

## Restricciones al endeudamiento: una propuesta de análisis a partir del diferencial entre el ratio de rentabilidad del activo y el coste de la deuda

**Julián Moral Carcedo**

*Universidad Autónoma de Madrid*

*Dpto. Análisis Económico*

*T.<sup>a</sup> Económica e H.<sup>a</sup> Económica*

### RESUMEN

El objetivo de este artículo es analizar los efectos derivados de la existencia de imperfecciones en los mercados de deuda sobre la evolución del capital productivo de las empresas. La aportación principal del artículo es la presentación de un método para contrastar la existencia de restricciones al endeudamiento en el marco de un modelo teórico de inversión con restricciones financieras. Las imperfecciones que se consideran son, de una parte, la existencia de primas sobre el nivel de endeudamiento, por otra, restricciones en el volumen total de crédito, dos de las figuras más extendidas en la literatura económica. Con datos agregados de empresas españolas de tamaño medio se ha procedido a analizar si se encuentran indicios de existencia de tales restricciones tomando como punto de partida las implicaciones teóricas derivadas del modelo, atendiendo a la evolución del endeudamiento y el diferencial entre costes de endeudamiento y rentabilidad.

Palabras Clave: Determinantes de la inversión, restricciones financieras, acelerador financiero.

JEL: D21,D58,D92

## I. INTRODUCCIÓN

La teoría económica ha propuesto diferentes aproximaciones a la hora de analizar las decisiones de inversión de la empresa. En estas decisiones las variables fundamentales son aquellas que de una manera u otra afectan a los beneficios, presentes y futuros, generados por la inversión. Tal es el caso de variables como la evolución de los precios de venta, productividad marginal del capital, precio del equipo, costes de ajuste, etc. En todo caso, se aprecia una aceptación implícita de que no existe ninguna limitación de tipo financiero para la adquisición de dicho capital, es decir, la empresa puede acceder a la financiación necesaria a un coste igual a la rentabilidad exigida a la inversión, la cual se determina de forma exógena en mercados financieros eficientes. En tales situaciones, la decisión del modo de financiación es completamente independiente de la decisión de inversión, dado que la firma tiene acceso a tantos recursos financieros como desee al coste delimitado por la rentabilidad exigida del capital.

El acceso sin restricciones a la financiación a un coste dado, supone asimismo que para la empresa resulta irrelevante financiarse con fondos internos, generados por la propia actividad empresarial o mediante financiación externa apelando a «terceros» inversores, dado que ambas fuentes en ausencia de impuestos han de remunerarse en igual cuantía conforme a un comportamiento maximizador del beneficio. En tales condiciones, se satisface el teorema de Modigliani-Miller, por el que se establece que el valor de la empresa es independiente de su política financiera, es decir, carente de relación alguna con la combinación de recursos internos y externos empleados por la empresa. Como consecuencia directa, con mercados financieros perfectos, las decisiones de inversión de las empresas son completamente independientes de cualquier consideración de tipo financiero.

Esta importante implicación ha sido puesta en tela de juicio por numerosos trabajos teóricos y empíricos, que han propuesto o comprobado la existencia de «anomalías» sobre el comportamiento de la inversión, tanto a nivel macro como micro, que parece contradecir la hipótesis de mercados financieros perfectos, y por tanto, cuestionan la pretendida independencia entre las decisiones de inversión y financiación.

Poniendo como ejemplo alguna investigación centrada en el análisis de las decisiones de inversión de empresas españolas, cabe citar el trabajo de Estrada et al. (1997), quienes destacan cómo la encuesta de inversiones elaborada por el Ministerio de Industria y Energía señalaba como el principal factor limitante de la inversión el

«difícil» acceso a recursos financieros ajenos a la empresa. Estrada et al (1997), con datos de la Central de Balances del Banco de España (CBBE) relativos a empresas manufactureras privadas, muestran como las empresas pequeñas presentan un esfuerzo inversor superior, coherente, tal y como señalan los autores, con la mayor capacidad de generación de recursos por unidad de capital. Asimismo observan una mayor variabilidad de las cifras de inversión en el colectivo de pequeñas empresas. Como posible explicación, los autores citan el trabajo de Gertler y Gilchrist (1994) quienes afirman que la mayor variabilidad de la inversión en empresas pequeñas puede explicarse en función de factores financieros, (tales como la disponibilidad limitada de crédito o la mayor sensibilidad del beneficio de las pequeñas empresas a las fases recesivas del ciclo), y no financieros (tales como el papel de productores marginales ostentado por las pequeñas empresas frente a las grandes, la mayor presencia de pequeñas empresas en sectores más sensibles al ciclo o la mayor flexibilidad de la tecnología productiva instalada en las empresas pequeñas).

Hernando y Martínez-Carrascal (2003) también ponen de manifiesto la incidencia de variables financieras en la inversión y el empleo de las empresas españolas. En concreto estos autores muestran la existencia de una relación no lineal entre el grado de presiones financieras medidas a través de distintos indicadores (intereses de la deuda, volumen de deuda, ratio de endeudamiento, cash-flow y resultados sobre activo) y el grado de inversión y crecimiento del empleo. En concreto esta no linealidad supone que los cambios en las condiciones financieras no afectan a todas las empresas por igual sino que sus efectos son significativamente mayores en las empresas con menor solidez financiera.

Otro ejemplo es el de Rodríguez Brito (2001), quien pone de manifiesto varias características coherentes con relevancia de variables financieras en la inversión. Así, esta autora encuentra que el tamaño de la empresa, nivel de endeudamiento y grado de autonomía financiera son los principales factores determinantes de los costes de financiación ajena. Asimismo esta autora destaca la significatividad y el efecto positivo de variables indicativas del grado de solvencia de las empresas sobre la inversión. En Estrada et al. (1997) y Estrada y Vallés (1998) también destacan otros aspectos relativos a la existencia de factores financieros en la evolución de la inversión. Así, señalan que la elevada generación interna de recursos existente hasta 1991 explicarían el elevado ratio de inversión sobre capital que se desprende de los datos de la CBBE, ello a pesar de la importante reducción del nivel de endeudamiento registrada en el período analizado por dichos autores. Estos, comprueban como entre 1984 y 1990 las empresas españolas reducen el peso de la deuda con coste sobre el activo neto, para estabilizarlo posteriormente entre 1991 y 1993, período que coincide con una importante

fase recesiva de la economía española. Este proceso de saneamiento financiero, más intenso en las pequeñas empresas, presenta un comportamiento diferenciado entre pequeñas y grandes empresas a partir de 1990, año a partir del cual aumenta el endeudamiento de las grandes, mientras que se estanca en el grupo integrado por las empresas pequeñas.

Esta divergencia es interpretada por los autores como una evidencia de las «mayores dificultades de acceso a fuentes de financiación externa por parte de las empresas de menor tamaño en épocas de crisis». Esta anomalía viene acompañada por otros elementos que parecen corroborar la existencia de importantes restricciones financieras o elementos compatibles con la existencia de información asimétrica<sup>1</sup>. Los autores destacan como las pequeñas empresas presentan una ratio de endeudamiento neto menor, indicativo de que este segmento debe presentar garantías mayores a la hora de acceder a fuentes externas de financiación. Asimismo ponen de manifiesto la preponderancia de la deuda a corto plazo sobre el total (más del 70% de la deuda con coste), la elevada intermediación financiera (que en determinados casos se combina con claras relaciones, incluso de propiedad, entre el sector bancario y el industrial), la mayor dependencia de las pequeñas empresas del crédito bancario, la mayor liquidez<sup>2</sup> (activo circulante sobre deuda a corto plazo) de este segmento de empresas, y por último y como elemento más relevante, los autores señalan que las pequeñas empresas afrontan un coste de la deuda más elevado que las grandes, y que dicho coste presenta fluctuaciones más acusadas.

Las características observadas por Estrada et al (1997) para el caso de empresas españolas recogen de manera ilustrativa los principales aspectos que la teoría económica reciente ha puesto de manifiesto en relación a la validez empírica del supuesto de independencia entre las decisiones de inversión y financiación. Las principales aportaciones teóricas<sup>3</sup> hacen referencia a las consecuencias de las imperfecciones y asime-

<sup>1</sup> En especial, la existencia de características que pueden denotar la vigencia de mecanismos de «señalización», la existencia de «referencias», etc.

<sup>2</sup> Estrada et al. (1997) hacen referencia a las conclusiones de J. A. Maroto («La situación económico-financiera de las empresas españolas y la competitividad» *Economía Industrial*, 291, págs. 89-106.1993), quien señala que el mayor peso del activo circulante ha de interpretarse como indicativo de una mayor exigencia de garantías a las pequeñas empresas por parte de los acreedores, «bajo la forma de saldos indisponibles en cuentas a la vista, para la concesión de financiación a corto plazo».

<sup>3</sup> Fazzari et al. (1988), Hubbard (1998) y Bernanke et al. (1996) citan algunas posibles

trías de la información en los mercados crediticios sobre la «libre disponibilidad» de recursos financieros por parte de la empresa. La existencia de información asimétrica entre oferentes y demandantes de financiación «rompe» la independencia entre financiación e inversión, al poder provocar diferenciales entre el coste de los recursos internos y externos o incluso la limitación al acceso de financiación (racionamiento del crédito). Asimismo, tal y como señalan Estrada y Vallés (1998), la distribución del activo puede verse condicionada por factores financieros. Si la financiación externa a la que tienen acceso las empresas es fundamentalmente bancaria, las empresas que mantienen un determinado nivel de activos líquidos pueden beneficiarse de un menor coste del crédito.

La literatura recoge diversos mecanismos por los que la información imperfecta afecta a las condiciones de acceso a la financiación externa por parte de la empresa. Dichos mecanismos se extienden habitualmente a la «racionalización» de ciertas características institucionales de los mercados financieros, tales como la existencia de figuras jurídicas como la quiebra, la habitual exigencia de garantías vinculadas a los préstamos, las diferencias de las acciones frente a la deuda, etc. Aún cuando la plasmación concreta de tales imperfecciones afecta a las características y resultados de los modelos, existen tres resultados robustos que emergen habitualmente en tales modelos (Bernanke et al. 1996). En primer lugar, se pone de manifiesto el mayor coste de las fuentes externas de financiación, incluso aunque se encuentren completamente garantizadas. En segundo lugar, la prima exigida por la financiación varía inversamente con los recursos netos de la empresa. Por último, una reducción de los recursos netos de la empresa afectan negativamente a la inversión y producción del demandante de fondos, al elevar tanto las necesidades de recursos externos como la prima exigida por el prestamista.

Estas características, consideradas desde un punto de vista agregado, describen un posible mecanismo de «acelerador» financiero durante las distintas fases del ciclo económico y un virtual «canal» crediticio de la política monetaria, temas ambos, que han sido objeto de considerable atención a partir de la década de los 90, tal y como se pone de manifiesto, por ejemplo, en las recopilaciones de Hubbard (1998) y Bernanke et al.

explicaciones por las que los recursos internos y externos pueden no tener el mismo coste, entre ellas: costes de transacción, diferente tratamiento fiscal, problemas de agencia, costes de insolvencia y quiebra e información asimétrica.

(1996). Si durante las fases de aceleración cíclica se producen unas expectativas favorables de inversión (nuevas oportunidades de negocio) que incrementen la demanda de capital, la favorable fase cíclica previsiblemente coincidirá con una mayor disponibilidad de recursos internos y externos que reducirán el coste de uso del capital, lo cual permitirá una expansión aún mayor de la inversión. De manera inversa, una fase receptiva reduce la disponibilidad de recursos financieros lo que incrementa el coste de uso, de forma que, si coincide esta fase con un período de expectativas desfavorables de inversión, el efecto negativo final sobre la inversión será más elevado. Asimismo, la reducción de la inversión supondrá que la empresa reduce su capacidad para generar en el futuro recursos internos, lo cual propaga en el tiempo los efectos del shock inicial

Queda por tanto de manifiesto la importancia que la literatura económica ha otorgado a los factores financieros en la inversión empresarial. En este artículo se analizará un sencillo modelo de inversión en el que existen restricciones de tipo financiero. La estructura del artículo es la siguiente. En el apartado siguiente se presenta el modelo teórico. Tras analizar las principales conclusiones teóricas del modelo en el apartado tercero se estudia la existencia de indicios de restricciones al endeudamiento en las empresas españolas. Por último se presentan las principales conclusiones de este artículo.

## 2. INVERSIÓN BAJO RESTRICCIONES AL ENDEUDAMIENTO

El modelo presentado es una variante del empleado por Moral y Sánchez (2005) en el que se introduce la existencia de restricciones al endeudamiento derivadas de ineficiencias en el mercado de capitales.

El objetivo de los gestores de una empresa representativa es tratar de maximizar el valor de la empresa, dado por el flujo descontado de futuros dividendos generados por la empresa. Dicho valor, en ausencia de impuestos y de emisión de nuevas acciones queda dado por la expresión,

$$V_t = E_t \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \left( \frac{1}{1+\theta} \right)^t D_t \right] = E_t \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta_t D_t \right] \quad [1]$$

Donde  $D_t$  es el dividendo distribuido en  $t$  y  $\theta$  es la rentabilidad mínima exigida por los accionistas.

Los dividendos a distribuir en el período  $t$  vienen dados por la restricción de balance:

$$D_t = \Pi_t(K_t, H_t, z_t) - wH_t - (1 + r_B(B))B_t + p_K(1 - \delta)K_t + L_t + B_{t+1} - p_K K_{t+1} - L_{t+1} \quad [2]$$

Donde  $\Pi(K_t, H_t, z_t)$  es el beneficio operativo que depende del stock de capital  $K_t$ , del factor trabajo empleado  $H_t$  y de una perturbación aleatoria  $z_t$ ,  $p_K$  es el precio de adquisición y venta del capital,  $\delta$  es la tasa de depreciación del capital,  $B_t$  es la deuda emitida en  $t$  que se remunera a un tipo de interés  $r_B(B)^4$ , que depende del volumen de deuda, y  $L_t$  es la inversión de la empresa en recursos líquidos en el momento  $t$ . Se asume inicialmente que tales recursos carecen de rendimiento, aunque se contemplará la posibilidad de que tales activos se remuneren a una tasa dada por  $r^L$ .

Siguiendo la propuesta de Scaramozzino (1997), se asume que la empresa se ve obligada a pagar un dividendo mínimo  $\bar{d}$ , que es estrictamente positivo. Asimismo, y en la línea seguida por Moral y Sánchez (2005), se supondrá que existe un desfase entre el pago de los salarios y el cobro de las ventas, de modo que para evitar la insolvencia la empresa mantiene en forma de activos líquidos una cuantía al menos igual al importe de los salarios a pagar en el período, es decir,

$$L_{t+1} \geq wH_{t+1} \quad [3]$$

Esta restricción puede también interpretarse como un nivel de liquidez que mantienen las empresas para poder acceder al crédito bancario, en una argumentación similar a la expuesta por Estrada y Vallés (1998).

Las restricciones al endeudamiento consideradas son, por una parte, la existencia de una prima por endeudamiento antes mencionada, que se concreta en un tipo de interés de la deuda creciente con el volumen de endeudamiento, y por otra parte, en el establecimiento de limitaciones al crédito plasmado en un volumen de endeudamiento máximo  $\bar{B}$ .

<sup>4</sup> Se asume que  $r_B(B=0)$  es superior a la rentabilidad exigida por los accionistas. Asimismo se supone  $\frac{\partial r_B}{\partial B} > 0$ . Para simplificar se considerará en las simulaciones  $r_B = \bar{r}_B + \alpha B$ .

Junto a las restricciones anteriores, se incluyen las correspondientes a la no negatividad del capital, trabajo y deuda:  $B_t \geq 0$ ,  $H_t \geq 0$  y  $K_t \geq 0$ , a pesar de que sólo se incorporará de forma explícita en la optimización la relativa a la deuda<sup>5</sup>.

El problema al que se enfrenta la empresa equivale a un programa de optimización dinámica, en el que se determinan los valores  $H_t$ ,  $B_t$ ,  $K_t$  y  $L_t$  que resuelven:

$$\text{Max } E_t \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t D_t \right], \quad [4]$$

sujeta a:

$$\begin{aligned} D_t &= \Pi_t(K_t, H_t, z_t) - wH_t - [1 + r_B(B_t)]B_t + p_K(1 - \delta)K_t + L_t + B_{t+1} - p_K K_{t+1} - L_{t+1} \\ D_t &\geq \bar{d} \\ L_t &\geq wH_t \\ B_t &\geq \bar{B} \\ B_t &\geq 0, H_t \geq 0, K_t \geq 0 \end{aligned}$$

A partir del lagrangiano correspondiente al problema planteado, incorporando los multiplicadores  $\lambda^D_t$ , asociado a la restricción sobre el dividendo,  $\lambda^H_t$ , asociado a la restricción de saldos mínimo en liquidez,  $\mu^B_t$  relativa al endeudamiento máximo, y  $\lambda^B_t$  asociado a la no negatividad de la deuda, viene dado por la expresión, se obtienen las condiciones de primer orden de optimización. Dicha condición para el capital se corresponde con:

$$E_t \Pi'_{K_t} = p_K \left[ \frac{(1 + \lambda D_{t-1})}{(1 + \lambda D_t)} \beta^{-1} - 1 + \delta \right] \quad [5]$$

La expresión [5] refleja que cuando la restricción relativa a la no negatividad de los dividendos está activa, es decir,  $D_{t-1} = D_t = \bar{d}$ , el capital óptimo resultará inferior al caso en que tal restricción no esté activa, característica que se reproduce en todos los modelos que incorporan restricciones financieras similares. Por el contrario, cuando  $D_{t-1} > \bar{d}$  y  $D_t > \bar{d}$ , la expresión anterior se reduciría a  $E_t \Pi'_{K_t} = p_K [\theta + \delta]$ .

<sup>5</sup> Se supondrá que la función de beneficio satisface las condiciones de Inada.



En cuanto a la condición de primer orden de óptimo para el factor trabajo, ésta se expresaría como:

$$E_t \Pi'_{H_t} = w \left( \frac{\lambda_t^H}{1 + \lambda_t^D} + 1 \right) \quad [6]$$

Dado que por las condiciones definidas la restricción de liquidez se satisface exactamente, es decir,  $L_t = wH_t$ , el nivel de empleo será inferior al que se alcanzaría en ausencia de tal restricción o con dicha restricción inactiva. Como consecuencia de esta restricción, las decisiones de empleo, a diferencia de otros modelos, no están condicionadas exclusivamente por el rendimiento marginal del factor trabajo, sino que se verán afectadas por la necesidad de mantener recursos líquidos sin «rentabilidad».

Por otra parte, combinando la ecuación [6] y la condición de primer orden de optimización relativa a los activos líquidos se obtiene la expresión

$$E_t \Pi'_{H_t} = w \left( \beta^{-1} \frac{1 + \lambda_{t-1}^D}{1 + \lambda_t^D} \right) \quad [7]$$

Las condiciones de primer orden del problema de optimización para el endeudamiento será, siendo  $\mu_t^B$  el multiplicador de Kuhn-Tucker relativo al endeudamiento máximo,:

$$-(1 + \lambda_t^D) \beta (1 + r_B + B \frac{\partial r_B}{\partial B}) + 1 + \lambda_{t-1}^D + \beta \lambda_t^B - \beta \mu_t^B = 0 \quad [8]$$

La solución dependerá, obviamente, de si la restricción de deuda máxima está activa ( $\lambda^B = 0$ ,  $\mu_t^B > 0$  y  $B = \bar{B}$ ), o si por el contrario existe deuda pero es inferior al máximo ( $\lambda^B = 0$ ,  $\mu_t^B = 0$  y  $0 < B < \bar{B}$ ). En el primero de los casos se cumpliría:

$$\beta \left[ 1 + r^B + \bar{B} \left( \frac{\partial r^B}{\partial B} \right)_{B=\bar{B}} \right] + \frac{\beta \mu_t^B}{1 + \lambda_t^D} = \frac{1 + \lambda_{t-1}^D}{1 + \lambda_t^D} \quad [9]$$

Sustituyendo esta expresión en las ecuaciones [6] y [7], se determinan las siguientes expresiones,

$$E_t \Pi'_{Kt} = p_K \left[ r^B + \bar{B} \left( \frac{\partial r^B}{\partial B} \right)_{B=\bar{B}} \right] \delta + \frac{\mu_t^B}{1 + \lambda_t^D} \quad [10]$$

$$E_t \Pi'_{Ht} = w \left( 1 + r^B + \bar{B} \left( \frac{\partial r^B}{\partial B} \right)_{B=\bar{B}} + \frac{\beta \mu_t^B}{1 + \lambda_t^D} \right) \quad [11]$$

Si por el contrario existe deuda pero es inferior al máximo ( $\lambda^B = 0$ ,  $\mu_t^B = 0$  y  $0 < B < \bar{B}$ ), las expresiones se reducen a:

$$E_t \Pi'_{Kt} = p_K \left[ r^B + B_t \left( \frac{\partial r^B}{\partial B} \right) + \delta \right] \quad [12]$$

$$E_t \Pi'_{Ht} = w \left( 1 + r^B + B_t \left( \frac{\partial r^B}{\partial B} \right) \right) \quad [13]$$

Dado que  $\mu_t^B > 0$  y  $\lambda_t^D > 0$ , y suponiendo que  $\left( \frac{\partial^2 r^B}{\partial B^2} \right) = 0^6$ , necesariamente el nivel

de capital y empleo serán superiores a los que se deducen de [10] y [11]. Asimismo, se comprueba que las cantidades de factores óptimas variarán conforme lo permita la cantidad de recursos disponibles al comienzo de cada período  $t$ , lo que altera el valor de los multiplicadores y por tanto el lado derecho de las identidades analizadas.

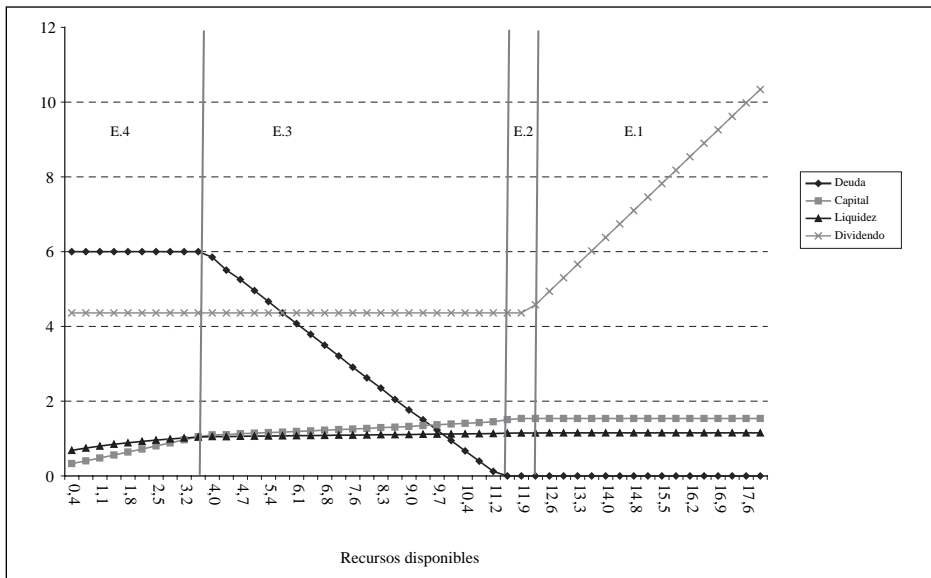
En consecuencia las decisiones óptimas de inversión quedan condicionadas por la ocurrencia de alguno de los estados siguientes (gráfico 1):

<sup>6</sup> Implicaría una prima de riesgo lineal respecto al nivel de endeudamiento.

**Estado 1 (E.1): Ausencia de deuda y de restricciones al dividendo.**

La empresa alcanza el nivel máximo de inversión, de modo que el capital satisface la relación:  $E_r \Pi'_{K_t} = p_K [\theta + \delta]$ , es decir, el rendimiento marginal del capital se iguala a la rentabilidad exigida por los accionistas. Aumentos en los recursos generados por la empresa se traducen en incrementos en el dividendo distribuido.

Gráfico 1. Estados alternativos bajo restricciones al endeudamiento



Nota: Los valores de los parámetros se detallan en el gráfico 2.

**Estado 2 (E.2): Ausencia de deuda y existencia de restricciones al dividendo.**

El capital satisface la relación,  $E_r \Pi'_{K_t} = p_K \left[ \frac{(1+\lambda^D)}{(1+\lambda^D_{t-1})} \beta^{-1} - 1 + \delta \right]$ .

Los recursos adicionales generados se traducen en aumentos en la inversión.

**Estado 3 (E.3): Existencia de deuda inferior al endeudamiento máximo.** El capital óptimo responde a la expresión,

$$E_r \Pi'_{K_t} = p_K \left[ r^B + B_t \left( \frac{\partial r^B}{\partial B} \right) + \delta \right]$$

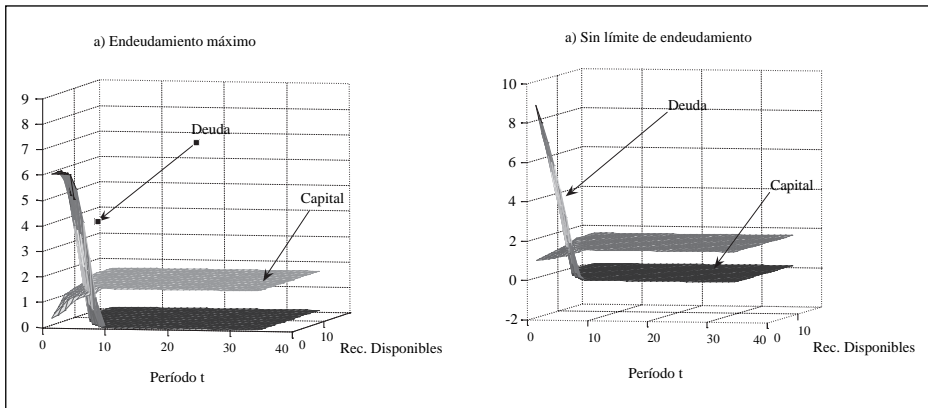
Los recursos adicionales generados se emplean simultáneamente en reducir el endeudamiento y elevar el nivel de inversión, dado que el rendimiento marginal del capital se iguala al coste de la deuda.

**Estado 4 (E.4). Endeudamiento máximo.** El capital se sitúa en su nivel mínimo, cumpliéndose la condición,

$$E_t \Pi'_{K_t} = P_K \left[ r^B + \bar{B} \left( \frac{\partial r^B}{\partial B} \right)_{B=\bar{B}} \right] \delta + \frac{\mu_t^B}{1 + \lambda_t^D}$$

Los recursos adicionales generados se destinan al aumento de la inversión siempre que no se altere el estado en el que se encuentra la empresa. En esta situación el rendimiento marginal del capital es superior al coste de la deuda, por lo que la empresa, como sucede en situaciones de racionamiento del crédito, estaría dispuesta a elevar su endeudamiento con el objeto de financiar mayor volumen de inversión.

Gráfico 2. Simulación temporal decisiones óptimas  $K_{t+1}$   $B_{t+1}$  con restricciones al endeudamiento bajo distintos valores iniciales de recursos



*Nota:* Las formas funcionales y los valores de los parámetros utilizados en la solución presentada en el gráfico han sido:

$$\Pi_t(K_t, H_t, z_t) = A(K^\alpha + L^\phi) + z_t ; r_B = \bar{r} + \eta B$$

A	$\alpha$	$\phi$	$p_k$	$\delta$	$\bar{r}$	$\eta$	$\beta$	w	$\bar{d}$	$\bar{B}$
4	0.39	0.29	4	0.25	0,06	0,005	0.9524	1	4	6

Se ha supuesto que los recursos disponibles en t venían dados por los resultantes de establecer  $K = 0$ ,  $B = 0$ ,  $H = 0$  y  $L = 0$  igual al nivel correspondiente al estado estacionario sin deuda. El valor de la perturbación aleatoria en  $t = 0$  se ha igualado a 1, en el resto de periodos se ha asumido el valor esperado de dicha perturbación aleatoria, es decir,  $E[z_t] = 0$ .

El comportamiento diferenciado antes descrito supone la existencia de respuestas no lineales en la inversión frente a las variaciones en los recursos disponibles de la empresa. Al agotarse el crédito máximo disponible sin que la empresa pueda alcanzar las cantidades óptimas de factores (en situación de endeudamiento), necesariamente la capacidad de generar recursos internamente en cada período son inferiores a los que se producirían en ausencia de racionamiento, lo que deriva en un «alargamiento» del período de tiempo necesario para alcanzar el nivel de inversión óptimo en ausencia de restricciones. En el estado de endeudamiento máximo la productividad marginal de los factores superaría a aquel que se derivaría de la mera existencia de deuda, pudiéndose observar, asimismo, que en tal «estado» las cantidades utilizadas de los factores aumentan conforme lo permite la generación de recursos, sin que el volumen de endeudamiento se modifique (dado que se ha alzando su límite máximo). En tales condiciones, un «shock» adverso en los recursos o «cash-flow» de la empresa generaría una reducción de las cantidades utilizadas de factores. Alternativamente, la ampliación del límite máximo de endeudamiento supondría un incremento en las cantidades empleadas de factores productivos.

### 3. RESTRICCIONES DE ENDEUDAMIENTO EN EMPRESAS ESPAÑOLAS

El modelo presentado sugiere la existencia de comportamientos diferenciados de la inversión en función del régimen en el que se encuentre la empresa, el cual queda determinado por la existencia de un dividendo superior al mínimo y en especial por la existencia de deuda y en su caso, el agotamiento del endeudamiento máximo. Este tipo de comportamiento ha sido analizado por otros autores en marcos teóricos distintos al presentado en este artículo. Este es el caso, por ejemplo, del modelo de Hubbard et al. (1995), que incorpora, restricciones de tipo financiero como la no negatividad en los dividendos y la existencia de un límite mínimo en la emisión de nuevas acciones. Tales «fricciones» suponen que la inversión en las empresas que distribuyen dividendos positivos y aquellas que no los distribuyen, sea diferente. Con un modelo similar, Bond y Meghir (1994) distinguen tres regímenes de inversión diferenciados, en función de la existencia o no de dividendo y la emisión o no de nuevas acciones.

La existencia de patrones de inversión diferenciados no se circunscribe en exclusiva a la distribución, o no, de dividendos por encima de un mínimo o la emisión de acciones. Autores como Cummins y Nyman (2001) y Ono (2003) contemplan diferencias en la inversión entre empresas endeudadas y aquellas que no presentan deuda.

Los resultados de Benito y Hernando (2003), obtenidos a partir de datos de la Central de Balances del Banco de España de empresas no financieras, parecen validar la existencia de tales comportamiento, dado que muestran cómo la tasa de inversión (inversión sobre capital instalado) de las empresas que soportan un mayor endeudamiento suele ser notablemente inferior a la de otras empresas. Asimismo destacan que tales diferencias también se aprecian en la evolución del empleo, lo que sugiere que frente a incrementos en el grado de presión financiera las empresas optan por reducir el empleo. Un comportamiento similar se observa en la inversión en existencias, de modo que ésta es inferior en aquellas empresas con mayor nivel de carga financiera.

El modelo presentado pone de relieve que cuando existen restricciones al endeudamiento el comportamiento de la inversión no sólo queda condicionado por la existencia de deuda, sino también por el agotamiento o no del endeudamiento máximo. Como se recogen en las ecuaciones [10] y [11], la combinación óptima de capital y

empleo en el estado 4 cumple las relaciones (con  $\Phi = \frac{u_t^B}{1 + \lambda_t^D}$ ),

$$\Pi'_{K_t} = p_K \left[ r^B + \bar{B} \left( \frac{\partial r^B}{\partial B} \right)_{B=\bar{B}} + \delta + \Phi_t \right]; \quad [14]$$

$$\Pi'_{H_t} = w \left( 1 + r^B + \bar{B} \left( \frac{\partial r^B}{\partial B} \right)_{B=\bar{B}} + \beta \Phi_t \right); \quad [15]$$

Suponiendo que la función  $\Pi(K_t, H_t)$  es homogénea de grado 1, cuando la empresa agota el endeudamiento máximo se cumplirá<sup>7</sup> en el óptimo,

$$\frac{\Pi(K_t, H_t) - (\delta K_t p_K + H_t w)}{(K_t p_K + H_t w)} = \left[ r^B + \bar{B} \left( \frac{\partial r^B}{\partial B} \right) \right] + \text{Ft} \frac{(K_t p_K + \beta H_t w)}{(K_t p_K + H_t w)}; \quad [16]$$

<sup>7</sup> Aplicando el teorema de Euler para funciones homogéneas.

El primer término puede aproximarse a través del ratio de rentabilidad del activo, dado que el numerador no es más que la diferencia entre los ingresos por ventas y la suma de amortización del capital y costes salariales mientras que el denominador es aproximadamente el valor del activo total, es decir la suma del activo fijo valorado a precios de mercado, dado por  $p_t K_t$ , y el activo circulante<sup>8</sup>.

En cuanto al lado derecho de la ecuación [16], éste está conformado por dos términos, el primero de ellos no es más que el coste de la deuda, mientras que el segundo de ellos es el término que refleja la existencia de restricciones al endeudamiento en el sentido definido en el modelo presentado. En definitiva, la relación [16] puede expresarse como:

$$r_{t}^A = \left[ r^B + \bar{B} \left( \frac{\partial r^B}{\partial B} \right) \right] + \Psi_t ; \quad [17]$$

Esta relación en ausencia de restricciones al endeudamiento máximo se reduce a:

$$r_{t}^A = \left[ r^B + B_t \left( \frac{\partial r^B}{\partial B} \right) \right] ; \quad [18]$$

Dicha relación recoge una de las «reglas» de las finanzas corporativas relativas al apalancamiento financiero, según la cual, bajo decisiones óptimas, la rentabilidad del activo ha de ser igual al coste de la deuda, dado que en caso contrario se debería aumentar (reducir) el endeudamiento cuando la rentabilidad del activo es superior (inferior) al coste de la deuda.

Cuando la empresa se enfrenta a restricciones al endeudamiento la condición [18] no se satisface, tal y como refleja la ecuación [17], de modo que en tal situación a pesar de que se produzcan diferenciales positivos de rentabilidad necesariamente no se producirá un incremento en el endeudamiento.

<sup>8</sup> Por las condiciones definidas en el modelo el activo circulante satisface  $L_t = wH_t$ .

Dado que la relación entre endeudamiento y el diferencial de rentabilidad/coste de la deuda presenta un comportamiento diferenciado en función de la existencia de restricciones al endeudamiento, una vía posible para corroborar la existencia de un comportamiento semejante en las empresas españolas es la estimación de un modelo no lineal entre dichas variables. Así, denominando al diferencial de rentabilidad/coste de

la deuda cómo,  $DF_t = r^A - \left[ r^B + B_t \left( \frac{\partial r^B}{\partial B} \right) \right]$ , la existencia de restricciones al endeudamiento puede recogerse a través de un modelo lineal alternante («*switching regression model*»),

$$RE_t = \alpha_{S_t} + DF_t \beta_{S_t} + \varepsilon_t, \quad [19]$$

Siendo  $RE_t$  el ratio de endeudamiento y  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_{S_t}^2)$ , y  $S_t = 1, 2$  representado cada uno de los dos estados posibles en presencia de deuda (existencia o inexistencia de restricciones al endeudamiento). El parámetro  $\beta_{S_t}$  recogerá la sensibilidad de ratio de endeudamiento al diferencial rentabilidad/coste de la deuda, cabiendo esperar una menor sensibilidad cuánto mayor importancia tengan las restricciones al endeudamiento a las que tenga que hacer frente la empresa.

Con  $T$  observaciones, la función de verosimilitud del modelo [19] vendría dada por:

$$\ln L = \sum_{t=1}^T \ln \left[ \sum_{S_t=1}^2 f(RE_t | S_t, \psi_{t-1}) \Pr(S_t | \psi_{t-1}) \right] \quad [20]$$

donde

$$f(RE_t | S_t, \psi_{t-1}) = \frac{1}{\sigma_{S_t} \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{RE_t - \alpha_{S_t} - DF_t \beta_{S_t}}{2\sigma_{S_t}} \right)^2 \right] \quad [21]$$

y siendo  $\Pr(S_t | \psi_{t-1})$  la probabilidad de que el modelo se encuentre en el estado  $S_t$  (1 ó 2) dada la información disponible hasta el período  $t$  ( $\psi_{t-1}$ ).

Asumiendo que la probabilidad de que el modelo se encuentre en un estado determinado es independiente de valores pasados, se tendrá que  $\Pr(S_t = 1 | \psi_{t-1}) = \Pr(S_t = 1) = p$  y por lo tanto  $\Pr(S_t = 2) = 1 - p$ .



Este modelo, que se identifica inmediatamente con el modelo de regresiones cambiantes propuesto originalmente por Goldfeld y Quandt, puede estimarse fácilmente mediante el algoritmo EM detallado en Quandt (1988). El objetivo de este estudio no se halla en el modelo en sí, sino que la finalidad del mismo es obtener un primera aproximación a los determinantes del «cambio» de régimen, para ello se estima el modelo mediante el algoritmo EM, «recuperándose» las probabilidades de estado del paso E («*expectation*») del algoritmo, las cuales viene dadas por la expresión:

$$\Pr(S_t = i | y_{t-1}) = \frac{f(RE_t | S_t = i) \Pr[S_t = i]}{\sum_{S_t=1}^2 f(RE_t | S_t) \Pr(S_t)} \quad (i=1,2) \quad [22]$$

La expresión [22] proporciona la probabilidad bayesiana de que la observación de la variable  $RE_t$  haya sido generada por el modelo que prevalece en el estado  $i$ -ésimo.

Para estimar el modelo [19], cuyos resultados se incluyen en el cuadro 1, se han utilizado datos agregados<sup>9</sup> trimestrales procedentes de la Central de Balances del Banco de España (CBBE) para empresas medianas<sup>10</sup>. Tal y como señalan entre otros, Estrada y Vallés (1998) o Estrada et al (1997), el tamaño de la empresa es un buen indicador de la existencia a priori de restricciones financieras, siendo en general las pequeñas empresas las que se encontrarían con mayores dificultades para acceder a financiación externa. El período muestral considerado abarca desde 1994:I hasta 2007:IV y las variables empleadas son la rentabilidad ordinaria del activo neto (ROA), intereses por financiación recibida (GF) y ratio de endeudamiento (RE)<sup>11</sup>. En la estimación de la ecua-

<sup>9</sup> Teóricamente, y tal y como ha indicado los revisores, resultaría más correcto plantear el modelo con datos de empresa a nivel individual, aspecto éste que queda pendiente para futuras investigaciones.

<sup>10</sup> Tal y como recoge la literatura, la existencia de restricciones al endeudamiento es más probable en empresas medianas y pequeñas, para las cuales las opciones de financiación externa suelen limitarse a la financiación bancaria.

<sup>11</sup> Para más detalles sobre la forma de cálculo y obtención de tales variables, puede consultarse las monografías anuales que elabora la Central de Balances del Banco de Espa-

ción [19] se emplea el diferencial de rentabilidad, entendido como la diferencia entre ROA y GF. Los datos proceden del Boletín Estadístico del Banco de España, dónde podrán encontrarse más detalles sobre la construcción de variables y el colectivo de empresas considerado (<http://www.bde.es/infoest/htmls/capit15.htm>).

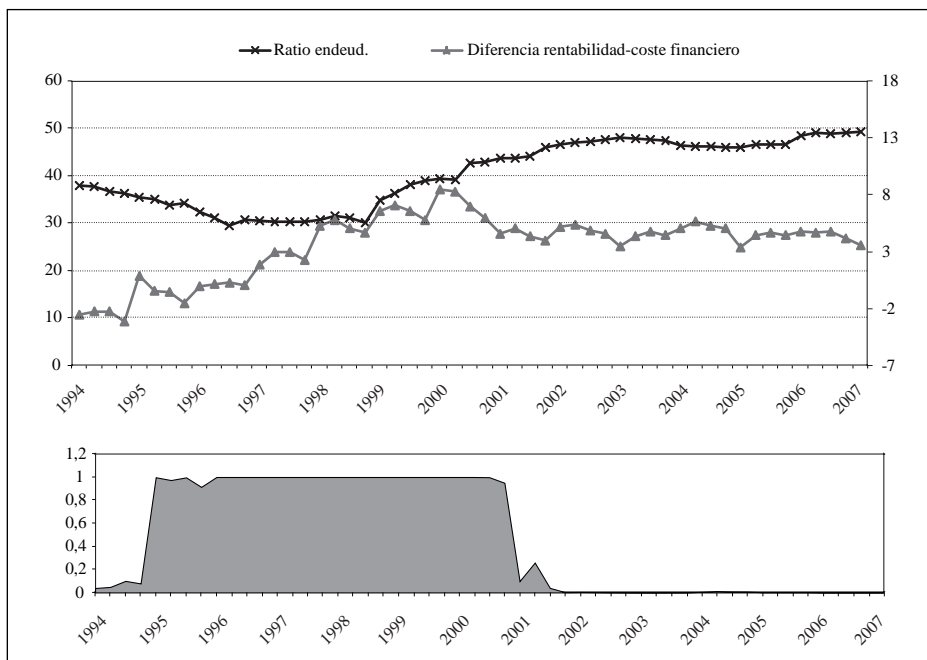
Cuadro 1. Resultados de la estimación

Modelo:	$RE_t = \alpha_{s1} + DF_t \beta_{s1} + \varepsilon_t$		
	Estimación EM	Máxima verosimilitud	
Estado 1			
Parámetros			
$\alpha_{s1}$	31,76970142	31.76183	(11.19654)
$\beta_{s1}$	0,693889382	0.655951	(2.461890)
Modelo:	$RE_t = \alpha_{s2} + DF_t \beta_{s2} + \varepsilon_t$		
	Estimación EM	Máxima verosimilitud	
Estado 2			
Parámetros			
$\alpha_{s2}$	40,83863289	40.80948	(14.28667)
$\beta_{s2}$	1,290692731	1.291804	(3.028565)
Log-verosimilitud	-169.6360		
Akaike info criterion	6.665510		
Schwarz criterion	6.925737		

*Nota:* Los errores estándar, que figuran entre paréntesis, corresponden a la estimación realizada por máxima verosimilitud, al igual que el logaritmos de verosimilitud y los ratios informativos de Schwarz y Akaike.

Como reflejan los resultados de la estimación del modelo parece confirmarse la existencia de dos estados diferenciados en cuanto a la evolución del ratio de endeudamiento de las empresas españolas. En uno de tales estados la sensibilidad del ratio de endeudamiento respecto del diferencial rentabilidad-coste es prácticamente la mitad, estado que precisamente coincide con un estancamiento en el ratio de deuda y que por tanto puede asociarse a la existencia de dificultades por parte de la empresas para acceder a un volumen de financiación externa adecuado.

Gráfico 3. Evolución de las variables diferencial rentabilidad-coste (eje drcha.) y endeudamiento (eje izqda.) y probabilidad de estado



Fuente: CBBE trimestral y elaboración propia.

### 3. CONCLUSIONES

El modelo neoclásico de inversión sin fricciones proporciona una descripción adecuada de las decisiones de inversión de empresas con elevada generación de recursos y que no se enfrentan a ningún tipo de restricción financiera. A fin de ilustrar como se modifican las decisiones de inversión como consecuencia del incumplimiento del teorema de Modigliani-Miller, en este artículo se ha analizado un modelo sencillo en el que se muestra como la estructura financiera, no sólo no es irrelevante, sino que determina las cantidades óptimas de factores utilizadas por la empresa.

Los principales aspectos que la teoría económica reciente ha puesto de relieve en relación a la validez empírica del teorema de Modigliani-Miller hacen referencia a las consecuencias de las imperfecciones y asimetrías de la información en los mercados crediticios sobre la «libre disponibilidad» de recursos financieros por parte de la empre-

sa. La existencia de información asimétrica entre oferentes y demandantes de financiación invalida la independencia entre financiación e inversión, al poder provocar diferenciales entre el coste de los recursos internos y externos o incluso la limitación al acceso de financiación ó racionamiento del crédito.

El modelo propuesto incorpora simultáneamente algunas de las restricciones más habituales en la literatura: mayor coste de los recursos externos, coste del endeudamiento creciente con el volumen de deuda, existencia de inversión en activos líquidos y limitaciones al volumen de endeudamiento total. A partir del modelo teórico se determinan las condiciones de optimalidad para la inversión en presencia de restricciones al volumen de endeudamiento y su relación con los ratios de rentabilidad del activo y coste del endeudamiento. A partir de esta relación y mediante un modelo de ecuaciones alternantes («*switching regressions*») se han estudiado las implicaciones del modelo con datos de empresas medianas elaborados por la Central de Balances del Banco de España pudiéndose apreciar comportamientos compatibles con la existencia de restricciones al volumen de endeudamiento, en concreto se pone de relieve un distinto grado de sensibilidad del endeudamiento al diferencial rentabilidad/coste de la deuda el cual puede ser coherente con la existencia de restricciones al endeudamiento. A la vista de los resultados y como futura línea de investigación sería interesante abordar la aplicación de este método para contrastar la existencia de restricciones al endeudamiento a datos de empresas a nivel individual, dado cabe esperar que tales restricciones se pongan de manifiesto de manera más evidente a nivel de empresa.

#### 4. BIBLIOGRAFÍA

- BENITO, Andrew y HERNANDO, Ignacio (2002), «Extricate: financial pressure and firm behaviour in Spain», *Documento de trabajo del Banco de España*.
- BERNANKE, Ben S.; GERTLER, Mark y GILCHRIST, SIMON (1996), «The financial accelerator and the flight to the quality», *The Review of Economics and Statistics*, vol. 78, Issue 1 (Febrero 1996), págs. 1-15. 1996.
- BOND, Stephen y COSTAS, Meghir (1994), «Dynamic investment models and the firm's financial policy», *The Review of Economic Studies*, 61, págs. 197-222.
- RODRÍGUEZ BRITO, M.<sup>a</sup> Gracia (2001), «Restricciones financieras en un contexto de asimetrías informativas: indicencias de la estructura financiera en las decisiones de inversión», *Estudios de Economía Aplicada*, 18, págs. 209-232.
- CUMMINS, Jasón G. y NYMAN, Ingmar (2001), «Optimal investment with fixed refinancing cost», *Federal Reserve Working Paper*, Octubre 2001.

- ESTRADA, Ángel; CASTRO, Francisco de; HERNANDO, Ignacio y VALLÉS, Javier (1997), *La inversión en España*, Banco de España, Servicio de Estudios. Estudios Económicos (Serie Azul) núm. 67.
- ESTRADA, Ángel y VALLÉS, Javier (1998), «Investment and financial structure in spanish manufacturing firms», *Investigaciones Económicas*, vol. 22 (3), págs. 337-359.
- FAZZARI, Steven. M.; HUBBARD, R. Glenn y PETERSEN, Bruce C. (1988), «Financing constraints and corporate investment», *Brookings Papers on Economic Activity*, 1, págs. 141-206.
- GERTLER, M. y GILCHRIST, S., «Monetary policy, business cycles and the behavior of small manufacturing firms», *Quarterly Journal of Economics*, vol. 109, págs. 309-340. 1994.
- HERNANDO, Ignacio y MARTÍNEZ CARRASCAL, Carmen (2003), *The impact of financial variables on firms' real decisions: evidence from Spanish firm level data*, Banco de España. Documento de trabajo núm. 0319.
- HUBBARD, R. Glenn; KASHYAP, Anil K. y WHITED, Toni M. (1995), «Internal finance and firm investment», *Journal of Money, Credit and Banking*, 27, págs. 683-701.
- HUBBARD, R. Glenn (1998), «Capital-market imperfections and investment», *Journal of Economic Literature*, 36, págs. 193-225.
- MAROTO, J. A. (1993), «La situación económico-financiera de las empresas españolas y la competitividad», *Economía Industrial*, 291, págs. 89-106.
- MORAL CARCEDO, J. y SÁNCHEZ GONZÁLEZ, J. (2005), «Restricciones financieras y de liquidez: reforzando el acelerador financiero», *Estudios de Economía Aplicada*, vol. 23-1. págs. 125-149, 2005.
- ONO, Masanori (2003), «A computational approach to liquidity-constrained firms over an infinite horizon», *Journal of Economic Dynamics and Control*, 28, págs. 189-205.
- QUANDT, Richard E. (1988), *The econometric of disequilibrium*, Oxford, Basil Blackwell.
- SCARAMOZZINO, Pasquale (1997), «Investment irreversibility and finance constraints», *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 59, págs. 89-108.