5

millones de habitantes según el censo del 1 de enero de 2004. Las cifras oficiales de población de Barcelona por distritos se resumen a continuación: *Eixample* 16%, *Sant Martí* 14%, *Sants-Montjuïc* 11%, *Horta Guinardó* 11%, *Nou Barris* 10%, *Sant Andreu* 9%, *Sarrià-Sant Gervasi* 9%, *Gràcia* 8%, *Ciutat Vella* 7% y *Les Corts* 5%.

2.1. El sistema constructivo del Ensanche de Barcelona

El *Eixample* de Barcelona está formado por manzanas simétricas de 113×113 m, perfectamente alineadas, y con chaflanes de una longitud de 20 m. En cada manzana hay un promedio de 25 edificios, en su mayoría son edificios de obra de fábrica de ladrillo (edificios de mampostería), aunque es frecuente encontrar que entre 2 edificios viejos se haya construido uno nuevo de hormigón armado con forjados reticulares u ocasionalmente, metálico. En el sistema constructivo del *Eixample* se pueden distinguir 2 tipos de edificios, los edificios de línea o banda y los edificios de esquina o chaflán. Estos edificios, con las mismas proporciones dan como resultado unas técnicas constructivas que se sistematizan debido a que se repiten constantemente, dando origen a un sistema constructivo que varía básicamente en la fachada.

Los edificios son de paredes de carga, los cuales muestran esquemas muy repetitivos, tales como: cimentación superficial sobre zapatas corridas bajo muros, o aisladas bajo pilares, los elementos resistentes son muros de carga y elementos de sustentación en planta baja, sobre un sistema de jácenas metálicas o de pórticos de hormigón se apoyan las paredes de carga o bien secundarias, normalmente, las jácenas metálicas se apoyan sobre paredes de mampostería. Suele existir uno o más núcleos parcialmente cerrados mediante paredes de fábrica de ladrillo de 10 cm de espesor, formados alrededor de las cajas de escaleras o de los patios de luces.

Normalmente, las paredes alcanzan longitudes importantes (15 m). En las paredes existen aberturas para puertas y ventanas que dan lugar a dinteles o antepechos de anchura y altura variables. La distribución de las paredes de carga responde a 3 esquemas estructurales fundamentales [6]: los muros de fachada (calle y patio de manzana) son de 30 cm de espesor y actúan como paredes de carga (muros portantes) junto a un conjunto de paredes interiores de carga, paralelas a aquellas, de 15 cm de espesor. En el caso de edificios estrechos, el forjado se forma en sentido transversal actuando las paredes de medianería (secundarias) como muros de carga. En el caso de edificios de esquina, la distribución es en forma trapecial, las fachadas de calle y patio actúan como paredes de carga, se dispone de una segunda pared de carga interior paralela a la fachada de calle y se utilizan otras paredes interiores como elementos de carga. De esta forma, existen paredes de carga en, al menos, 3 direcciones, separadas angularmente a 45° (una dirección transversal, paralela al chaflán, y 2 direcciones diagonales al eje y paralelas a los lados de la manzana).

Los forjados son unidireccionales y presentan luces cortas, es previsible que se trate de forjados, unidireccionales. Según el año de construcción, los forjados pueden estar formados de viguetas de madera, metálicas o de hormigón sin capa superior de compresión. Los forjados de vigueta metálica y revoltón cerámico son comunes en los techos de planta baja, apoyándose en jácenas y pilares metálicos o bien en paredes y los forjados de vigueta de madera y revoltón cerámico son comunes en el resto de las plantas, están formados por 2 hojas de rasilla y sobre estas existen cascotes en relleno de senos, mortero de cal y pavimento. El revoltón constituye el sistema tradicional y las bovedillas de cerámica o de mortero son rellenas de cascotes de cemento o mortero de baja resistencia.

La mayoría de los edificios de obra de fábrica tienen de 6 a 8 niveles, figura 1, y presentan alturas diferentes en las primeras plantas respecto al resto. Hoy en día, estas primeras plantas son dedicadas al comercio.



Figura 1. Edificios típicos del distrito *Eixample* de Barcelona.

3. Metodología Risk-UE para la evaluación de la vulnerabilidad y el daño sísmico

Lo más reciente en el campo de la evaluación de la vulnerabilidad y el daño sísmico se basa en modelos mecánicos. En este trabajo se sigue un procedimiento simplificado propuesto en el proyecto Risk-UE [1] y basado en el método del espectro de capacidad.

A partir de un análisis estático no lineal es posible construir curvas de capacidad, para esto es necesario disponer de modelos de edificios y de considerar las técnicas constructivas. Las curvas de capacidad definen la resistencia estructural del edificio y, gráficamente, se representan con el cortante en la base, eje de las ordenadas, y el desplazamiento lateral de la última planta, eje de las abscisas.

Las curvas de capacidad se pueden representar en coordenadas espectrales a partir de las propiedades modales, de esta manera se tiene, en un mismo sistema de coordenadas, la capacidad estructural y la demanda sísmica. Esta nueva representación recibe el nombre de espectro de capacidad.

Con la finalidad de tener parámetros objetivos y cuantificables para evaluar la capacidad y fragilidad de una estructura, el espectro de capacidad se representa por medio de una curva de capacidad bilineal simplificada, definida por 2 puntos de control: capacidad de cedencia (D_y, A_y) y capacidad última (D_u, A_u), figura 2. El punto de capacidad de cedencia representa el desplazamiento en el que la respuesta del edificio empieza a ser no lineal y el punto de capacidad última representa el desplazamiento en el que el sistema estructural ha alcanzado el mecanismo de colapso o su máxima capacidad [7].

La curva de capacidad bilineal se determina mediante un criterio de balance de energía, de esta manera se busca que la curva bilineal

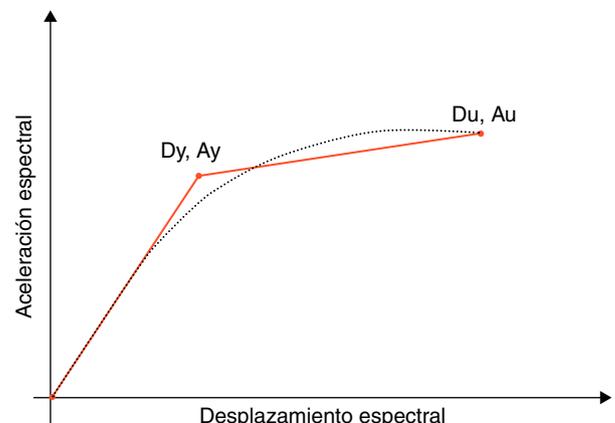


Figura 2. Definición del espectro de capacidad bilineal.

Tabla 2
Definición de los umbrales de los estados de daño

Umbrales de daño	Definición
Leve	$\overline{Sd}_1 = 0,7 \cdot Dy$
Moderado	$\overline{Sd}_2 = Dy$
Severo	$\overline{Sd}_3 = Dy + 0,25 \cdot (Du - Dy)$
Completo	$\overline{Sd}_4 = Du$

pueda absorber la misma energía que la curva de capacidad real y que tenga el mismo punto de desplazamiento último.

La acción sísmica se define por medio del espectro de proyecto elástico con 5% de amortiguamiento. El espectro de demanda es la representación de la acción sísmica y se define por medio del espectro de proyecto elástico de la zona de estudio, con 5% de amortiguamiento, reducido para niveles mayores de amortiguamiento efectivo. Está representado en coordenadas espectrales: aceleración espectral, en el eje de las ordenadas y, desplazamiento espectral, en las abscisas.

Para la estimación del daño esperado en un edificio sometido a una acción sísmica es necesario determinar el máximo desplazamiento espectral que este va a experimentar. Esta respuesta máxima se conoce como punto de desempeño o punto de capacidad por demanda.

El espectro de demanda y el punto de desempeño se obtienen a partir del espectro de proyecto elástico con 5% de amortiguamiento y del espectro de capacidad mediante un proceso iterativo: ATC-40, procedimiento A [8], Eurocódigo 8, anexo B [9], entre otros. El punto de desempeño se obtiene en el punto de intersección del espectro de capacidad y el espectro de demanda.

Las curvas de fragilidad definen la probabilidad de alcanzar o exceder un estado de daño límite específico, dada una respuesta estructural, ante una acción sísmica dada. Las curvas de fragilidad siguen una distribución de probabilidad lognormal y se construyen con respecto a una variable que caracteriza la acción sísmica, en este caso, el desplazamiento espectral. Así pues, las curvas de fragilidad se definen como:

$$P[ED \geq ED_i] = \Phi \left[\frac{1}{\beta_{ED}} \cdot \ln \left(\frac{Sd}{\overline{Sd}_{ED}} \right) \right] \quad (1)$$

donde \overline{Sd}_{ED} es el desplazamiento espectral medio para el cual la probabilidad de excedencia es del 50%, β_{ED} es la desviación estándar del logaritmo natural del desplazamiento espectral para el estado límite de daño, en otras palabras, β_{ED} es la variabilidad asociada al estado de daño, Φ es la función de distribución normal estándar acumulada, Sd es el desplazamiento espectral; ED indica el estado de daño y viene definido como: 1-para el estado de daño leve, 2-para moderado, 3-para severo y 4-es el estado de daño completo (justo antes de que se produzca el colapso). Gráficamente se representa, en las ordenadas la $P(ED > ED_i)$ y, el desplazamiento espectral, en las abscisas.

Siguiendo con la metodología Risk-UE [1,10] las curvas de fragilidad pueden ser obtenidas de forma simplificada a partir de la curva de capacidad bilineal. La tabla 2 muestra la definición de los umbrales de los estados de daño en función de los puntos de capacidad de cedencia y capacidad última.

La estimación de la desviación estándar no es un problema trivial. Dentro del proyecto Risk-UE [1] se asume que el daño sísmico esperado sigue una distribución de probabilidad binomial [11] y que la probabilidad de cada estado de daño, en su desplazamiento espectral medio, es del 50% [12].

La tabla 3 muestra las probabilidades acumuladas esperadas para todos los estados de daño cuando una distribución de probabilidad binomial es asumida y la probabilidad para un estado de

Tabla 3
Probabilidades de los estados de daño esperados cuando se fija en 50% la probabilidad para cada estado de daño: (1) leve, (2) moderado, (3) severo y (4) completo

Condition	μ_D	P_β (1)	P_β (2)	P_β (3)	P_β (4)
P_β (1)=0,5	0,911	0,500	0,119	0,012	0,000
P_β (2)=0,5	1,919	0,896	0,500	0,135	0,008
P_β (3)=0,5	3,081	0,992	0,866	0,500	0,104
P_β (4)=0,5	4,089	1,000	0,988	0,881	0,500

daño particular está fijada en 50% (ver [13]). En esta tabla también se presenta el parámetro (μ_D) que controla la distribución de probabilidad binomial asumida [12].

Finalmente, para cada escenario sísmico y para cada edificio se obtienen las matrices de probabilidad de daño, las cuales se definen a partir de las curvas de fragilidad y del punto de capacidad por demanda. Para esto, es necesario entrar en las curvas de fragilidad con el punto de desempeño y obtener las probabilidades correspondientes a cada estado de daño.

Para analizar el daño sísmico se han considerado 5 estados de daño: no daño, daño leve, moderado, severo y completo. El parámetro ponderado de daño medio que se suele usar para cuantificar los resultados se define como:

$$d_M = \sum_{i=0}^{i=4} ED_i \cdot P(ED_i) \quad (2)$$

donde i corresponde a cada estado de daño considerado y $P(ED_i)$ es la probabilidad de ocurrencia del estado de daño i dado un desplazamiento espectral. El índice i toma valores de 0, 1, 2, 3 y 4 para los estados de daño: nulo (no daño), leve, moderado, severo y completo, respectivamente.

Este parámetro de daño medio (d_M) tiene intervalos de variación para cada estado de daño y, además, se podría utilizar para representar escenarios de riesgo sísmico en un área determinada. Para los 5 estados de daño considerados (no daño, leve, moderado, severo y completo) los intervalos de variación de d_M son mostrados en la tabla 4.

4. Escenarios sísmicos

La acción sísmica se considera en términos espectrales. Se considera, para Barcelona, un nivel de aceleración pico máxima (PGA) de 0,04g. Este valor ha sido tomado de acuerdo a la norma sísmica española vigente NCSE-02 [14] y corresponde a un período de retorno de 500 años. Para las formas de los espectros de proyecto elásticos con 5% de amortiguamiento se han tomado los definidos en el Eurocódigo 8 [9], donde se consideran hasta 5 tipos de suelo: A, B, C, D y E, que van desde suelos duros (tipo A) a suelos blandos (tipo D); los suelos tipo E corresponden a una configuración de suelos con un nivel aluvial de tipo C o D sobre un material más duro (tipo A). De esta forma las características de los suelos tipo A, B, C y D del Eurocódigo 8 son comparables con los de tipo I, II, III y IV de la NCSE-02, si bien no hay una coincidencia total.

La tabla 5 muestra los parámetros que definen los espectros de proyecto elásticos con 5% de amortiguamiento aquí utilizados. La figura 3 muestra los espectros elásticos para un amortiguamiento

Tabla 4
Intervalos de variación del parámetro de daño medio

Umbrales de daño	Variación
No daño	$0 \leq d_M < 0,5$
Leve	$0,5 \leq d_M < 1,5$
Moderado	$1,5 \leq d_M < 2,5$
Severo	$2,5 \leq d_M < 3,5$
Completo	$3,5 \leq d_M \leq 4,0$

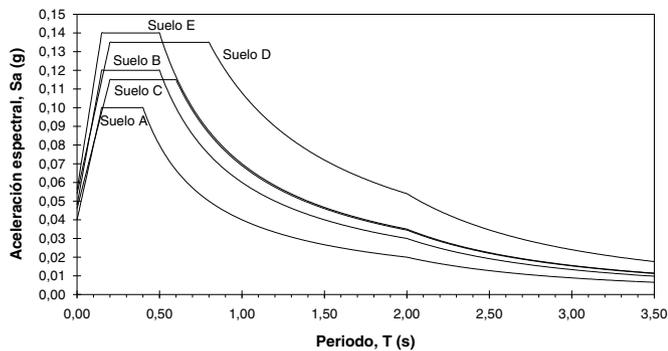


Figura 3. Espectros de proyecto elásticos para Barcelona, definidos en el EC-8.

del 5%. En la tabla 5, S es un parámetro del suelo, k_1 y k_2 son los exponentes que definen la forma del espectro para un período de vibración mayor que T_C y T_D , respectivamente. T_B y T_C son los límites del tramo de aceleración espectral constante y T_D define el comienzo del tramo de desplazamiento constante del espectro [9].

5. Evaluación sísmica

Como ya se dijo anteriormente, el objetivo principal de este trabajo es obtener las matrices de probabilidad de daño para evaluar el daño sísmico esperado en los edificios de obra de fábrica existentes en el distrito *Eixample* de Barcelona. El análisis se ha llevado a cabo mediante una metodología basada en el método del espectro de capacidad, la cual ha sido desarrollada dentro del marco del proyecto europeo Risk-UE [1,15]. Para estudiar el daño sísmico esperado en este tipo de edificaciones se ha considerado un escenario sísmico definido por la norma sísmica española NCSE-02 [14] y el Eurocódigo 8 [9], donde la aceleración sísmica básica para Barcelona es de 0,04 g. Después de definir las propiedades mecánicas y geométricas y los materiales se evalúa la capacidad de los edificios mediante el programa TreMuri [16], este permite realizar análisis estático y dinámico no lineal de edificios de mampostería en 3D. A partir de aquí se obtienen las curvas de capacidad y los espectros de capacidad bilineales para cada edificio, seguidamente, se definen las correspondientes curvas de fragilidad y, finalmente, se obtienen las matrices de probabilidad de daño, alcanzando el objetivo deseado.

5.1. Modelización de los edificios

Dentro del sistema constructivo del *Eixample* se distinguen 2 tipos de edificios, los de línea y los de esquina, presentando unas técnicas constructivas muy similares. En este apartado se definen los 3 edificios seleccionados para representar los edificios de obra de fábrica de ladrillo ampliamente existentes en Barcelona y, además, se utilizan para evaluar la vulnerabilidad y el daño sísmico esperado.

Los edificios llamados Pelayo y Castillejos son representativos de los edificios situados dentro de las hileras de edificios, cuya fachada principal da a una calle. Estos edificios, de planta rectangular, son los llamados edificios de línea, es decir, no forman esquina. El

Tabla 5
Parámetros que definen los espectros de proyecto elásticos

Tipo de suelo	S	k_1	k_2	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
A	1,00	1,0	2,0	0,15	0,40	2,0
B	1,20	1,0	2,0	0,15	0,50	2,0
C	1,15	1,0	2,0	0,20	0,60	2,0
D	1,35	1,0	2,0	0,20	0,80	2,0
E	1,40	1,0	2,0	0,15	0,50	2,0



Figura 4. Forjado de madera típico del *Eixample* (tomado de los planos).

edificio llamado Esquina tiene una planta más irregular y, muestra 3 secciones de fachada, 2 que dan a calles distintas (calles perpendiculares) y una en chaflán que las une. Este edificio Esquina es típico de las esquinas correspondientes a los cruces entre calles.

Los 3 edificios aquí analizados son reales y típicos en *l'Eixample*, han sido definidos a partir de planos originales. En la tabla 6 se especifican las características en planta y altura de los edificios estudiados.

En cuanto al edificio Pelayo, las paredes son de 15 cm de espesor y las paredes de fachadas de 30 cm. En las 2 primeras plantas existen pilares y jácenas metálicas, los cuales soportan el peso de las paredes superiores. Este edificio se puede describir dentro de la época del Pre-modernismo: 1860-1900.

En el edificio Castillejos, las paredes de la fachada principal y trasera tienen espesores de 50 cm y 45 cm, respectivamente, reduciéndose a partir del primer nivel unos 10 cm y 15 cm, respectivamente. Las paredes laterales o medianeras tienen un espesor de 30 cm en la planta baja y de 15 cm en el resto de las plantas, existen otras paredes interiores de 15 cm de espesor.

En cuanto al edificio Esquina, presenta una mayor diversidad de formas geométricas, las paredes están dispuestas de forma paralela las unas con las otras para crear un sistema resistente. El muro de fachada de calle tiene un espesor de 40 cm y el de la fachada trasera de 30 cm, las paredes interiores de carga son de 15 cm de espesor. El sistema resistente interior en las 2 primeras plantas está formado de pilares y jácenas metálicas.

Los edificios Castillejos y Esquina se pueden describir en la época del Postmodernismo: 1910-1936. Para los 3 edificios se ha considerado el mismo tipo de forjado, es un forjado de losas de viguetas de madera, cubiertas de revoltón y con una base de baldosa doblada encajada en el interior para sostenerlo y, finalmente, cubierto de mortero de cal, figura 4, este tipo de forjado junto a los de viguetas metálicas son los más utilizados.

5.2. Programa TreMuri

Para el estudio aquí realizado, se analizó cada edificio con el programa TreMuri [16]. El programa TreMuri es un programa tridimensional de análisis no lineal para estructuras de fábrica de ladrillo (mampostería) y ha sido desarrollado en la universidad italiana: «*Università degli Studi di Genova*». El programa representa los paneles de mampostería mediante un modelo no lineal de macro elementos propuesto por Gambarotta y Lagomarsino [17]. El TreMuri es un programa de macro elementos, proyectado para un

Tabla 6
Características de los edificios analizados

Edificios	Pelayo	Castillejos	Esquina
Año de construcción	1882-1886	1930-1931	1936
N.º plantas	6	7	8
Dimensiones (m)	18,40 × 23,70 A = 436,08 m ²	12,65 × 27,00 A = 341,55 m ²	P = 94,30 m A = 557 m ²
H (m)	24,4	22,0	22,4
h. planta baja (m)	4,8	4,0	3,1
h. 1.ª planta (m)	4,0	3,0	2,5
h. resto plantas (m)	3,9	3,0	2,8

análisis incremental no lineal con control de fuerza o desplazamiento, análisis estático, análisis modal y análisis dinámico con excitación sísmica en la base de la estructura, bidimensional o tridimensional.

El modelo de daño del macro modelo utilizado en el programa para ensamblar el modelo de la pared, tiene en cuenta el efecto de la resistencia a compresión limitada de la mampostería, especialmente en el mecanismo del vuelco. El modelo incluye los efectos de agrietamiento por medio de una ley constitutiva no lineal con deterioro de la rigidez en compresión [18].

A parte de sus características geométricas, el macro elemento es definido por 6 parámetros: el módulo de cortante, la rigidez axial, la resistencia a cortante de la mampostería, un coeficiente adimensional que controla la deformación inelástica, un coeficiente global de fricción y un factor que controla la fase del ablandamiento [10].

Los modelos numéricos que incorpora el programa han sido calibrados cuidadosamente, de forma que el programa es capaz de reproducir los mecanismos de disipación observados en casos reales. En consecuencia, TreMuri es capaz de describir y simular el comportamiento no lineal en el plano de los paneles de mampostería y permite estimar el daño que este tipo de edificios sufren, cuando se ven sometidos a sismos.

La definición de los muros de obra de fábrica se realiza considerando los vacíos existentes, tales como puertas y ventanas, el ensamblaje de los macro elementos se realiza utilizando pilares y dinteles de mampostería conectados unos con otros. Los macro elementos representan un panel entero de mampostería. Los pilares se definen como un subgrupo de elementos ubicados uno encima de otro, mientras que en los dinteles su orientación es horizontal y corresponden a los elementos que se encuentran localizados entre pilares. La figura 5 muestra el modelo de macro elemento de una pared, esta pared corresponde a uno de los edificios analizados.

La figura 6 muestra, en perspectiva, los 3 edificios modelados con el programa TreMuri y las plantas de estos edificios con la numeración de las paredes.

Antes de llevar a cabo el análisis es necesario definir las propiedades mecánicas de los materiales.

Tabla 7
Propiedades mecánicas de los elementos

Paredes de Mampostería		
Módulo elástico, E		1800 MPa
Módulo a cortante, G		300 MPa
Resistencia a cortante, τ_k		0,12 MPa
Resistencia a compresión, f_{mk}		4,0 MPa
Peso específico, γ		1.800 kg/m ³
Parámetro de ablandamiento para pilares, β_p		0,20
Parámetro de ablandamiento para vigas, β_d		0,05
Forjado de Madera		
Módulo elástico, E_1		40 MPa
Módulo elástico, E_2		100 MPa
Módulo a cortante, G		5,0 kN/m ²
Carga, q		
Perfiles Metálicos		
	Pilares	Vigas
Tipo de perfiles	HEB-200	IPN-360
Módulo elástico, E_s	2,1E5 MPa	2,1E5 MPa
Área, A	0,00781 m ²	0,0097 m ²
Momento de inercia, I_y	56,97E-6 m ⁴	19,61E-5 m ⁴
Peso específico, γ	7.850 kg/m ³	7.850 kg/m ³

5.3. Características mecánicas

Para evaluar el comportamiento de los edificios es necesario conocer sus propiedades mecánicas. La tabla 7 contiene los parámetros característicos de los macro elementos utilizados para modelar las paredes y muros de mampostería, los macro elementos son tipo pilar y tipo dintel. La misma tabla 7 muestra los parámetros para las configuraciones constructivas aquí definidas, las características de los forjados, las propiedades de los pilares y jácenas metálicas [7].

Realmente, se desconoce la existencia de estudios rigurosos que permitan definir con exactitud las propiedades mecánicas de estos materiales. En base a las especificaciones técnicas al uso, a las características constructivas, a los materiales utilizados, a estudios patológicos realizados en algunos edificios, a estudios realizados por otros investigadores [19] y, junto con la ayuda de la opinión de ingenieros con experiencia en el conocimiento del comportamiento mecánico de la obra de fábrica de ladrillo sin armar, se ha realizado un volumen importante de ensayos numéricos con el programa TreMuri, lo que ha permitido definir los parámetros mecánicos que requiere la definición de los macro elementos.

5.4. Análisis modal

Después de describir las características de los edificios tipo aquí presentados y definir, brevemente, la metodología a utilizar, se ha realizado, mediante el programa TreMuri, un análisis modal para obtener las propiedades dinámicas de cada edificio, así como también se ha realizado un análisis estático no lineal.

A partir de un análisis modal se obtienen las propiedades dinámicas de cada estructura. Para cada modelo se han obtenido sus propiedades modales. La tabla 8 muestra las características modales correspondientes a los 3 primeros modos de vibración de los edificios Pelayo, Castillejos y Esquina. En la tabla 8, T es el período natural de vibración en segundos.

Para la evaluación de cada edificio se ha elegido el modo de vibración principal, que produce un desplazamiento longitudinal en dirección «y», perpendicular a la calle, es decir, se han utilizado las propiedades modales correspondientes al modo 3 para los edificios Pelayo y Castillejos y al modo 1 para el edificio Esquina. La

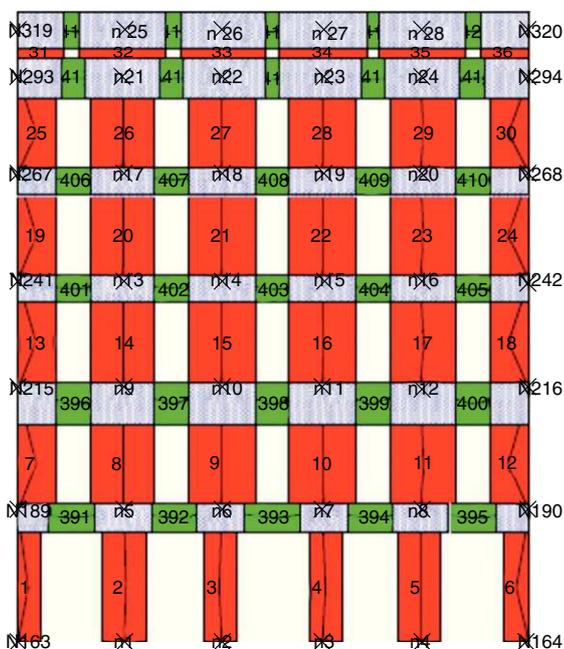


Figura 5. Modelo de macro elemento, programa TreMuri.

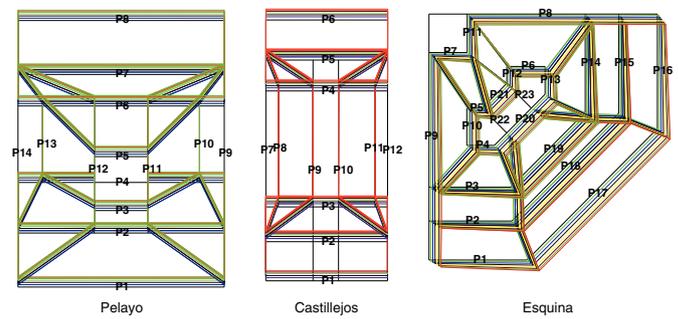
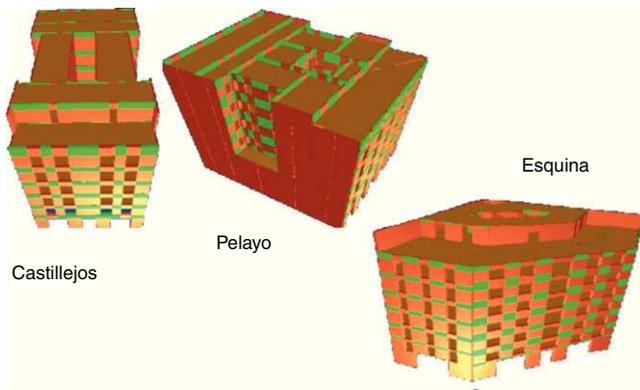


Figura 7. Vista en planta del modo de vibración en la dirección principal.

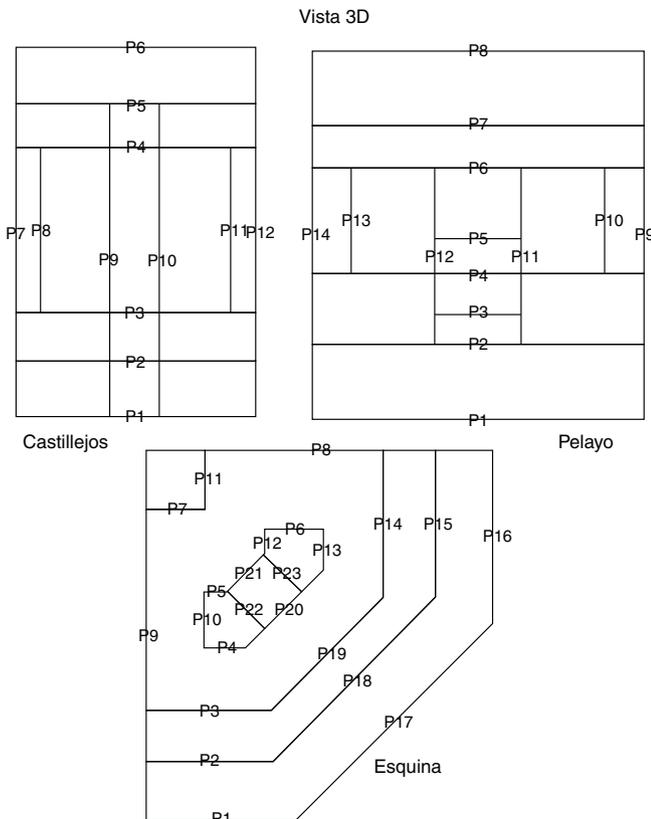


Figura 6. Vista en perspectiva (arriba) y plantas (abajo) de los edificios analizados.

Tabla 8. Valores modales para los edificios Pelayo, Castillejos y Esquina

	T (s)	% masa x	% masa y	% masa z
Pelayo				
Modo 1 (Despl. x)	1,24	91	0	0
Modo 2 (Rot. θ)	0,84	2	0	0
Modo 3 (Despl. y)	0,80	0	83	0
Castillejos				
Modo 1 (Despl. x)	0,85	85	0	0
Modo 2 (Rot. θ)	0,66	4	0	0
Modo 3 (Despl. y)	0,56	0	76	0
Esquina				
Modo 1 (Despl. y)	0,83	26	38	0
Modo 2 (Despl. x)	0,81	44	30	0
Modo 3 (Rot. θ)	0,49	7	9	0

Tabla 9. Parámetros que definen la curva de capacidad bilineal

	Capacidad de cedencia		Capacidad última	
	Dy (m)	Ay (g)	Du (m)	Au (g)
Pelayo	0,025	0,12	0,170	0,10
Castillejos	0,015	0,19	0,071	0,20
Esquina	0,011	0,12	0,051	0,12

figura 7 muestra el modo de vibración en planta, para los 3 edificios, en la dirección principal del análisis.

5.5. Análisis estático no lineal: capacidad y fragilidad

En este apartado se evalúa la capacidad y fragilidad de los edificios de obra de fábrica de ladrillo, ampliamente, existentes en la ciudad de Barcelona. Después de describir las características de los edificios y realizar el análisis modal, se ha llevado a cabo un análisis estático no lineal mediante el programa TreMuri. A partir del análisis estático no lineal se obtienen las curvas de capacidad para cada uno de los edificios analizados, donde el patrón de fuerzas horizontales utilizado corresponde con el modo de vibración definido anteriormente (ver sección 5.4 y figura 7), el cual está representado como una distribución de tipo senoidal, correspondiente con la simplificación aceptada en la norma sísmica española NCSE-02 [14] para el primer modo de vibración (modo principal).

Seguidamente, cada curva de capacidad es transformada a espectro de capacidad para su posterior comparación con el espectro de demanda. La tabla 9 muestra los valores que definen la curva bilineal de los espectros de capacidad y la figura 8 muestra las curvas de capacidad reales y las bilineales obtenidas para los edificios

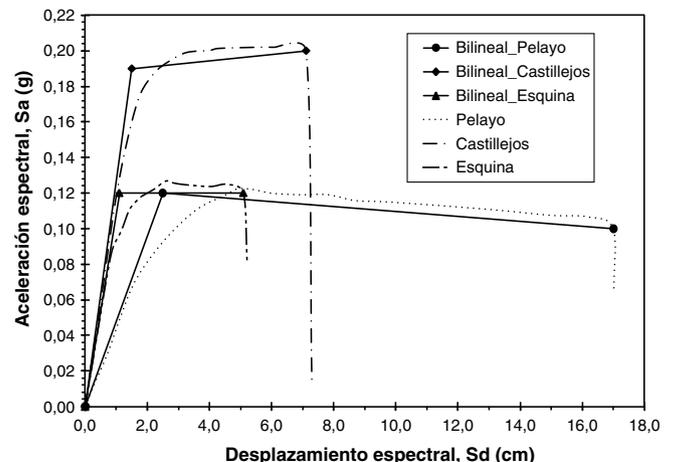


Figura 8. Espectros de capacidad, real y bilineal, edificios Pelayo, Castillejos y Esquina.

Tabla 10
Parámetros que definen las curvas de fragilidad, desplazamiento espectral medio y su variabilidad

	\overline{Sd}_1 (m)	β_1	\overline{Sd}_2 (m)	β_2	\overline{Sd}_3 (m)	β_3	\overline{Sd}_4 (m)	β_4
Pelayo	0,0177	0,28	0,0253	0,32	0,0609	0,67	0,1676	0,80
Castillejos	0,0107	0,28	0,0153	0,39	0,0293	0,61	0,0712	0,70
Esquina	0,0077	0,29	0,0111	0,40	0,0210	0,61	0,0509	0,70

Pelayo, Castillejos y Esquina. Como se dijo en el apartado 3, la curva bilineal se define por 2 puntos, el de capacidad de cedencia, que representa el desplazamiento en el que la respuesta del edificio empieza a ser no lineal, y el de capacidad última, el cual representa el desplazamiento en el que el sistema estructural ha alcanzado el mecanismo de colapso, este punto se obtiene automáticamente con el programa TreMuri a través de un análisis no lineal tipo *pushover*.

A partir de los espectros de capacidad bilineales, para cada edificio, se definen los desplazamientos espectrales medios para cada umbral del estado de daño para, a partir de aquí, desarrollar las curvas de fragilidad de cada edificio. La tabla 10 muestra los parámetros que definen las curvas de fragilidad correspondientes a los edificios analizados. Las figuras 9-11 muestran las respectivas curvas de fragilidad para los edificios Pelayo, Castillejos y Esquina.

5.6. Análisis de la capacidad por demanda: respuesta sísmica

A partir de los espectros de proyecto elásticos con 5% de amortiguamiento y de los espectros de capacidad, existen diversos procedimientos para estimar la respuesta sísmica representada, en este caso, por el desplazamiento espectral solicitado por un terremoto. En este trabajo se ha seguido el procedimiento indicado en el EC-8[9], este procedimiento se halla perfectamente detallado en el Anexo B de dicho código. Se ha comprobado que los resultados obtenidos apenas difieren de los que se obtienen usando el procedimiento A sugerido en el ATC-40 [8].

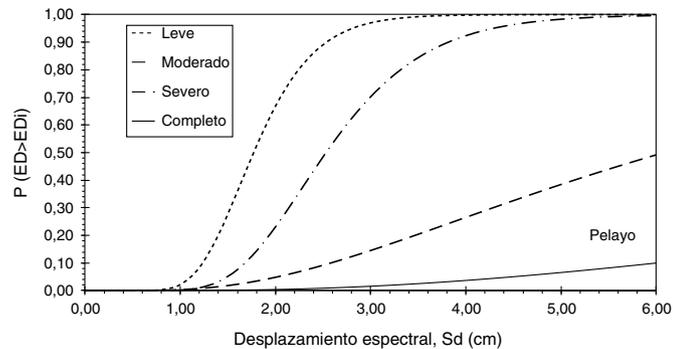


Figura 9. Curvas de fragilidad para el edificio Pelayo.

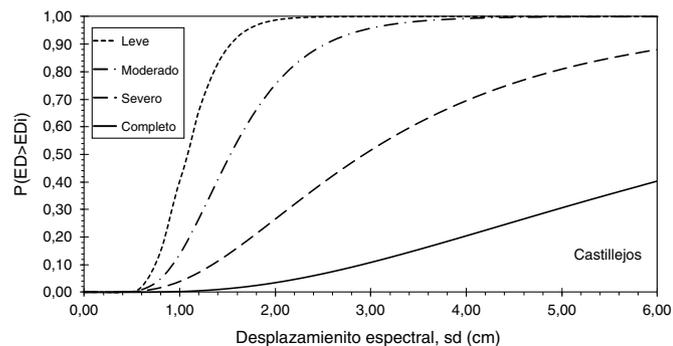


Figura 10. Curvas de fragilidad para el edificio Castillejos.

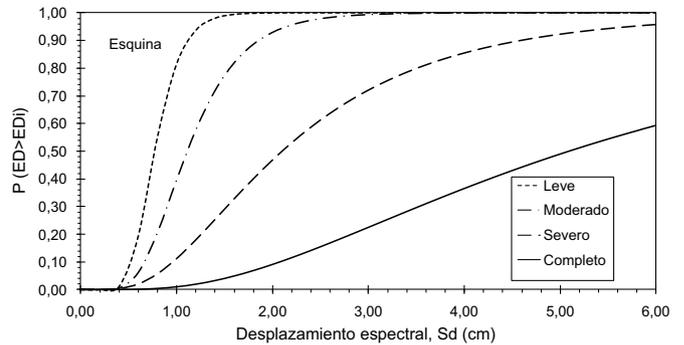


Figura 11. Curvas de fragilidad para el edificio Esquina.

La tabla 11 muestra los puntos de desempeño (puntos de capacidad por demanda) obtenidos para el escenario sísmico considerado (Barcelona). Se han tenido en cuenta los 5 tipos de suelos previstos en el EC-8.

6. Matrices de probabilidad de daño y daño sísmico esperado

Entrando en las curvas de fragilidad con el punto de capacidad por demanda se han obtenido las matrices de probabilidad de daño. La tabla 12 muestra las matrices de probabilidad de daño para el escenario sísmico considerado para los edificios típicos de Barcelona.

6.1. Daño esperado

El grado de daño medio indica el estado o grado de daño que tiene una mayor probabilidad de ocurrencia. La tabla 12 proporciona los factores de daño medio obtenidos a partir de las matrices

Tabla 11
Puntos de capacidad por demanda, S_{dPD}

S_{dPD} (m)	Suelo A	Suelo B	Suelo C	Suelo D	Suelo E
Pelayo	0,0093	0,0139	0,0160	0,0250	0,0162
Castillejos	0,0056	0,0084	0,0103	0,0215	0,0098
Esquina	0,0061	0,0091	0,0105	0,0215	0,0107

Tabla 12
Matrices de probabilidad de daño, en %, y grado de daño medio esperado

	0-No daño	1-Leve	2-Moderado	3-Severo	4-Completo	d_M
Suelo A						
Pelayo	99	1	0	0	0	0,01
Castillejos	99	1	0	0	0	0,01
Esquina	79	14	5	2	0	0,30
Suelo B						
Pelayo	81	16	1	2	0	0,24
Castillejos	80	13	5	2	0	0,29
Esquina	29	4	22	8	1	1,12
Suelo C						
Pelayo	64	28	5	3	0	0,47
Castillejos	54	3	11	5	0	0,67
Esquina	15	42	31	11	1	1,41
Suelo D						
Pelayo	11	41	39	8	1	1,47
Castillejos	1	18	51	26	4	2,14
Esquina	0	5	43	41	11	2,58
Suelo E						
Pelayo	62	29	6	3	0	0,50
Castillejos	62	25	9	4	0	0,55
Esquina	13	41	33	11	2	1,48

de probabilidad de daño para el escenario sísmico considerado y para cada edificio.

7. Discusión y conclusión

El tipo de suelo E es un suelo formado por un sustrato duro (tipo A o B) sobre el que se halla un terreno blando (tipo D) de considerable espesor. Se observa cómo los valores del factor de daño medio (d_M) para este tipo de suelo, tabla 12, son similares a los valores obtenidos para suelos tipo C; por lo tanto, la discusión se va a centrar en los suelos tipos A, B, C y D que van de mejor (tipo A) a peor calidad (tipo D).

Observando la última columna de la tabla 12, para el escenario sísmico considerado, el menor daño esperado (0,01) se obtiene para los edificios de línea (edificios Pelayo y Castillejos) situados en un suelo tipo A. El mayor daño esperado (2,58) corresponde al edificio de esquina, llamado Esquina, situado en un suelo tipo D. En general, este comportamiento se mantiene para todos los tipos de suelo. El buen y mal comportamiento sísmico que presentan estos edificios se debe a la mayor regularidad que presentan los edificios de línea (Pelayo y Castillejos) y a la mayor irregularidad del edificio Esquina, contribuyendo también a la mayor fragilidad del edificio Esquina la disposición de muros y paredes que configuran su sistema resistente.

En general, para los 3 edificios el daño aumenta al disminuir la calidad del suelo. El aumento del daño esperado es espectacular para el edificio Esquina, que pasa del estado no-daño (0,30) cuando se halla en suelo duro (tipo A) a un estado de daño severo (2,58) cuando se halla en suelos blandos (tipo D). Observando las matrices de probabilidad de daño (tabla 12) para el edificio Esquina se tiene una probabilidad del 11% para el estado de daño completo. De los 3 edificios, Esquina es el que muestra el peor comportamiento sísmico y Pelayo el mejor. Ello confirma los beneficios de la regularidad geométrica y de distribución de muros de los edificios en zonas sísmicas. La irregularidad geométrica, además, dificulta la disposición adecuada de los elementos estructurales resistentes, lo que debilita aún más el edificio. En un suelo tipo D, los grados de daño esperados para los edificios Pelayo, Castillejos y Esquina son, respectivamente, 1,47, 2,14 y 2,58, de forma que la introducción de una mayor regularidad en planta puede llegar a disminuir el daño esperado en un grado.

Finalmente, en la tabla 12, se observa que el daño esperado es alto teniendo en cuenta el escenario sísmico considerado ($PGA=0,04g$), que de acuerdo a la norma sísmica corresponde a una intensidad básica $EMS=vi$. Para el edificio Esquina situado en un suelo tipo D (suelo blando) el factor de daño medio es 2,58, para este factor se tiene una probabilidad del estado de daño moderado del 43%, del severo del 41% y una probabilidad del 11% de «colapso».

Si se considera que la amplificación del suelo blando incrementa en un grado la intensidad macrosísmica básica, se concluye que, para una intensidad vii , muchos edificios tipo Esquina sufren daños severos y otros tanto sufren colapso, por lo que se debería incluir este tipo de edificios dentro de la clase más vulnerable (clase de vulnerabilidad A) de las 5 clases de vulnerabilidad previstas en la escala EMS-98 [11]. Por otra parte, los edificios de línea situados en suelo tipo B (como es el caso del *Eixample* de Barcelona), sufren un grado de daño medio de 0,24-0,29 y las probabilidades de los estados de daño están entre el 13-16% para el estado de daño leve y del 1-5% para el estado moderado. Es decir, para una intensidad vi , algunos edificios sufren daños moderados. Teniendo en cuenta estas probabilidades en la escala EMS-98 y la descripción del grado de daño vi , se concluye que los edificios tipo Pelayo y Castillejos se encuentran dentro de la clase de vulnerabilidad B.

Los estudios de vulnerabilidad sísmica son significativos para la predicción y prevención del daño sísmico esperado. La metodología

aquí empleada se basa en el análisis estático no lineal y de particular interés es la aplicación de este tipo de técnicas en zonas de sismicidad moderada a baja, donde el desarrollo de las ciudades y de los entornos urbanos ha significado un aumento del riesgo sísmico.

Las propiedades mecánicas consideradas en este trabajo son específicas para la mampostería de Barcelona, por lo tanto, se puede considerar que las matrices de probabilidad de daño y los factores de daño medio obtenidos son de esperar para los escenarios considerados. Por lo tanto, se concluye que los edificios de obra de fábrica de ladrillo de Barcelona muestran una alta vulnerabilidad que puede clasificarse entre la clase A y la clase B de las clases de vulnerabilidad tipificadas en la escala EMS-98 [11].

Agradecimientos

Este trabajo estuvo parcialmente financiado por una beca *Marie Curie Fellowships Association*. Agradecemos a la empresa COTCA y al Ing. Vicente Alegre por su ayuda incondicional, así como también, la primera autora agradece al profesor Sergio Lagomarsino por su valiosa colaboración y a los profesores Luis Pujades, Ángel Aparicio y Alex Barbat.

Bibliografía

- [1] Z.V. Milutinovic, G.S. Trendafiloski, Vulnerability of current buildings. WP-4 Report, Work Package 4 of Risk-UE Project, European Commission, EVK4-CT-2000-00014, 2003.
- [2] Infocca, Funcions d'informació de Barcelona i Cartografia, en: Informe interno, Institut Municipal d'Informàtica (IMI), Ayuntamiento de Barcelona, 1999.
- [3] I. Cerdà, Teoría General de la Urbanización. Reforma y Ensanche de Barcelona, Reedicción: Instituto de estudios fiscales, Barcelona, 1968.
- [4] A. García Espuche, El quadrat d'or. Centre de la Barcelona modernista. La formació d'un espai urbà privilegiat, Olimpiada cultural Barcelona'92. Lunwerg Editores, 1990, 315 pp.
- [5] A. Paricio, Secrets d'un sistema constructiu: l'Eixample, Universidad Politécnica de Cataluña. Ediciones UPC, Barcelona, 2001.
- [6] A. Marí, V. Alegre, A. Gens, P. Roca, et al., Estudio preliminar sobre los posibles efectos de la construcción de un túnel para el tren de alta velocidad bajo los edificios situados entre las calles Mallorca, Valencia, Lepanto y Cartagena, Universidad Politécnica de Cataluña, España, 2003.
- [7] R. Moreno, Evaluación del riesgo sísmico en edificios mediante análisis estático no lineal: Aplicación a diversos escenarios sísmicos de Barcelona, en: Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, España, 2006.
- [8] ATC-40, Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings, en: Applied Technology Council, Seismic Safety Commission, Redwood City, California, 1996, Report: SSC 96-01, Volume 1.
- [9] Comité Européen de Normalisation (CEN), Eurocode 8. Design of structures for earthquake resistance – Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings. EN 1998-1:2004, Brussels, December, 2004, 229 pp.
- [10] A. Galasco, S. Lagomarsino, A. Penna, TREMURI Program: Seismic Analyzer of 3D Masonry Buildings, en: Technical Report, Universitat degli Studi di Genova, Italia, 2002.
- [11] G. Grünthal, editor. European Macroseismic Scale 1998. Centre Européen de Géodynamique et de Séismologie, Cahiers du Centre Européen de Géodynamique et de Séismologie, Vol. 15, Luxembourg, 1998.
- [12] A.H. Barbat, L.G. Pujades, N. Lantada, R. Moreno, Seismic damage evaluation in urban areas using a capacity spectrum based method: Application to Barcelona. Soil Dyn Earthq Eng, 28, 10-11, 2008, pp. 851-865. Erratum: Volume 30, 8, (2010), pp. 767. doi:10.1016/j.soildyn.2009.12.014.
- [13] R. Moreno, L. Pujades, A.C. Aparicio, A. Barbat, *Herramientas necesarias para la evaluación sísmica de edificios*. Monografías de Ingeniería Sísmica CIMNE IS-59, España, 2007, 106 pp.
- [14] NCSE-02 Normativa, Norma de Construcción Sismorresistente: Parte General y Edificación, en: Real Decreto 997/2002, Boletín Oficial del Estado: 244, Madrid, 2002.
- [15] P. Mouroux, B. Le Brun, Presentation of RISK-UE project. Bull. Earthquake Eng, 4(4), 2006, pp. 323-339. doi:10.1007/s10518-006-9020-3.
- [16] A. Galasco, S. Lagomarsino, A. Penna, S. Resemini, Non-linear seismic analysis of masonry buildings, en: 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, Canadá, 2004, paper 843.
- [17] L. Gambarotta, S. Lagomarsino, Damage model for the seismic response of brick masonry shear walls. Part II: the continuum model and its applications, Earthq Eng Struct Dyn 26 (1997) 441-462.
- [18] A. Penna, A macro-element procedure for the non-linear dynamic analysis of masonry buildings, en: Tesis Doctoral, Politecnico di Milano, Italia, 2002.
- [19] F. Yépez, Metodología para la evaluación de la vulnerabilidad y riesgo sísmico de estructuras aplicando técnicas de simulación, en: Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña, España, 1996.