

Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería

www.elsevier.es/rimni



Modelado numérico para estudiar interfases fluido-sólidas ante excitaciones dinámicas

E. Flores-Méndez^{a,*}, M. Carbajal-Romero^b, N. Flores-Guzmán^c y J. Núñez-Farfán^a

^a Instituto Politécnico Nacional, Unidad Profesional ESIA Zacatenco, México D.F., México

^b Instituto Politécnico Nacional, Unidad Profesional ESIME Azcapotzalco, Av. de las Granjas 682, Santa Catarina del Azcapotzalco, 02250 México D.F., México

^c Centro de Investigación en Matemáticas, Jalisco s/n, Mineral de Valenciana, Guanajuato, México

INFORMACIÓN DEL ARTÍCULO

Historia del artículo:

Recibido el 28 de febrero de 2012

Aceptado el 9 de marzo de 2012

On-line el 31 de julio de 2013

Palabras clave:

Método de elementos frontera

Funciones de Green

Interfases fluido-sólido

Análisis en frecuencia

R E S U M E N

Este trabajo trata sobre la propagación de ondas en interfases fluido-sólidas debidas a excitaciones dinámicas, que son conocidas como ondas de Scholte. Se ha estudiado una amplia gama de materiales sólidos elásticos empleados en la ingeniería. La interfase une un medio acústico (fluido) y otro sólido. Se ha demostrado que por medio de un análisis de ondas difractadas en un fluido es posible deducir las características mecánicas del medio sólido, específicamente sus velocidades de propagación. Para este propósito, el campo difractado de onda de presión y desplazamientos, debido a una onda inicial de presión en el fluido, se expresa mediante las representaciones integrales de frontera, las cuales satisfacen la ecuación de movimiento. La presión inicial en el fluido es representada mediante una función de Hankel de segunda especie y orden cero. La solución a este problema de propagación de ondas se obtiene por medio del método indirecto de elementos frontera, que es equivalente al bien conocido teorema de representación de Somigliana. La validación de los resultados se realiza por medio del método del número de onda discreto. En primer lugar, se muestran espectros de presiones que ilustran el comportamiento del fluido para cada material sólido considerado, y después se aplica la transformada rápida de Fourier para mostrar los resultados en el dominio del tiempo, donde se ejemplifica la aparición de las ondas de Scholte y la cantidad de energía que transportan.

© 2012 CIMNE (Universitat Politècnica de Catalunya). Publicado por Elsevier España, S.L. Todos los derechos reservados.

Numerical modeling to study fluid-solid interfaces under dynamic excitations

A B S T R A C T

This work shows the wave propagation in fluid-solid interfaces due to dynamic excitations, such interface waves are known as Scholte's waves. We studied a wide range of elastic solid materials used in engineering. The interface connects an acoustic medium (fluid) and another solid. It has been shown that by means of an analysis of diffracted waves in a fluid, it is possible to deduce the mechanical characteristics of the solid medium, specifically, its propagation velocities. For this purpose, the diffracted field of pressures and displacements, due to an initial pressure in the fluid, are expressed using boundary integral representations, which satisfy the equation of motion. The initial pressure in the fluid is represented by a Hankel's function of second kind and zero order. The solution to this problem of wave propagation is obtained by means of the Indirect Boundary Element Method, which is equivalent to the well-known Somigliana's representation theorem. The validation of the results was performed by means of the Discrete Wave Number Method. Firstly, spectra of pressures to illustrate the behavior of the fluid for each solid material considered are included, then, the Fast Fourier Transform algorithm to display the results in the time domain is applied, where the emergence of Scholte's waves and the amount of energy that they carry are highlighted.

© 2012 CIMNE (Universitat Politècnica de Catalunya). Published by Elsevier España, S.L. All rights reserved.

Keywords:

Boundary element method

Green's functions

Fluid-solid interfaces

Frequency analysis

* Autor para correspondencia.

Correos electrónicos: efloresm@ipn.mx (E. Flores-Méndez), mcarbajalr@ipn.mx (M. Carbajal-Romero), norberto@cimat.mx (N. Flores-Guzmán).

1. Introducción

El estudio de las ondas de interfase que se propagan en las vecindades de un medio fluido que interactúa con un medio sólido elástico tiene sus orígenes en los trabajos pioneros de Scholte en 1942 y 1947 [1,2] y, por lo tanto, esta clase de ondas se conoce como ondas de Scholte. Pertenecen a uno de las 3 tipos básicos de ondas de interfase presentadas en medios isotrópicos. Comparte la clasificación con las ondas de Rayleigh y Stoneley, para las interfases entre medios vacío-sólido y sólido-sólido, respectivamente [3,4].

En las ondas de interfase, la mayor parte de la energía se localiza en la interfase y disminuye exponencialmente en función de la profundidad. Sin embargo, decae más lentamente en función de la distancia que las ondas de compresión y de cortante [5]. Esta concentración de energía tiene enormes implicaciones en algunas áreas de la física y de la ingeniería. Por ejemplo, las ondas de Rayleigh se estudian extensivamente en la ingeniería sísmica y en la sismología debido a sus resultados catastróficos durante fuertes movimientos telúricos.

Se han divulgado algunas otras aplicaciones para casos particulares [6–9], que se centran principalmente en el fenómeno de ondas de interfase en fondos oceánicos, y en las que destacan características específicas sobre la propagación de ondas en interfases, tales como atenuación, porosidad, etc. [10–15].

En el campo de los métodos numéricos hay varias formulaciones diseñadas para modelar configuraciones complejas de interfases para estudiar este fenómeno. Algunos de estos métodos incluyen: elementos finitos [16], diferencias finitas [17,18], elementos frontera [19,20], espectrales y pseudoespectrales [21–23], entre otros.

En este artículo planteamos el uso del método indirecto de elementos frontera (MIEF) para estudiar las interfases fluido-sólidas, para una amplia gama de materiales sólidos usados frecuentemente en ingeniería. Esta técnica numérica se fundamenta en una representación integral de los campos difractados de onda de esfuerzos, presiones y desplazamientos, que se puede considerar como una implementación numérica del principio de Huygens, equivalente, matemáticamente hablando, al teorema de representación de Somigliana.

Los resultados se expresan tanto en los dominios del tiempo como de la frecuencia. Los materiales considerados en el análisis se caracterizan por sus velocidades de onda y sus densidades. A continuación se resumen las principales ecuaciones empleadas para desarrollar el MIEF y el método del número de onda discreto (MNOD), empleando este último con fines de validación. Los resultados de ambas formulaciones concuerdan satisfactoriamente.

2. Breve descripción del método indirecto de elementos frontera

2.1. Campo incidente de presiones y desplazamientos

Si asumimos que la ecuación que gobierna la propagación de onda en el fluido está dada por la bien conocida ecuación del movimiento, tenemos:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}(\mathbf{x})}{\partial x_j} = \rho_F \frac{\partial^2 u_i(\mathbf{x})}{\partial t^2}, \quad i, j = 1, 3, \quad (1)$$

donde ρ_F = densidad del fluido. Si consideramos que los esfuerzos en el fluido están relacionados con la presión generada por un pulso incidente, entonces esta última ecuación se puede expresar como:

$$\sigma_{ij}(\mathbf{x}) = -p^{0F}(\mathbf{x})\delta_{ij}, \quad i, j = 1, 3. \quad (2)$$

Por lo tanto, el campo de desplazamientos en el fluido se puede representar por la bien conocida forma:

$$u_n^{0F}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\rho_F \omega^2} \frac{\partial p^{0F}(\mathbf{x})}{\partial n} \quad (3)$$

El pulso incidente en el fluido, según se muestra en la figura 1a (inserto), se puede expresar como:

$$p^{0F}(\mathbf{x}) = C(\omega)H_0^{(2)}(\omega r/c^F), \quad (4)$$

donde $p^{0F}(\mathbf{x})$ = pulso incidente en el fluido, $\mathbf{x} = \{x_1, x_3\}$, $C(\omega)$ = factor de escalamiento para el pulso incidente, $H_0^{(2)}(\bullet)$ = función de Hankel de segunda especie y orden cero, ω = frecuencia circular, c^F = velocidad de la onda compresional en el fluido y $r = r(\mathbf{x})$ es la distancia del receptor a la fuente.

2.2. Representación integral para los campos de onda difractados

Para representar los campos de onda difractados en el fluido (para presiones y desplazamientos) debidos al pulso incidente que impacta el medio sólido (pared sólida y elástica), sugerimos las representaciones integrales siguientes:

$$p^{dF}(\mathbf{x}) = \int_{\partial F} G^F(\mathbf{x}, \xi) \Psi(\xi) dS_\xi, \quad y \quad (5)$$

$$u_n^{dF}(\mathbf{x}) = c_1 \Psi(\mathbf{x}) + \frac{1}{\rho_F \omega^2} \int_{\partial F} \frac{\partial G^F(\mathbf{x}, \xi) \Psi(\xi) dS_\xi}{\partial n}, \quad (6)$$

donde

$$G^F(\mathbf{x}, \xi) = \frac{\rho \omega^2}{4i} H_0^{(2)}(\omega r/c^F), \quad (7)$$

$\Psi(\bullet)$ = densidad de la fuerza para el fluido, $G^F(\bullet)$ = función de Green para el fluido, y c_1 define la orientación de la región y pueden asumir valores de $-0,5$ o $0,5$ (véase la explicación para c_2 , que se detalla más abajo). La ecuación (6) se deriva de la ecuación (5) debido a que el campo de desplazamientos difractados se obtiene de la derivada del campo de presiones multiplicados por el factor $1/(\rho_F \omega^2)$. Esta relación también se observa entre las ecuaciones (3) y (4), las cuales satisfacen claramente la ecuación de movimiento.

Los campos completos de presión y desplazamientos en el fluido, es decir, campo incidente y difractado, se pueden expresar, respectivamente, por:

$$p^F(\mathbf{x}) = p^{0F}(\mathbf{x}) + p^{dF}(\mathbf{x}), \quad (8)$$

$$u_n^F(\mathbf{x}) = u_n^{0F}(\mathbf{x}) + u_n^{dF}(\mathbf{x}). \quad (9)$$

Puesto que la fuente se aplica solamente al fluido, se espera que en el sólido solo aparezcan ondas difractadas que pueden ser establecidas como sigue.

Considere un dominio V , limitado por la superficie S . Si este dominio está ocupado por un material elástico, el campo de desplazamientos bajo excitación armónica se puede escribir, despreciando las fuerzas de cuerpo, por medio de la ecuación integral de frontera de capa simple:

$$u_i^d(\mathbf{x}) = \int_{\partial S} G_{ij}(\mathbf{x}, \xi) \phi_j(\xi) dS_\xi, \quad (10)$$

donde $u_i^d(\mathbf{x})$ = el i -ésimo componente de desplazamiento en el punto $\mathbf{x}$, $G_{ij}(\mathbf{x}; \xi)$ = función de Green, que es el desplazamiento producido en la dirección i en $\mathbf{x}$ debida a la aplicación de una fuerza unitaria en la dirección j en el punto ξ , $\phi_j(\xi)$ es la densidad de fuerza en la dirección j en el punto ξ . Esta representación integral se puede obtener de la identidad de Somigliana [24].

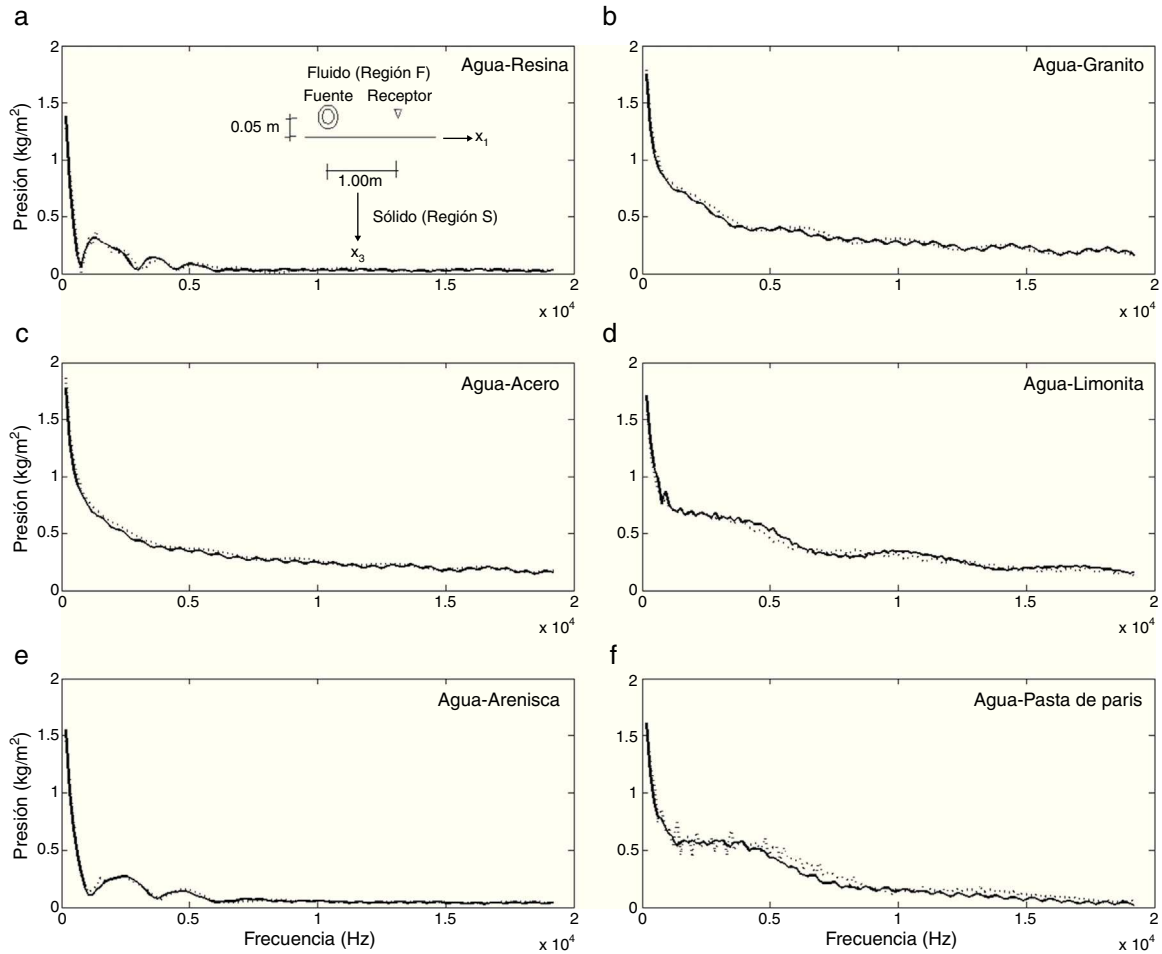


Figura 1. Espectros de presiones para los casos de interfaces mostrados en la tabla 1. El receptor está localizado a una distancia de 0,05 m de la frontera del sólido y a una distancia horizontal de la fuente de 1,00 m. Los resultados obtenidos mediante el MIEF se dibujan con línea punteada, mientras que los obtenidos con MNOD se grafican con línea continua. Se observa una buena concordancia entre los resultados.

Esta representación integral permite el cálculo de esfuerzos y de tracciones por medio del uso directo de la ley de Hooke y de la ecuación de Cauchy, respectivamente, excepto en singularidades de frontera, es decir, cuando $\mathbf{x}$ es igual a ξ en la superficie S . A partir de un proceso límite basado en consideraciones de equilibrio alrededor de la vecindad de la frontera, es posible escribir, para $\mathbf{x}$ en S :

$$t_i^d(\mathbf{x}) = c_2 \phi_i(\mathbf{x}) + \int_{\partial S} T_{ij}(\mathbf{x}, \xi) \phi_j(\xi) dS_\xi, \quad (11)$$

donde $t_i^d(\mathbf{x})$ es el i -ésimo componente de tracción, $c_2 = 0.5$ si $\mathbf{x}$ tiende a la frontera S «desde dentro» de la región, $c_2 = -0.5$ si $\mathbf{x}$ tiende a S «desde el exterior» de la región, o $c_2 = 0$ si $\mathbf{x}$ no está en S . $T_{ij}(\mathbf{x}; \xi)$ es la función de Green de tracciones, es decir, la tracción en la dirección i en un punto $\mathbf{x}$, asociado al vector unitario $n_i(\mathbf{x})$, debido a la aplicación de una fuerza unitaria en la dirección j en ξ en S . Las funciones de Green en 2D para un espacio completo pueden ser encontradas en la bibliografía de Rodríguez-Castellanos et al. [25–27]. Las funciones de Green utilizadas para el espacio completo tienen una estructura simple y fácil de implementar. Si bien es cierto que el uso de estas funciones de Green conduce a la necesidad de discretizar la superficie libre, esto resulta aún más conveniente que el uso de las funciones de Green para semi-espacio elástico, debido a su complejidad. Adicionalmente, se ha demostrado que el uso de las funciones de Green para el espacio completo deriva en soluciones precisas [28,29].

2.3. Condiciones de frontera

En el MIEF es conveniente dividir el dominio en 2 regiones (S para el sólido y F para el fluido), en las cuales han de establecerse las condiciones de frontera apropiadas al problema en estudio. Estas condiciones de frontera para las interfaces fluido-sólido se pueden expresar como:

$$u_3^S(\mathbf{x}) = u_3^F(\mathbf{x}), \quad \forall \mathbf{x} \in \partial S = \partial F, \quad (12)$$

$$t_1^S(\mathbf{x}) = 0, \quad \forall \mathbf{x} \in \partial S, \quad (13)$$

$$t_3^S(\mathbf{x}) = -p^F(\mathbf{x}), \quad \forall \mathbf{x} \in \partial S. \quad (14)$$

Escribiendo la condición de frontera (12) como función del campo difractado (10) para el sólido y el campo incidente (3) y el campo difractado (6) para el fluido, obtenemos:

$$\begin{aligned} \int_{\partial S} G_{1j}^S(\mathbf{x}, \xi) \phi_j(\xi) dS_\xi &= \frac{1}{\rho_F \omega^2} \frac{\partial p^0(\mathbf{x})}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x_1} + c_1 \Psi(\mathbf{x}) \\ &+ \int_{\partial F} \frac{\partial G^F(\mathbf{x}, \xi)}{\partial x_1} \Psi(\xi) dS_\xi, \quad \forall \mathbf{x} \in \partial F = \partial S. \end{aligned} \quad (15)$$

La condición de tracción libre (13) se puede expresar de la forma integral (11), obteniendo:

$$c_2 \frac{1}{2} \phi_i(\mathbf{x}) + \int_{\partial S} T_{3j}^S(\mathbf{x}, \xi) \phi_j(\xi) dS_\xi = 0, \quad \forall \mathbf{x} \in \partial S. \quad (16)$$

La condición de frontera (14) se puede escribir por medio de (4), (5) y (11), y entonces tenemos:

$$c_2 \phi_i(\mathbf{x}) + \int_{\partial S} T_{ij}^S(\mathbf{x}, \xi) \phi_j(\xi) dS_\xi = -c(\omega) H_0^{(2)}(\omega r / c^F) - \int_{\partial F} G^F(\mathbf{x}, \xi) \Psi(\xi) dS_\xi, \forall \mathbf{x} \in \partial F = \partial S. \quad (17)$$

2.4. Esquema de discretización

En esta sección, se muestra la discretización de las ecuaciones (15), (16) y (17). Asumimos que las densidades de fuerza $\phi(\mathbf{x})$ y $\Psi(\mathbf{x})$ deben ser constantes en cada elemento que forme las superficies de las regiones S y F , respectivamente. Además, si empleamos integración gaussiana (o integración analítica, donde la función de Green se hace singular), entonces (15) se puede escribir como:

$$\sum_{n=1}^N \phi_j(\xi_n) g_{ij}^S(x_l, \xi_n) - \sum_{n=1}^N \Psi(\xi_n) k = \frac{1}{\rho_F \omega^2} \frac{\partial p^{oF}(x_l)}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x_1}, l = 1, N, \quad (18)$$

$$g_{ij}^S(x_l, \xi_n) = \int_{\Delta S_n} G_{ij}^S(x_l, \xi_n) dS_\xi, \quad (19)$$

$$k = c_1 \delta_{ij} \delta_{ln} + \int_{\Delta S_n} \frac{\partial G^F(x_l, \xi_n)}{\partial x_1} dS_\xi. \quad (20)$$

donde N es el número de elementos frontera en que se dividieron las fronteras de sólido y del fluido. La ecuación (16) conduce a:

$$\sum_{n=1}^N \phi_i(\xi_n) t_{3j}^S(x_l, \xi_n) = 0, l = 1, N, \quad (21)$$

$$t_{3j}^S(x_l, \xi_n) = c_2 \delta_{ij} \delta_{ln} + \int_{\Delta S_n} T_{3j}^S(x_l, \xi_n) dS_\xi, \quad (22)$$

La ecuación (17) se puede expresar como:

$$\sum_{n=1}^N \phi_j(\xi_n) t_{ij}^S(x_l, \xi_n) + \sum_{n=1}^N \Psi(\xi_n) g^F(x_l, \xi_n) = -c(\omega) H_0^{(2)}(\omega r / c^F), l = 1, N, \quad (23)$$

$$g^F(x_l, \xi_n) = \int_{\Delta S_n} G^F(x_l, \xi_n) dS_\xi. \quad (24)$$

Las ecuaciones (18), (21) y (23) forman el sistema de ecuaciones integrales que tiene que ser solucionado, encontrando por ende las densidades de fuerza $\phi(\mathbf{x})$ y $\Psi(\mathbf{x})$. Una vez que se hayan calculado las densidades de fuerza, se pueden obtener los campos completos de presiones y de desplazamientos en el fluido, por medio de las ecuaciones (8) y (9). Para el sólido, los campos completos de desplazamientos y tracciones se pueden obtener por medio de las ecuaciones (10) y (11). El esquema de discretización que usa el MIEF puede consultarse adicionalmente en Rodríguez-Castellanos et al. [30] y en Ávila-Carrera et al. [31]. La interfase del fluido con el sólido es modelada con elementos frontera cuya longitud se propone igual para ambas regiones (fluida y sólida). El tamaño de cada elemento frontera, empleado en el modelo de la interfaz, depende de la frecuencia analizada. Como regla general, tal tamaño corresponde a 1/6 de la longitud de onda de cortante obtenida a esa frecuencia. Este tamaño de elementos frontera es el adecuado para el estudio de difracción de ondas. El orden del sistema de ecuaciones que se obtiene es 3^*N , donde N es el número de elementos frontera en que se divide la interfase, dependiente de la frecuencia. Para la

mayor frecuencia analizada se utilizó $N = 250$ elementos frontera, obteniendo un sistema de ecuaciones de 750×750 . Las estradas de este sistema de ecuaciones están en el campo complejo y dependen de la frecuencia. Las matrices obtenidas son asimétricas.

3. Breve descripción de la formulación por medio del método del número de onda discreto

El MNOD es una de las técnicas empleadas para simular los movimientos de ondas. La onda sísmica que irradia desde una fuente se expresa como una integración en el dominio del número de onda [32]. La idea principal del método es representar una fuente como una superposición de ondas planas que se propagan en ángulos discretos. Debido a que el medio no cuenta con amortiguamiento inelástico, el denominador del integrando se hace cero para un número de onda particular y, por lo tanto, la integración numérica se hace imposible. Para solucionar este problema, se incorpora una frecuencia compleja en la formulación [32].

El pulso incidente en el fluido, según se muestra en la figura 1a (inserto), se puede expresar como:

$$p^{oF}(\mathbf{x}) = C(\omega) H_0^{(2)}(\omega r / c^F) = \frac{C(\omega)}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-ikx_3 - i\eta|x_1|}}{\eta} dk \approx \frac{C(\omega)}{\pi} \sum_{n=-N}^N \frac{e^{-ik_n x_3 - i\eta_n |x_1|}}{\eta_n} \Delta k, \quad (25)$$

donde: k = número de onda, $\eta = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^F} - k^2}$ con $\text{Im } \eta < 0$. Si expresamos k en valores discretos, entonces tenemos: $k_n = n \Delta k$ y $\eta_n = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^F} - k_n^2}$ con $\text{Im } \eta_n < 0$.

Si asumimos que el campo completo de presiones en el fluido está representado como la suma del campo incidente y el difractado, se pueden expresar, respectivamente, como:

$$p^F(x) = p^{oF}(x) + p^{dF}(x) = p^{oF}(x) + \sum_{n=-N}^N A_n e^{-ik_n x_3 + i\eta_n(x_1 - a)} \quad (26)$$

y

$$u_1^F(x) = \frac{1}{\rho \omega^2} \frac{\partial p^F(x)}{\partial x_1} = \frac{1}{\rho \omega^2} \left\{ \sum_{n=-N}^N \frac{-i \text{sig}(x_1)}{\pi} e^{-ik_n x_3 - i\eta_n |x_1|} \Delta k + \sum_{n=-N}^N i A_n \eta_n e^{-ik_n x_3 + i\eta_n |x_1 - a|} \Delta k \right\} \quad (27)$$

Para el sólido, asumimos que el potencial de desplazamientos tiene la forma $\phi = \sum B_n e^{-ik_n x_3} e^{-i\gamma_n(x_1 - a)}$ y $\psi = \sum C_n e^{-ik_n x_3} e^{-i\nu_n(x_1 - a)}$, donde $\gamma_n = \sqrt{\frac{\omega^2}{\alpha^2} - k_n^2}$ con $\text{Im } \gamma_n < 0$, y $\nu_n = \sqrt{\frac{\omega^2}{\beta^2} - k_n^2}$ con $\text{Im } \nu_n < 0$. α y β son las velocidades de la onda compresionales y cortantes del sólido, respectivamente. a = distancia entre la fuente y la frontera del sólido.

El campo de desplazamientos para el sólido se puede expresar como $u = \frac{\partial \phi}{\partial x_1} - \frac{\partial \psi}{\partial x_3}$ y $w = \frac{\partial \phi}{\partial x_3} + \frac{\partial \psi}{\partial x_1}$. El campo de esfuerzos se obtiene por la bien conocida ecuación:

$$\sigma_{ij}(\mathbf{x}) = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}, \quad (28)$$

donde $\sigma_{ij}(\mathbf{x})$ = tensor de esfuerzos, λ y μ son las constantes de Lamé, ε_{ij} = tensor de deformaciones y δ_{ij} = la delta de Kronecker.

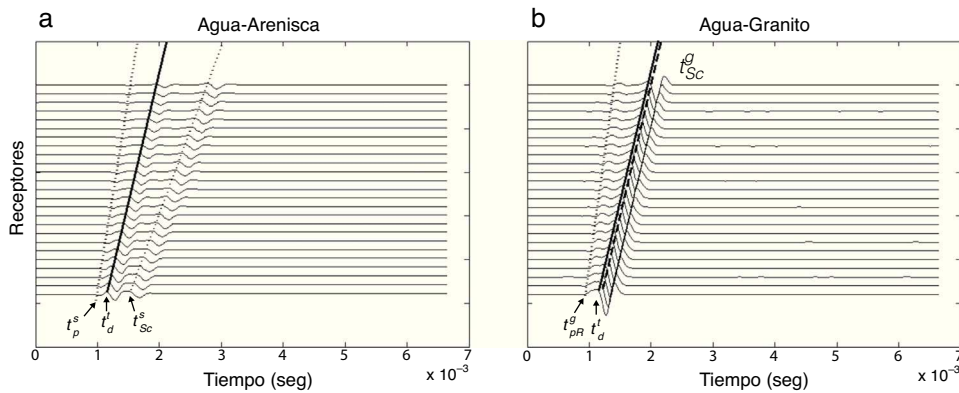


Figura 2. Sismogramas sintéticos de presiones obtenidos por medio del MIEF para los casos de la interfaz: a) agua-arenisca; b) agua-granito.

Tabla 1

Propiedades del material usadas como validación y ejemplos numéricos

Modelo	α (m s ⁻¹)	β (m s ⁻¹)	ρ (kg m ⁻³)
Agua-resina	2.443	1.000	1.270
Agua-granito	6.100	2.977	2.700
Agua-acero	5.837	3.247	7.874
Agua-limonita	4.810	2.195	2.500
Agua-arenisca	2.670	1.090	2.200
Agua-pasta de París	3.372	1.872	1.908
Agua, para todos los modelos	1.501	–	1.000

Las condiciones de frontera que se aplican están representadas por las ecuaciones (12), (13) y (14). Una vez que estas se hayan aplicado, se obtienen los coeficientes desconocidos An , Bn y Cn . Finalmente, se obtiene el campo completo de la presiones en el fluido por medio de la ecuación (26).

4. Prueba y ejemplos numéricos

Para probar la exactitud de nuestra formulación, seleccionamos varios casos de interfase donde empleamos una amplia gama de propiedades de materiales sólidos (flexibles a rígidos) caracterizados por sus velocidades de propagación de onda y densidades. Las propiedades de los materiales que fueron utilizados en los cálculos se muestran en la [tabla 1](#), donde se presentan 6 casos.

Estos materiales fueron considerados previamente por Borejko [33], quien desarrolló técnicas teóricas y experimentales para demostrar la aparición de las ondas de interfase en varios materiales como los mostrados en la [tabla 1](#). Sus resultados demostraron una buena correlación entre los teóricos y experimentales.

La [figura 1](#) muestra los espectros de presión para los 6 modelos analizados ([tabla 1](#)). Para todos estos casos, la presión inicial (fuente) fue generada a una distancia de 0,05 m de la frontera del sólido elástico (véase inserto en la [fig. 1a](#)). El receptor se coloca a una distancia horizontal de 1,0 m de la fuente (según se muestra en el detalle de la [fig. 1a](#)). Se lleva a cabo el análisis en frecuencia considerando incrementos de 150 Hz hasta alcanzar un máximo de 19.200 Hz.

En esta figura se exhiben los resultados obtenidos por el MIEF (línea punteada) y por el MNOD (línea continua). Se observa una excelente correspondencia entre los 2 métodos para el rango de frecuencia estudiado. También se puede ver que para los modelos de agua-resina y agua-arenisca se manifiestan levemente efectos de resonancia. Sin embargo, en ambos casos, a partir de la frecuencia de 6.000 Hz, las curvas describen un funcionamiento casi idéntico y tienden a ser asintóticas.

Para el resto de los modelos ([fig. 1b-f](#)) el espectro de la presión muestra un comportamiento simple y monótono, describiendo oscilaciones de pequeña escala en cada caso. Se puede notar que

para la [figura 1a,e](#) las presiones registradas son casi insignificantes después de 6.000 Hz.

En la [figura 2](#) se muestran los campos de presiones y el dominio del tiempo para los casos de las interfases agua-granito y agua-arenisca ([tabla 1](#)). Para este fin, se aplica una transformada rápida de Fourier (TRF) utilizando un pulso Ricker. Estos modelos se analizaron utilizando incrementos de frecuencia de 150 Hz, y se alcanzó una frecuencia final de 19.200 Hz. Por medio de la TRF es posible observar los diferentes tipos de ondas que emergen en este tipo de interfases.

Las variaciones de presión se ilustran con sismogramas sintéticos en 25 receptores. El primer receptor fue colocado a una distancia de 1,0 m de la fuente, y el resto de los receptores fueron colocados utilizando un incremento de distancia de 0,05 m. La distancia entre la fuente y el sólido elástico es de 0,05 m ([fig. 1](#)) para ambos casos.

En la [figura 2a](#) se muestra el fenómeno de propagación de ondas para el caso de la interfase agua-arenisca. Es posible observar la influencia de α (velocidad de onda compresional de la arenisca, también conocida como velocidad de onda P), representada como t_p^s . La onda directa que viaja en el fluido y que es percibida por los receptores se etiqueta con t_d^f , y la onda de interfase de Scholte es ilustrada con t_{sc}^s . El superíndice s representa «arenisca», mientras que f es para «fluido». Borejko [33] también encontró este tipo de ondas por medio de estudios teóricos y experimentales. En este caso, las velocidades medidas fueron, para $t_p^s \approx 2600$ ms⁻¹, $t_d^f = 1500$ ms⁻¹ y $t_{sc}^s = 937.5$ ms⁻¹.

En la [figura 2b](#) se muestran los frentes de onda que emergen de la interfase agua-granito. Es posible identificar las velocidades asociadas de onda con pseudo Rayleigh, directa y Scholte, que se propagan a $t_{pr}^g = 3076.9$ ms⁻¹, $t_d^f = 1500$ ms⁻¹ y $t_{sc}^g = 1500$ ms⁻¹, respectivamente. El superíndice g se refiere a «granito». Nuestros resultados en estos 2 últimos casos concuerdan con los obtenidos por Borejko [33]. Es importante mencionar que las ondas de Scholte viajan a una velocidad cercana a la onda directa en el fluido para este caso y, por lo tanto, solo se ve un frente de onda. Esto también fue reportado por Borejko [33]. En esta figura se aprecia la existencia y la propagación de ondas de Scholte, y se destaca la importante cantidad de energía que transportan.

5. Conclusiones

En este trabajo se formula el método indirecto de elementos frontera para estudiar la propagación de ondas elásticas en interfases fluido-sólidas. Con esta técnica numérica, basada en el principio de Huygens y en el teorema de representación de Somigliana, los campos de presiones y desplazamientos son expresados en términos de ecuaciones integrales de frontera. Se utilizan las funciones

de Green del espacio completo, tanto para tracciones como para desplazamientos, pero son restringidas para satisfacer las condiciones de frontera apropiadas que prevalecen en las interfaces fluido-sólido.

Se analiza una amplia gama de materiales de ingeniería caracterizados por sus velocidades de onda y densidades. En los espectros mostrados es posible observar que para los modelos de agua-resina y agua-arenisca se manifiestan levemente efectos de resonancia. Sin embargo, en todos los casos, a partir de la frecuencia de 6.000 Hz el espectro de la presión muestra un comportamiento asintótico, puesto que describe oscilaciones de pequeña escala. Los resultados obtenidos mediante nuestra técnica numérica fueron comparados con los del MNOD, y se observó buena concordancia entre ambos métodos.

En los resultados en el dominio del tiempo se manifestó la existencia y la propagación de ondas de Scholte y se destacó la importante cantidad de energía que transportan.

Bibliografía

- [1] J.G. Scholte, On the Stoneley wave equation, *Proc. K. Ned. Akad. Wet.* 45 (Pt. 1) (1942) 20–25, Pt. 2: 159–164.
- [2] J.G. Scholte, The range of existence of Rayleigh and Stoneley waves, *Mon. Not. R. Astron. Soc. Geophys.* 5 (1947) 120–126.
- [3] J.W.S. Rayleigh, On waves propagated along the plane surface of an elastic solid, *Proc. London Math. Soc.* 17 (1885) 4–11.
- [4] R. Stoneley, Elastic waves at the surface of separation between two solids, *Proc. R. Soc. London, Ser. A* 106 (1924) 416–428.
- [5] G.D. Meegan, M.F. Hamilton, A. Yu Il'inskii, E.A. Zabolotskaya, Nonlinear Stoneley and Scholte waves, *J. Acoust. Soc. Am.* 106 (1999) 1712–1723.
- [6] M.A. Biot, The interaction of Rayleigh and Stoneley waves in the ocean bottom, *Bull. Seism. Soc. Am.* 42 (1952) 81–93.
- [7] W.M. Ewing, W.S. Jardetzky, F. Press, *Elastic waves in layered earth*, McGraw-Hill Book Co, 1957.
- [8] M. Yoshida, Velocity and response of higher mode Rayleigh waves for the Pacific Ocean, *Bull. Earthq. Res. Inst.* 53 (1978) 1135–1150.
- [9] M. Yoshida, Group velocity distributions of Rayleigh waves and two upper mantle models in the Pacific Ocean, *Bull. Earthq. Res. Inst.* 53 (1978) 319–338.
- [10] M.J. Mayes, P.B. Nagy, L. Adler, B. Bonner, R. Streit, Excitation of surface waves of different modes at fluid-porous solid interface, *J. Acoust. Soc. Am.* 79 (1986) 249–252.
- [11] A.H. Nayfeh, T.W. Taylor, D.E. Chimenti, Theoretical wave propagation in multilayered orthotropic media, *AMD (Symposia Series)* (American Society of Mechanical Engineers, Applied Mechanics Division), *Proceedings of the ASME Symposium of Wave Propagation in Structural Composites* 90 (1988) 17–27.
- [12] A.S. Eriksson, A. Bostrom, S.K. Datta, Ultrasonic wave propagation through a cracked solid, *Wave Motion* 22 (1995) 297–310.
- [13] J. Wang, C. Zhang, F. Jin, Analytical solutions for dynamic pressures of coupling fluid-solid-porous medium due to P wave incidence, *Earthquake Engineering and Engineering Vibration* 3 (2004) 263–271.
- [14] B. Gurevich, R. Ciz, Shear wave dispersion and attenuation in periodic systems of alternating solid and viscous fluid layers, *Int. J. Solids Struct.* 43 (2006) 7673–7683.
- [15] M. Schanz, Poroelastodynamics: Linear models, analytical solutions, and numerical methods, *Appl. Mech. Rev.* 62 (2009) 1–15.
- [16] O.C. Zienkiewicz, P. Bettess, Fluid-structure dynamic interaction and wave forces, an introduction to numerical treatment, *Internat. J. Numer. Meth. Eng.* 13 (1978) 1–16.
- [17] R. Van Vossen, J.O.A. Robertsson, C.H. Chapman, Finite-difference modeling of wave propagation in a fluid-solid configuration, *Geophysics* 67 (2002) 618–624.
- [18] C. Thomas, H. Igel, M. Weber, F. Scherbaum, Acoustic simulation of P-wave propagation in a heterogeneous spherical earth: Numerical method and application to precursor waves to PKP_{df}, *Geophys. J. Int.* 141 (2000) 6441–6464.
- [19] A. Rodríguez-Castellanos, E.F. Méndez, F.J. Sánchez-Sesma, J.E. Rodríguez-Sánchez, Numerical formulation to study fluid-solid interfaces excited by elastic waves, *Key Eng. Mater.* 449 (2010) 54–61.
- [20] A. Rodríguez-Castellanos, E. Flores, F.J. Sánchez-Sesma, C. Ortiz-Alemán, M. Nava-Flores, R. Martín, Indirect Boundary Element Method applied to fluid-solid interfaces, *Soil Dyn. Earthquake Eng.* 31 (3) (2011) 470–477.
- [21] D. Komatitsch, C. Barnes, J. Tromp, Wave propagation near a fluid-solid interface: A spectral-element approach, *Geophysics* 65 (2000) 623–631.
- [22] J.M. Carcione, H.B. Helle, The physics and simulation of wave propagation at the ocean bottom, *Geophysics* 69 (2004) 825–839.
- [23] J.M. Carcione, H.B. Helle, G. Seriani, M.P. Plasencia-Linares, Simulation of seismograms in a 2-D viscoelastic earth by pseudospectral methods, *Geofísica Internacional* 44 (2005) 123–142.
- [24] F.J. Sánchez-Sesma, M. Campillo, Diffraction of P, SV and Rayleigh waves by topographic features: A boundary integral formulation, *Bull. Seism. Soc. Am.* 81 (1991) 1–20.
- [25] A. Rodríguez-Castellanos, F. Luzón, F.J. Sánchez-Sesma, Diffraction of seismic waves in an elastic cracked half-plane using a Boundary Integral Formulation, *Soil Dyn. Earthquake Eng.* 25 (11) (2005) 827–837.
- [26] A. Rodríguez-Castellanos, F.J. Sánchez-Sesma, Numerical simulation of multiple scattering by hidden cracks under the incidence of elastic waves, *Adv. Mater. Res.* 65 (2009) 1–8.
- [27] A. Rodríguez-Castellanos, F.J. Sánchez-Sesma, F. Luzón, R. Martín, Multiple scattering of elastic waves by subsurface fractures and cavities, *Bull. Seismol. Soc. Am.* 96 (4A) (2006) 1359–1374.
- [28] D.E. Beskos, Boundary element methods in dynamic analysis, *Appl. Mech. Rev.* 40 (1987) 1–23.
- [29] D.E. Beskos, Boundary element methods in dynamic analysis: Part II (1986–1996), *Appl. Mech. Rev.* 50 (1997) 149–197.
- [30] A. Rodríguez-Castellanos, R. Ávila-Carrera, F.J. Sánchez-Sesma, Scattering of Rayleigh-waves by surface-breaking cracks: An integral formulation, *Geofísica Internacional* 46 (2007) 241–248.
- [31] R. Ávila-Carrera, A. Rodríguez-Castellanos, F.J. Sánchez-Sesma, C. Ortiz-Alemán, Rayleigh-wave scattering by shallow cracks using the indirect boundary element method, *J. Geophys. Eng.* 6 (3) (2009) 221–230.
- [32] M. Bouchon, K. Aki, Discrete wave number representation of seismic source wave fields, *Bull. Seismol. Soc. Am.* 67 (1977) 259–277.
- [33] P. Borejko, A New Benchmark Solution for the Problem of Water-Covered Geophysical Bottom. *International Symposium on Mechanical Waves in Solids*, Zhejiang University, Hangzhou, China, 2006.