

## Inferencia estadística bayesiana

V. Abraira

Unidad de Bioestadística Clínica. Hospital Ramón y Cajal. Madrid. Nodo de la Red MBE.

Una de las objeciones que se hacen contra los contrastes de hipótesis es que el valor  $p$  es mal interpretado con mucha frecuencia. Los métodos bayesianos son una alternativa muy atractiva que permiten presentar los resultados de una forma muy natural e intuitiva, además permiten incluir en el proceso inferencial los resultados provenientes de estudios previos.

*Palabras clave:* inferencia bayesiana, contraste de hipótesis.

One of the objections made against the hypothesis tests is that the  $p$  value is frequently misinterpreted. Bayesian methods are a very attractive alternative which offer a very natural and intuitive result. In addition, results from previous studies can be included in the inferential process by Bayesian methods.

*Key words:* bayesian inference, hypothesis tests.

En la nota dedicada a los contrastes de hipótesis<sup>1</sup> se señalaba que la interpretación errónea más frecuente que se hace de ellos, en los artículos publicados en las revistas médicas, consiste en interpretar el valor  $p$  como la probabilidad de que la hipótesis nula sea cierta y que, por lo tanto, un resultado “significativo”, es decir, un resultado para el que el valor  $p$  sea pequeño, significa que es muy improbable que la hipótesis nula sea cierta. Seguramente este error es tan frecuente porque ésta es la interpretación con la que los investigadores se sienten más cómodos, la que resulta más fácil e intuitiva. El problema es que no es correcta: recordemos que el valor  $p$  es la probabilidad del resultado obtenido, u otro más alejado de la hipótesis nula, si la hipótesis nula fuera cierta. Es una medida de la discrepancia de los datos con la hipótesis, pero no es la probabilidad de que la hipótesis sea cierta, ya que se ha calculado aceptando que lo sea.

Para comprender bien esa diferencia, hay que entender el concepto de probabilidad condicionada que concierne a un suceso bajo el supuesto de la verificación de otro<sup>2</sup>. Por ejemplo, si la incontinencia anal afecta al 2,2% de la población general, pero al 60% de los ancianos institucionalizados<sup>3</sup>, la probabilidad de que un individuo cualquiera la padezca es 0,022, pero si el individuo es un anciano internado en una residencia, la probabilidad de que

la padezca es 0,6. Es decir, el hecho de que ocurra un suceso, en este caso ser un anciano institucionalizado, puede cambiar la probabilidad de otro, en el ejemplo, padecer incontinencia fecal. A esta última probabilidad se le denomina probabilidad condicionada del segundo suceso (incontinencia) condicionada a, o dado, el primero (ser anciano institucionalizado). El cambio en la probabilidad condicionada, respecto a la probabilidad sin condicionar, es tanto mayor cuanto más relacionados están los sucesos. El proceso de realizar la historia clínica, explorar y realizar pruebas complementarias para diagnosticar una enfermedad es un ejemplo de uso de este principio. Los clínicos, buscan (anamnesis), o provocan (pruebas diagnósticas) los sucesos que, dado que han ocurrido, más puedan cambiar la probabilidad de la posible enfermedad que están considerando. En general, los médicos lo hacen de forma intuitiva, pero el cambio de la probabilidad de un suceso incierto (padecer una determinada enfermedad), debido a la ocurrencia de otros sucesos relacionados (síntomas o resultados de pruebas diagnósticas) se puede formalizar mediante el teorema de Bayes. Una de las formas más sencillas de este teorema se vio en la nota dedicada a los índices de rendimiento de las pruebas diagnósticas<sup>4</sup> y es:

$$odds_{post} = CP_R \quad odds_{pre}$$

Recuérdese que se denomina *odds* al cociente entre la probabilidad de que un evento (en este caso “estar enfermo”) ocurra y la probabilidad de que no ocurra. Los subíndices *post* y *pre* indican posprueba, o condicionado al resultado de la prueba, y preprueba, respectivamente y  $CP_R$  es el *cociente de probabilidad* del resultado

Correspondencia: V. Abraira.  
Unidad de Bioestadística Clínica.  
Hospital Ramón y Cajal.  
Ctra. Colmenar km 9,100. 28034 Madrid.  
Correo electrónico: victor.abraira@hrc.es

de la prueba. Como se vio entonces con un ejemplo<sup>4</sup>, para interpretar, con este formalismo, el resultado de una prueba diagnóstica, se debería estimar, por su sintomatología e historia, la probabilidad de que el paciente tenga la enfermedad y se deberían conocer los *CP* de los posibles resultados de la prueba, para que, una vez conocido el resultado, se pueda aplicar la fórmula anterior para obtener la probabilidad condicionada a este resultado.

De modo similar se puede aplicar este formalismo al contraste de hipótesis. En este caso, también interesa ver cómo los datos observados en el estudio cambian la probabilidad, no de estar enfermo, sino de la hipótesis en evaluación. La fórmula anterior se suele representar como:

$$odds_{post} = FB \quad odds_{pre}$$

donde los *odds* son, ahora, los de la hipótesis nula y, en lugar del *CP*, el denominado *factor de Bayes (FB)* que, aunque en este contexto cambia de nombre, tiene la misma forma, es decir:

$$FB = \frac{\text{Prob (datos, dada la hipótesis nula)}}{\text{Prob (datos, dada la hipótesis alternativa)}}$$

Nótese que con esta forma de hacer la inferencia, el resultado es el *odds*. A partir del *odds* se puede fácilmente calcular la probabilidad<sup>4</sup> de que la hipótesis nula sea cierta dados los datos observados, que como se dijo antes, es la interpretación que los investigadores tienden a dar erróneamente al valor *p* de los contrastes de hipótesis. Podríamos pensar, por ello, que es la forma más natural e intuitiva de expresar los resultados de la inferencia y, por lo tanto, es ésta la primera ventaja del método basado en el teorema de Bayes con respecto al método convencional.

Otra ventaja importante del método bayesiano es que permite, a través del *odds<sub>pre</sub>*, incorporar al proceso inferencial los resultados procedentes de estudios previos. Recuérdese que la imposibilidad de hacerlo es una de las críticas más importantes al método convencional<sup>1</sup>. Sin embargo, esta incorporación se ha señalado también como una debilidad del método, como una puerta abierta a la subjetividad del investigador, puesto que el investigador incorpora su grado de convicción, siempre subjetivo, acerca de la hipótesis en evaluación. Los defensores del método bayesiano recuerdan que subjetivo no es sinónimo de caprichoso y argumentan que es inevitable que los investigadores tengan sus convicciones sobre las hipótesis que evalúan y que, de un modo u otro, siempre las incorporan. Más vale, por lo tanto, que lo hagan explícitamente, con un método que lo permite formalmente y que, por ello, hace posible un “análisis de sensibilidad”, es decir el examen de las modificaciones que distintas convicciones pue-

dan provocar en el resultado final<sup>6</sup>. En todo caso, esta incorporación del conocimiento previo sí parece ser una dificultad del método, ya que la mayoría de los investigadores que lo usan optan por usar el denominado precedente plano, o no informativo<sup>6</sup> y que consiste en asignar a la hipótesis una probabilidad previa uniformemente repartida entre 0 y 1.

La forma habitual de usar este método consiste<sup>5</sup> en expresar la probabilidad *a priori* como una distribución de probabilidad o, dicho de manera muy poco rigurosa, como un rango de valores posibles en el intervalo (0-1). La probabilidad, después del experimento, se expresa también como una distribución. Ambas, generalmente, representadas de forma gráfica. Existe, sin embargo, otra aproximación al método<sup>7</sup> que resalta el hecho de que el teorema de Bayes tiene dos componentes, uno que incorpora la apreciación de conocimientos previos y otro, el *FB*, que resume la información contenida en los datos. Se puede decir que el *FB* es el índice a través del cual “hablan” los datos y está separado de la parte subjetiva de la ecuación. Si se tienen dificultades con la incorporación de la probabilidad *a priori*, se puede comunicar como resultado de la inferencia simplemente el *FB*, del mismo modo que en un estudio de evaluación de pruebas diagnósticas se comunican los *CP*. El *FB*, a diferencia del valor *p*, no es una probabilidad, sino un cociente de probabilidades, que compara dos hipótesis respecto a su capacidad para predecir los datos y que puede usarse tanto en la inferencia como en la toma de decisiones. Si, por ejemplo, en un ensayo clínico que compara dos tratamientos, en el que la hipótesis nula es que no hay diferencia entre ellos, se encuentra que *FB*=1/2, este resultado se puede interpretar de tres maneras:

- 1) Los resultados observados son la mitad de probables bajo la hipótesis nula que bajo la alternativa.
- 2) Los resultados avalan la hipótesis nula con la mitad de fuerza que la alternativa, o equivalentemente, avalan la hipótesis alternativa con el doble de fuerza que la nula.
- 3) Los resultados reducen el *odds* de la hipótesis nula a la mitad respecto al *odds* previo al ensayo. Esta interpretación es la que permite cuantificar la probabilidad de la hipótesis nula después del experimento, si se tiene una valoración previa.

Hasta ahora el uso de los métodos bayesianos en las revistas médicas es muy minoritario. Seguramente debido, al menos en parte, a la falta de herramientas adecuadas para hacer los cálculos necesarios, ya que los paquetes estadísticos más difundidos no los incorporan. Sin embargo, ya empieza a haber programas fáciles de usar que los incluyen. Uno de ellos, *EPIDAT*, en español y que contiene una ayuda muy didáctica, puede descargarse desde la dirección de Internet: <http://dxsp.sergas.es/>. Hay también una tendencia emergente entre los editores de revistas médicas a fomentar interpretaciones bayesianas de los resultados de las investigaciones<sup>8,9</sup> que presumiblemente aumentará la cantidad de artículos que lo hagan, lo que obligará a los médicos a familiarizarse con estos métodos. Esta nota pretende modestamente contribuir a su difusión.

## BIBLIOGRAFÍA

1. Abraira V. Contrastes de hipótesis: el valor  $p$ . SEMERGEN 2002; 28:374-5.
2. Pérez de Vargas A, Abraira Santos V. Bioestadística. Madrid: Centro de Estudios Ramón Areces, 1996.
3. Arribas del Amo D, Córdoba Díaz de Laspra E, Latorre Sahún A, Arribas del Amo R. Incontinencia anal. SEMERGEN 2004;30:218-22.
4. Abraira V. Índices de rendimiento de las pruebas diagnósticas. SEMERGEN 2002;28:193-4.
5. Silva LC, Benavides A. El enfoque bayesiano: otra manera de inferir. Gac Sanit 2001;15:341-6.
6. Silva LC, Muñoz A. Debate sobre métodos frecuentistas vs bayesianos. Gac Sanit 2000;14:482-94.
7. Goodman SN. Toward Evidence-Based Medical Statistics. 2: The Bayes Factor. Ann Intern Med 1999;130:1005-13.
8. Davidoff F. Standing statistics right side up. Ann Intern Med 1999; 130:1019-21.
9. Bayarri MJ, Cobo E. Una oportunidad para Bayes. Med Clin (Barc) 2002;119:252-3.