

Sistema de Absorción de Vibraciones de amplio Espectro basado en un nuevo Muelle de Rigidez variable.

Angel G. Gonzalez-Rodriguez^{1,*}, Antonio Gonzalez-Rodriguez¹, Jesus M. Chacon^c, Fernando J. Castillo^d

^a Departamento de Ingeniería Electrónica y Automática, Universidad de Jaén, 23071, Jaén, España

^b Departamento de Mecánica Aplicada, Universidad de Castilla-La Mancha, 13071, Ciudad Real, España

^c Instituto de Matemática Aplicada en Ciencia e Ingeniería (IMACI), Universidad de Castilla-La Mancha, 13071, Ciudad Real, España

^d Escuela de Ingeniería Industrial, Universidad de Castilla-La Mancha, 45071, Toledo, España

Resumen

Este artículo presenta un sistema de absorción de vibraciones ajustable. Las vibraciones son absorbidas por una masa secundaria que se añade al sistema mediante un muelle de rigidez variable, que consta de dos pares de láminas elásticas trabajando en oposición. El amplio rango de valores de rigidez que presenta (entre 1 kN m^{-1} y 16 kN m^{-1}) permite al sistema de absorción cancelar vibraciones en el rango de 1.43 – 5.73 Hz. Ante vibraciones de frecuencia variable en este rango, un motor de corriente continua permite ajustar la rigidez de dicho muelle en función de la frecuencia para que la atenuación de la vibración sea máxima en todo momento. El sistema de absorción de vibraciones ha sido incluido en una bancada que modela un sistema de segundo orden, y se han desarrollado un conjunto de experimentos que muestran una buena concordancia con los resultados teóricos para excitaciones de baja magnitud. Sin embargo, al aumentar la magnitud de la excitación, la desviación respecto del comportamiento lineal impide aplicar escalabilidad y superposición.

Palabras Clave:

Rigidez variable, sistema de absorción de vibraciones, muelle no lineal, muelle de láminas, sistemas no lineales, modelado y simulación.

1. Introducción

La necesidad de cancelar la vibración, cuando ésta es indeseable, ha sido constante desde los primeros mecanismos. El carácter de la fuente de la vibración origina que el movimiento oscilatorio de la vibración sea periódico, como la vibración que originan las palas en la torre de una turbina eólica, o no periódico, como en terremotos.

Un cierto grado de vibraciones es inevitable en la mayoría de los dispositivos, y hasta cierto valor es aceptable. Sin embargo, valores elevados pueden ocasionar vibraciones en los soportes y equipos cercanos o fallos por fatiga que incrementan la frecuencia de mantenimiento. El caso es especialmente nocivo cuando al sistema se aplican fuerzas a una frecuencia cercana a la natural del sistema. En esta situación, el sistema responde a esta excitación con unas amplitudes muy elevadas, teóricamente infinitas en ausencia de amortiguación.

En el caso de vibraciones periódicas de frecuencia fija, la atenuación de dichas vibraciones se consigue incorporando una masa adicional unida por un muelle, lo que constituye el sistema de absorción de vibraciones. Esto incrementa el número de grados de libertad del sistema, añadiendo un modo más de vibración, y modificando la respuesta del sistema resultante (masa primaria más sistema de absorción).

Ajustando la rigidez del sistema de absorción, puede conseguirse una característica en la que se reduzcan las vibraciones a una frecuencia determinada w_{canc} , típicamente la frecuencia prevista de excitación (Rao, 2004). En el caso de sistemas no amortiguados, la cancelación de vibraciones puede ser total. En contrapartida, existirán dos frecuencias de resonancia en torno a la frecuencia de anulación de vibraciones w_{canc} . En el caso de que la frecuencia de excitación varíe y se aproxime a alguna de estas frecuencias, el sistema de absorción, en vez de cancelar vibraciones, las amplificará. Este efecto también puede producirse por una deriva en las características del sistema primario.

Este problema se evita utilizando sistemas de absorción de vibraciones ajustables, que son capaces de modificar su característica tal que la frecuencia ω_{max_atn} en que se produce la atenuación de vibración máxima coincida continuamente con la

* Autor en correspondencia

Correos electrónicos: agaspar@ujaen.es (Angel G. Gonzalez-Rodriguez), Antonio.Gonzalez@uclm.es (Antonio Gonzalez-Rodriguez), JesusMiguel.Chacon@uclm.es (Jesus M. Chacon), Fernando.Castillo@uclm.es (Fernando J. Castillo)

frecuencia de excitación.

La forma más exitosa de modificar $\omega_{\max,atn}$ es mediante el ajuste de la rigidez de un elemento elástico. Brennan (2006), Liu and Liu (2006) y Acar and Yilmaz (2013) revisan diferentes técnicas para modificar la rigidez en los sistemas de absorción ajustables:

- Cambiar el número efectivo de bobinas en un muelle helicoidal (Franchek et al., 1996).
- Variar la longitud de una barra flexible en voladizo con una masa en su extremo libre (Nagaya et al., 1999). En (Zhu et al., 2013), la modificación de la masa secundaria y de la rigidez (o de magnitudes equivalentes) de la barra en voladizo se obtiene incluyendo en la barra un conjunto de tubos flexibles de composites de matriz fluida.
- Modificar la curvatura de las láminas de un muelle (Walsh and Lamancusa, 1992).
- Aplicar un campo magnético variable a bloques de elastómero magnetorreológico (MRE) (Ginder et al., 2001).
- Utilizar electroimanes (EM), alimentados con una corriente variable, en conjunción con un elemento elástico (Waterman, 1988) (Liu and Liu, 2006). Una solución similar son los muelles magnéticos (Trimboli et al., 1994).
- Usar aleaciones con memoria de forma (SMA), que permiten al sistema de absorción aumentar su rigidez mediante el aumento de su temperatura (Williams et al., 2002).

Los sistemas de absorción de vibración centrífugos de péndulo (Monroe and Shaw, 2013) también utilizan una masa adicional, aunque en esta solución la masa secundaria no está unida a la masa primaria por medio de un muelle. Es una solución muy extendida en el caso de vibraciones en el par de torsión.

La mayoría de estas técnicas no añaden un amortiguamiento significativo en el sistema, y por lo tanto el sistema de absorción puede obtener una reducción máxima de la vibración a la frecuencia de trabajo. No obstante, presentan el inconveniente de que precisan de una masa secundaria para provocar una fuerza de reacción que reduzca la vibración en la masa primaria. Se puede evitar la adición de una masa secundaria si el acoplamiento inherente/primario del sistema puede ser sustituido por un muelle de rigidez variable (MRV), aunque esta sustitución no suele ser posible. Otra opción para evitar la masa secundaria es incluir el MRV en paralelo con el eje primario; en este caso, la rigidez total aumentará, trasladando así la frecuencia de resonancia a frecuencias más altas.

Sin la adición de una masa secundaria, los muelles de rigidez ajustable también se han utilizado para hacer más segura la interacción entre robots y humanos, como en el caso de los robots cooperantes industriales, los juguetes robóticos, o los robots empleados en rehabilitación; o bien, para ajustar la dinámica natural de un sistema mecánico, como en las prótesis robóticas y en los robots caminantes/corredores (Ham et al., 2009).

Existen otras técnicas que no persiguen exactamente la modificación de la rigidez del sistema de absorción. En su lugar, reducen la vibración al actuar como amortiguadores variables:

- Amortiguadores semiactivos hidráulicos regulables (Patton et al., 1996), que se utiliza principalmente para grandes estructuras.
- Elementos piezoeléctricos (Davis and Lesieutre, 1995), con la capacidad de transformar la energía mecánica en energía eléctrica, que se disipa en una resistencia de potencia.

Brennan (2006) proporciona una valiosa revisión de diferentes tipos de prototipos existentes, indicando el rango de frecuencias naturales de los sistemas de absorción correspondientes: 100 – 135 Hz y 36 – 56 Hz para dos prototipos de tipo muelle de lámina, 72 – 88 Hz para un sistema de absorción SMA, o 540 – 736 Hz para un sistema MRE. Williams et al. (2002) indican una variación relativa de $1 - 1.73 \omega_1$ en su sistema de absorción SMA, y Liu and Liu (2006) muestran un rango de 13.5 – 18.5 Hz para su sistema de absorción EM.

Como se aprecia, la mayoría de estos sistemas son capaces de modificar sólo levemente su rigidez y, por tanto, estas estrategias pueden cancelar vibraciones sólo en un rango reducido de frecuencias. Este artículo describe la actuación de un nuevo sistema de absorción de vibraciones ajustable. Como en otros modelos, la absorción de vibraciones se lleva a cabo incluyendo una masa secundaria que recibe la energía cinética no deseada. La cantidad de energía capturada por la masa secundaria depende de las características del MRV a través del cual se conecta a la masa primaria. En el sistema de absorción propuesto en este artículo se utilizará el muelle presentado en (Gonzalez-Rodriguez et al., 2011).

La teoría clásica de sistemas de absorción de vibraciones contempla el uso de muelles lineales. Sin embargo, el muelle incluido tiene un comportamiento no lineal, que impide usar técnicas lineales para predecir el comportamiento del sistema total en ciertas situaciones (p.ej. excitaciones simultáneas o de elevada magnitud).

En realidad, la mayoría de los sistemas de absorción de vibraciones exhiben un comportamiento no lineal, pero esta característica no suele ser tratada en los correspondientes estudios de dichos sistemas de absorción. Un análisis generalista de la no linealidad puede encontrarse en Viguie and Kerschen (2009) o en Oueini and Nayfeh (2000), éste último para excitaciones sinusoidales. En algunos otros estudios se realiza un análisis particularizado al tamaño y características del muelle en estudio (Grappasonni et al., 2014), (Ashour and Nayfeh, 2003).

En esta misma línea se ha efectuado un primer análisis para detectar las desviaciones en el muelle propuesto respecto de la característica lineal, a fin de establecer el rango de operación en el que no se modifica significativamente el comportamiento respecto del caso lineal.

A continuación, el sistema de absorción de vibraciones se ha sometido a diferentes simulaciones a fin de obtener las características dinámicas del conjunto, así como su respuesta esperada en caso de quedar fuera del rango de operación lineal.

Se ha construido una bancada de ensayo para realizar un conjunto de experimentos que han validado el análisis teórico y los resultados de simulación. Aprovechando su amplio rango

de variación de rigidez ($1 \text{ kN m}^{-1} - 16 \text{ kN m}^{-1}$), la frecuencia natural del sistema de absorción puede incrementarse hasta en cuatro veces. En este sentido, los resultados experimentales muestran una cancelación de vibración desde 1.43 Hz a 5.73 Hz, con atenuaciones de hasta -24 dB.

El resto del artículo se estructura de la siguiente forma. La sección 2 resume el comportamiento del MRV que se utiliza en el sistema de absorción de vibraciones ajustable. También muestra una serie de simulaciones que visualizan la desviación presentada por el muelle no lineal respecto de un muelle lineal teórico. La sección 3 revisa las expresiones que rigen la dinámica de sistemas de segundo orden y presenta una serie de simulaciones que muestran la respuesta teórica del sistema de absorción de vibraciones ajustable ante una respuesta senoidal. La sección 4 presenta los resultados experimentales obtenidos para el sistema de absorción propuesto en una bancada real. Finalmente, la sección 5 recoge las conclusiones extraídas de este estudio.

2. Estructura y curvas características del muelle de rigidez variable

Tal como se ha indicado previamente, el sistema de absorción propuesto consta de una masa secundaria acoplada al sistema original a través del MRV desarrollado por Gonzalez-Rodriguez et al. (2011).

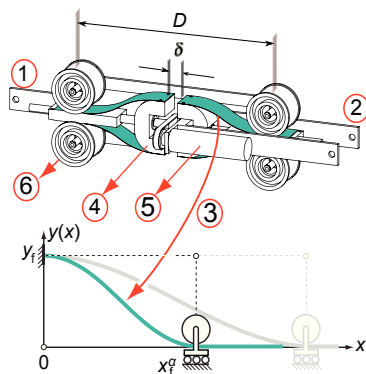


Figura 1: Esquema del MRV utilizado en el sistema de absorción. El esquema inferior muestra dos situaciones con diferentes valores de rigidez.

La figura 1 muestra el esquema del sistema de absorción, en el que las barras donde se aplica la fuerza aparecen etiquetadas como ① y ②. Los elementos elásticos son cuatro láminas identificadas como ③. Por un lado, las láminas están unidas a dos abrazaderas en forma de C ④, cuya separación δ se puede ajustar por medio de un motor DC ⑤. Las abrazaderas se mueven de forma conjunta con la barra ②. En el otro lado de las hojas, cuatro rodillos ⑥ se fijan a la otra barra, esto es, la barra ①. La distancia D entre los rodillos a ambos lados permanece constante. Como se visualiza en la parte inferior de la figura, reduciendo la distancia entre el rodillo y la abrazadera correspondiente (que se encuentra en el eje de ordenadas de la Fig. 1 inferior), también se reduce la longitud de la hoja, y por lo tanto

su rigidez se incrementa de forma no lineal. En lo sucesivo, la distancia horizontal entre un rodillo y su correspondiente abrazadera será designada como *longitud efectiva*.

En ausencia de desplazamiento/fuerza entre las barras, las cuatro hojas tienen la misma longitud efectiva, que se determina por la separación entre las abrazaderas. Esto se representa en el esquema inferior de la Figura 1, donde x_f^α es la distancia entre un rodillo y su correspondiente abrazadera en la posición de equilibrio. Dicha figura muestra dos situaciones: una más rígida, con la abrazadera más próxima al rodillo (menor x_f^α); y otra menos rígida, con una hoja más larga (mayor x_f^α). La distancia x_f^α se obtiene a partir de

$$x_f^\alpha = \frac{D - \delta}{2} \quad (1)$$

y es la misma en ambos lados, izquierdo y derecho. De esta manera, la rigidez de todo el sistema se puede variar mediante el ajuste de la separación δ de las abrazaderas semicilíndricas, ya que esta separación determina la longitud, y por tanto, las características de rigidez de las hojas.

La figura 2 representa la familia de curvas teóricas de las características fuerza-desplazamiento y rigidez-desplazamiento para diferentes posiciones iniciales x_f^α . En realidad, las características se obtienen para diferentes valores del parámetro adimensional α , que es

$$\alpha = \frac{x_f^\alpha}{y_f} \quad (2)$$

donde y_f es la proyección vertical de la hoja (ver la Figura 1), que es constante (en el prototipo, $y_f = 40,5 \text{ mm}$).

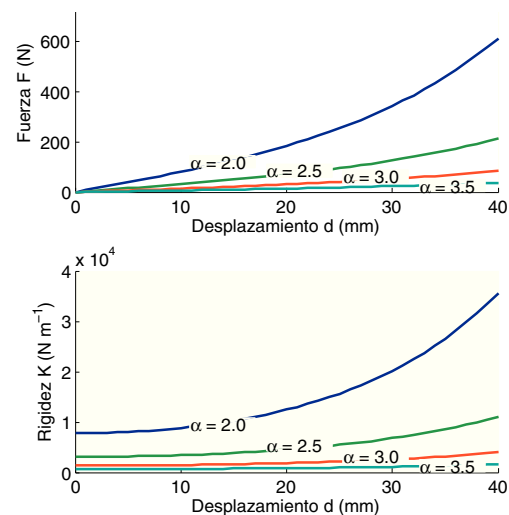


Figura 2: (a) Curvas Fuerza-desplazamiento y (b) Rigidez-desplazamiento para diferentes valores de α .

Como puede verse en el diagrama inferior de la Figura 2, cada una de las curvas de rigidez muestra una dependencia con el desplazamiento d , al contrario que para un muelle ideal. Cuando el valor de la fuerza aplicada se reduce o es moderado, las

características del muelle propuesto son aproximadamente lineales. El apartado siguiente analiza las situaciones en las que el comportamiento del MRV se desvía de la característica lineal, y las consecuencias de esta falta de linealidad en el comportamiento del sistema de absorción.

Estas gráficas también muestran que la rigidez del muelle es más sensible a cambios en α para configuraciones más rígidas.

2.1. Desviación en el comportamiento debido a la característica no lineal

Este apartado presenta un conjunto de simulaciones que visualizan la desviación del muelle no lineal presentado en relación con uno lineal. Su comportamiento no lineal impide la aplicación de los operadores lineales (escalabilidad y superposición), y por lo tanto sólo puede hacerse un uso limitado de herramientas lineales (por ejemplo, diagramas de Bode). Este aspecto debe extenderse a cualquier tipo de muelle no lineal, y lógicamente afecta al comportamiento del sistema de absorción que lo incorpora.

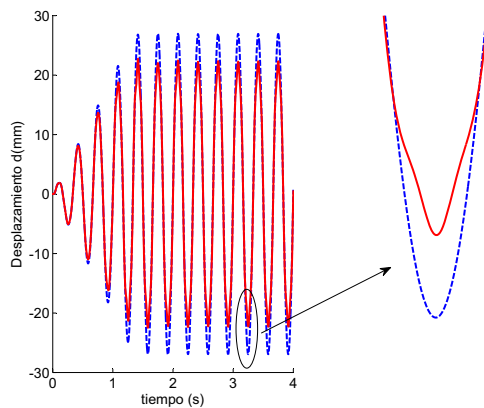


Figura 3: Comparativa de la salida en el caso de un muelle ideal (línea azul discontinua) y del muelle propuesto (línea roja continua) cuando se aplica una fuerza senoidal de pulsación $\omega_f = 6\pi \text{ rad s}^{-1}$. La respuesta del muelle propuesto no sigue un seno perfecto.

Respuesta distorsionada debida a la característica no lineal

La figura 3 muestra la respuesta de un muelle ideal y del propuesto cuando se incluyen en un sistema de segundo orden excitado por una fuerza senoidal.

$$F_d \sin(\omega_f t) = m \ddot{d} + c \dot{d} + K d \quad (3)$$

donde $F_d = 200 \text{ N}$, $\omega_f = 6\pi \text{ rad s}^{-1}$, $m = 1 \text{ kg}$, $c = 3 \text{ N s m}^{-1}$ y K es la rigidez en la simulación correspondiente. El muelle propuesto se ha ajustado con una configuración rígida ($\alpha = 2$). Con el fin de facilitar la comparativa, para el muelle ideal se ha elegido $K_{ideal} = 7782 \text{ N m}^{-1}$, que es la rigidez del muelle propuesto para $\alpha = 2$ y $d = 0 \text{ mm}$ (véase la Figura 2 b). En lo sucesivo, la rigidez del muelle no lineal en el equilibrio se designará k_{adj}^0 .

Como era de esperar, la respuesta del muelle lineal (la línea azul punteada) es una senoide pura, pulsando a la frecuencia fundamental (3 Hz). Sin embargo, para la respuesta del muelle no lineal (la línea roja continua) se aprecia un efecto de saturación que aparece cuando un par de rodillos está próximo a la abrazadera correspondiente. El ajuste de la rigidez a través de α tiene dos efectos contrapuestos: por un lado, una configuración más rígida (menor α) acorta la distancia entre las abrazaderas y los rodillos; por otro lado, una configuración menos rígida da lugar a desplazamientos mayores para la misma fuerza, que, a su vez, aproxima la abrazadera al rodillo en el máximo de cada ciclo. Esto da lugar a que la variación de la rigidez no tenga un efecto simple en la desviación del comportamiento del muelle propuesto.

La distribución discreta de Fourier de la forma de onda de desplazamiento para el muelle propuesto, ligeramente distorsionada, se traduce en la aparición de frecuencias armónicas de orden 3 ($f_{h=3} = 18\pi \text{ rad/s}$) y orden 5 ($f_{h=5} = 30\pi \text{ rad/s}$), principalmente. La existencia de armónicos impares es habitual en situaciones en las que aparece la saturación, p.ej. en el campo magnético de transformadores eléctricos. Esta desviación respecto del muelle ideal disminuye para desplazamientos reducidos.

3. Análisis teórico del sistema de absorción de vibración

3.1. Sistema de absorción de vibraciones con muelles ajustables y masa secundaria

El sistema de absorción de vibraciones ajustable que se propone está basado en la modificación de la rigidez de un elemento elástico unido a la masa primaria, de forma similar a los revisados por Brennan (2006), Liu and Liu (2006) y Acar and Yilmaz (2013).

Suponiendo una situación original representada por el modelo simplificado de la Figura 4 a), hay dos situaciones en las que el comportamiento del sistema se altera sin añadir una masa secundaria, y por lo tanto, manteniendo el número de modos de vibración. Son:

- Las situaciones en las que el acoplamiento primario puede ser totalmente sustituido por un MRV (véase la Figura 4 b)).
- Los sistemas en los que se añade un MRV en paralelo al acoplamiento primario (véase la Figura 4 c)).

El primer caso es, por lo general, la opción preferible, aunque en muchas ocasiones no es una opción factible debido a la imposibilidad de modificar estructuralmente el sistema original (por ejemplo, un edificio existente o una turbina eólica).

En el segundo caso, la rigidez del conjunto es $k = k_1 + k_{adj}$ donde k_1 es la rigidez del sistema original y k_{adj} es la rigidez ajustada del MRV, que puede ser modificada de acuerdo con las características del sistema de absorción. Sin embargo, mediante la modificación de k_{adj} , la rigidez del conjunto sólo puede incrementarse, y consecuentemente así le ocurre a la frecuencia natural. Además, no consigue reducir la vibración; sólo aleja la frecuencia natural de la frecuencia de la excitación aplicada.

Como consecuencia, la absorción de la vibración sólo es posible si el sistema incluye una masa secundaria que se esté moviendo (como en la Figura 4 d)), y por tanto absorbiendo parte de la cantidad de movimiento que se está transmitiendo al sistema original.

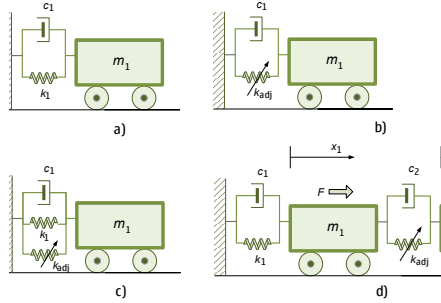


Figura 4: Modelo simplificado de la configuración experimentada.

De esta manera, y suponiendo una masa original con vibraciones, mediante un muelle secundario se acopla una masa adicional a la original, con el fin de modificar su respuesta dinámica. En caso de vibraciones a frecuencia fija, el problema se resuelve mediante una selección adecuada de los valores de la masa adicional y la rigidez del muelle secundario.

Sin embargo, en el caso de que las vibraciones se puedan presentar a diferentes frecuencias, un sistema de absorción de vibraciones fijo puede no estar debidamente ajustado e incluso puede amplificar las vibraciones. En estas situaciones, un MRV permite establecer la respuesta dinámica más apropiada con el fin de obtener la máxima atenuación de la vibración. Para tal fin, el resto de esta sección se divide en los siguientes apartados: un resumen de conceptos de control conocidos sobre sistemas de segundo orden; modelo simplificado del sistema de absorción de vibraciones y resultados conocidos sobre su dinámica; y presentación de un conjunto de simulaciones para visualizar cómo una masa secundaria acoplada por medio de un MRV es capaz de absorber de forma óptima cualquier vibración. Este último apartado presentará también la desviación en la actuación del sistema de absorción de vibraciones debido a su comportamiento no lineal con respecto a un ideal lineal.

3.2. Modelo teórico del sistema de segundo orden

En primer lugar, se analizará la actuación del sistema de absorción de vibraciones ajustable de forma teórica. A tal efecto, el sistema es modelado como en la Figura 4 d). Las expresiones que rigen la dinámica del sistema, suponiendo que se aplica una fuerza F a la masa principal m_1 , son:

$$\begin{aligned} F(t) &= m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 - c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_{adj} (x_2 - x_1) \\ m_2 \ddot{x}_2 &= c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_{adj} (x_2 - x_1). \end{aligned} \quad (4)$$

Expresadas en el dominio de Laplace y suponiendo condiciones iniciales nulas, son:

$$\begin{aligned} F(s) &= X_1(s)(m_1 s^2 + c_1 s + k_1) + m_2 X_2(s)s^2 \\ m_2 X_2(s)s^2 &= (k_{adj} + c_2 s)(X_1(s) - X_2(s)). \end{aligned} \quad (5)$$

Estas expresiones permiten deducir la amplitud de la aceleración (A) de la masa primaria m_1 cuando al sistema se le aplica una excitación senoidal $f_d(t)$ con amplitud F_d

$$f_d(t) = F_d \sin(\omega t). \quad (6)$$

El módulo de la respuesta se obtiene de:

$$A = F_d \left| \frac{P_2(\omega) \omega^2}{P_1(\omega) P_2(\omega) - m_2 k_{adj} \omega^2 - i m_2 c_2 \omega^3} \right| \quad (7)$$

donde $P_1(\omega)$ y $P_2(\omega)$ son funciones complejas

$$\begin{aligned} P_1(\omega) &= (k_1 - m_1 \omega^2) + i \omega c_1 \\ P_2(\omega) &= (k_{adj} - m_2 \omega^2) + i \omega c_2. \end{aligned} \quad (8)$$

En caso de considerar la fricción de m_2 con el suelo, c_2^g , (7) debería ser reemplazada por

$$A = \left| \frac{F_d P_2(\omega) \omega^2}{P_1(\omega) P_2(\omega) - m_2 k_{adj} \omega^2 - i m_2 c_2 \omega^3 + i c_2^g k_{adj} \omega - c_2^g c_2 \omega^2} \right| \quad (9)$$

con

$$P_2(\omega) = (k_{adj} - m_2 \omega^2) + i \omega (c_2 + c_2^g). \quad (10)$$

3.3. Resultados de simulación

Sistema de absorción de vibración fijo

Los amortiguadores de vibraciones tradicionales debían estar sintonizados para atenuar las vibraciones cuando estas ocurren a una frecuencia fija. Suponiendo un sistema de absorción de vibración sin amortiguamiento, de acuerdo con (7) y (8), los valores de la masa secundaria y la rigidez que absorben de manera óptima las vibraciones con frecuencia ω se encuentran en la relación

$$k_{adj} = m_2 \omega^2. \quad (11)$$

En el caso de sistemas de absorción amortiguados, Rao (2004) establece que el ajuste es óptimo si:

$$k_{adj} = \frac{\omega^2 m_2}{(1 + m_2/m_1)^2} \quad (12)$$

$$\zeta_{2,opt}^2 = \frac{3}{8(m_1/m_2 + 1)}. \quad (13)$$

También subraya que, puesto que el movimiento de la masa secundaria tendrá mayores amplitudes cuanto menor sea su masa, ésta no puede ser reducida en exceso. De lo contrario, el muelle secundario debe ser sobredimensionado desde el punto de vista de la resistencia a fatiga. De esta manera, la relación entre masas m_2/m_1 produce un valor significativo, y por lo tanto, se espera un valor significativo de $\zeta_{2,opt}$, que podría reducir la eficacia del amortiguador de vibraciones según lo demostrado por Walsh and Lamancusa (1992).

Tal como señalan estos autores, puede diseñarse un sistema de absorción de vibraciones tradicional con el fin de atenuar las vibraciones a una frecuencia específica, pero proporciona poco beneficio para otras frecuencias. De hecho, a otras frecuencias diferentes a aquella en la que se ha ajustado el sistema de absorción, puede amplificar las vibraciones de la masa primaria. Si se aumenta el amortiguamiento, puede aumentarse el intervalo de frecuencia atenuadas aunque a expensas de reducir la efectividad de la atenuación.

Tabla 1: Valores usados para las simulaciones.

Componente	Característica
Masa Primaria	$m_1 = 75,1 \text{ kg}$
Fuerza desequilibrante	$f_d = 1 \sin(\omega t) \text{ N}$
muelle primario	$k_1 = 44,69 \text{ kN m}^{-1}$ $c_1 = 20 \text{ N s m}^{-1}$
Masa secundaria	$m_2 = 12,36 \text{ kg}$
Rozamiento del muelle sec.	$c_2 = 43 \text{ N s m}^{-1}$ $c_2 < c_{2,opt} = 100,3 \text{ N s m}^{-1}$
Rigidez del muelle secund.	$k_{adj} \in \{1, 3, 5, 10, 16\} \text{ kN m}^{-1}$

Absorción de vibraciones a diferentes valores de rigidez

La figura 5 muestra el comportamiento del sistema original (sin sistema de absorción ni masa secundaria) en comparación con el obtenido al añadir el sistema de absorción de vibraciones sintonizado a diferentes valores de rigidez, es decir, 1, 3, 5, 10 y 16, todo en kN m^{-1} (la rigidez secundaria óptima obtenida a partir de (12) es $k_{2,opt} = 3,83 \text{ kN m}^{-1}$). Estos valores están dentro del rango rigidez medido para el prototipo (1–16 kN m^{-1}) (Gonzalez-Rodriguez et al., 2011). La tabla 1 lista los valores utilizados para las simulaciones.

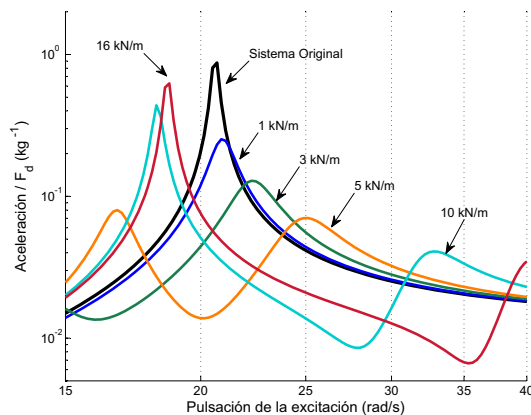


Figura 5: Respuesta teórica (aceleración dividido por la amplitud de la fuerza de excitación) ante una excitación senoidal. El sistema original carece de sistema de absorción o masa secundaria. El resto de curvas corresponden al sistema con un sistema de absorción ajustado a diferentes valores de rigidez k_{adj} y con una masa secundaria.

En estas simulaciones, no se ha tenido en cuenta el valor de la fricción de m_2 con el suelo c_2^g . Previamente, se había ejecutado un conjunto de simulaciones con valores más realistas ($c_2 = 40 \text{ N s m}^{-1}$ y $c_2^g = 3 \text{ N s m}^{-1}$), encontrándose que las diferencias respecto a los casos simulados ($c_2 = 43 \text{ N s m}^{-1}$ y $c_2^g = 0 \text{ N s m}^{-1}$) eran despreciables para el rango estudiado de k_{adj} .

Se puede observar que para cada frecuencia, hay un valor de rigidez que da lugar a una aceleración mínima. Dado que el MRV propuesto permite al sistema de absorción variar su rigidez secundaria k_{adj} , para cada frecuencia puede atenuarse a un mínimo la vibración mediante la adecuada selección de

la rigidez. A tal fin, se ha diseñado y construido el sistema de absorción mostrado en la sección siguiente. En este caso, está claro que es preferible reducir tanto como sea posible la amortiguación secundaria. Partiendo de la medida de la frecuencia de excitación como entrada, el sistema de absorción es capaz de ajustar la rigidez del muelle a fin de minimizar la aceleración de la masa primaria.

Respuesta del sistema a una entrada en escalón

Si se aplica una fuerza de tipo escalón a la masa primaria, el sistema en conjunto evoluciona con una respuesta que sigue sus modos de vibración. En el caso del sistema lineal, se espera que la respuesta sea una combinación de movimientos sinusoidales pulsando a frecuencias cercanas a las de resonancia (o iguales en ausencia de amortiguación). Esto se muestra en la Figura 6 a), que visualiza la respuesta del sistema a una fuerza en escalón, y el espectro de frecuencia de los primeros ciclos de esta respuesta.

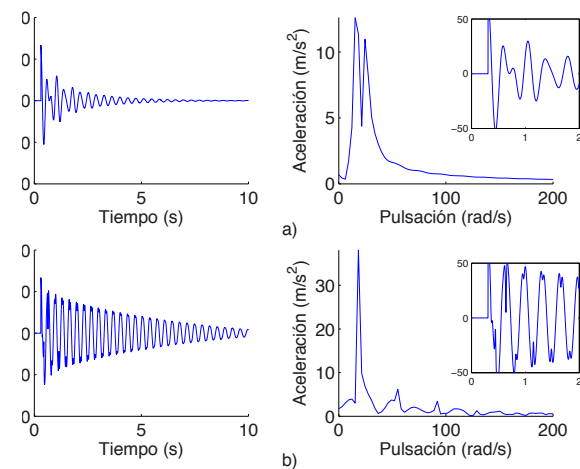


Figura 6: Respuesta del sistema a una fuerza de tipo escalón para: a) un muelle lineal; y b) un muelle no lineal. Los gráficos de la izquierda muestran las evoluciones de la respuesta, y los de la derecha muestran los espectros de frecuencia en los primeros ciclos de estas respuestas (que aparecen recuadrados a la derecha). La fuerza se aplica en $t = 0,61 \text{ s}$, y su valor es $F = 5000 \text{ N}$.

En el caso del muelle no lineal propuesto, el comportamiento es similar si se reduce la amplitud de la fuerza, y por lo tanto el alargamiento máximo del muelle no lineal. En este caso, el comportamiento se puede aproximar con precisión al lineal, lo que permite la aplicación de técnicas lineales. Sin embargo, si se incrementa la fuerza aplicada, el muelle propuesto se hace más rígido, y el comportamiento general varía. En el límite de máxima rigidez, la masa secundaria está unida solidariamente a la primaria y el sistema pierde el segundo modo de vibración, pulsando de este modo en una sola frecuencia. Este comportamiento se visualiza en la la Figura 6 b), en la que se simula una fuerza considerable $F = 5000 \text{ N}$.

Este comportamiento no lineal hace necesario determinar los límites de la excitación en las que el comportamiento del MRV puede asemejarse a uno lineal. También requiere estudiar

la desviación esperada respecto al comportamiento lineal cuando la fuerza de excitación se incrementa por encima de estos límites. Los apartados siguientes analizan el comportamiento del sistema de absorción propuesto al tener en cuenta la característica no lineal del MRV.

Simulación del sistema de absorción para diferentes magnitudes de excitación sinusoidal

La desviación del comportamiento del muelle no lineal respecto de uno lineal provoca la consiguiente desviación en la actuación del sistema de absorción que lo incluya. Esto se visualiza en la Figura 7 que muestra la respuesta del sistema (en términos de aceleración dividida por la magnitud de excitación sinusoidal) cuando al sistema se le aplican excitaciones sinusoidales con diferentes magnitudes. Este conjunto de simulaciones se ha realizado para $\alpha = 2,2$ y $\alpha = 3,0$.

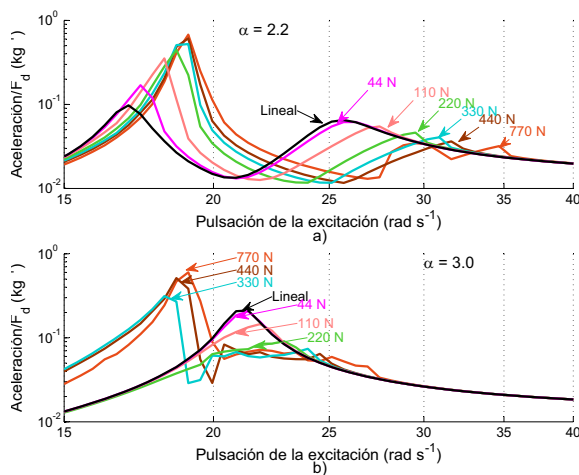


Figura 7: Influencia de la magnitud de la excitación sinusoidal en el comportamiento del muelle no lineal para dos configuraciones del sistema de absorción: a) $\alpha = 2,2$ ($k_{adj}^0 = 5,3 \text{ kN m}^{-1}$); y b) $\alpha = 3,0$ ($k_{adj}^0 = 1,4 \text{ kN m}^{-1}$).

Como consecuencia, la frecuencia a la que el sistema presenta una mayor aceleración depende de la magnitud de excitación. En función de esto y del valor de α , la respuesta del sistema puede presentar una de las siguientes curvas:

- Para valores bajos de α (alta rigidez) o valores altos de la magnitud de excitación sinusoidal, hay dos frecuencias de resonancia y una frecuencia de máxima atenuación. Estas situaciones corresponden a las curvas de la Figura 7 a) donde $k_{adj}^0 = 5,3 \text{ kN m}^{-1}$ ($\alpha = 2,2$) y para las curvas de 330 N – 770 N de la la Figura 7 b) donde $k_{adj}^0 = 1,4 \text{ kN m}^{-1}$. Estas curvas son similares a las mostradas en la Figura 5 para k_{adj} igual a 5, 10, 16 kN m^{-1} .
- Para valores altos de α (baja rigidez) y bajos valores de la magnitud de excitación sinusoidal, hay una frecuencia de resonancia y no hay una frecuencia de máxima atenuación. Esta situación corresponde a las curvas de 44 N – 220 N de la la Figura 7 b) donde $k_{adj}^0 = 1,4 \text{ kN m}^{-1}$.

($\alpha = 3,0$). Este comportamiento es el que se muestra en la Figura 5 para k_{adj} igual a 1 kN m^{-1} .

La figura 7 también muestra cómo una configuración menos rígida puede comportarse como una más rígida si se incrementa la magnitud de excitación, debido a la aparición de fenómenos similares a los de saturación.

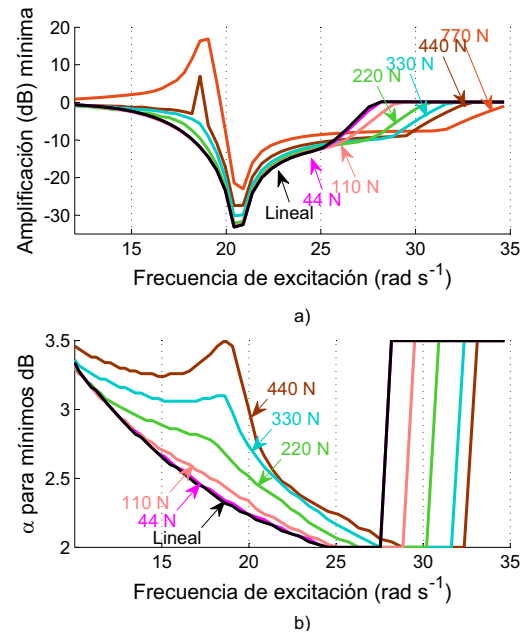


Figura 8: Máxima atenuación (como valor negativo) y α requerido para conseguirla.

La figura 8 a) representa la mínima amplificación (esto es, la máxima atenuación) en la aceleración de la masa primaria respecto de la aceleración sin sistema de absorción y, en la Figura 8 b), el valor de α requerido para conseguir esta atenuación. Por ejemplo, para una frecuencia de excitación sinusoidal igual a 20 rad/s , un $\alpha = 2,2$ sería el apropiado para atenuar al máximo las vibraciones, y debería ajustarse la separación entre rodillos δ de modo que a partir de (1) y (2) se obtenga dicho valor de α . Tal como puede verse, para amplitudes de excitación sinusoidal bajas o moderadas, los valores son similares a los obtenidos para un muelle secundario lineal. Sin embargo, a medida que la excitación se hace más severa, las curvas son más complejas, lo que puede hacer al sistema de absorción difícil de controlar.

Respuesta del sistema de absorción ajustable ante una excitación multifrecuencia

El apartado anterior mostraba que el comportamiento del sistema de absorción difiere del esperado en un sistema lineal. La no linealidad impide la aplicación de escalabilidad y superposición. En relación al primer aspecto, la magnitud de excitación afecta al comportamiento cualitativo del sistema de absorción, a diferencia de en un sistema lineal. Sin embargo, el comportamiento del sistema es previsible y, para magnitudes de

excitación moderadas, también es posible seleccionar la rigidez adecuada que atenúa las aceleraciones de la masa primaria en función de la frecuencia de excitación y, en este caso, también de la magnitud de excitación.

En relación a la superposición, en el caso de que el sistema se someta a una excitación compuesta por múltiples frecuencias, la respuesta no será la suma de las respuestas a cada excitación, y será diferente para cada distribución de frecuencias. La figura 9 representa la atenuación de la aceleración de la masa primaria cuando se aplica la siguiente excitación

$$exc_k(t) = \sum_{i=0}^{40} Ampl_k \cdot \sin(\omega_i t) \quad (\text{en N}) \quad \text{con} \quad (14)$$

$$Ampl = 100 \{100, 50, 35, 20, 15, 10, 5, 2\}$$

$$\omega_i = \omega_c \exp((i - 20)/40)$$

que supone una distribución uniforme en torno a la pulsación central $\omega_c = 17 \text{ rad/s}$. Cabe mencionar que, para esta distribución, el máximo de la función resultante puede obtenerse multiplicando los componentes de $Ampl$ por 0,22. Con esto, los máximos de las excitaciones individuales son $\{2200, 1100, 770, 400, 330, 220, 110, 44\} \text{ en N}$.

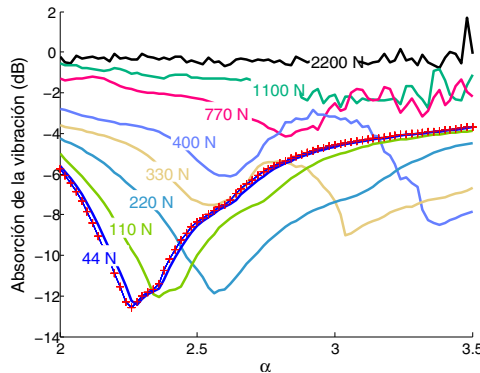


Figura 9: Atenuación de la aceleración de la masa primaria con el sistema de absorción propuesto respecto de la aceleración sin él.

Como se observa, cuando se reduce la fuerza de excitación, la atenuación es similar a la obtenida cuando se supone un comportamiento lineal (mostrado en +). Sin embargo, para valores altos de excitación, el muelle propuesto se comporta como una conexión rígida, perdiendo las ventajas del sistema de absorción.

4. Validación experimental

Esta sección presenta el conjunto de experimentos que validan el comportamiento del muelle propuesto como parte del sistema de absorción. Las simulaciones presentadas en la sección anterior se realizaron para el mismo conjunto de valores que los utilizados en estos ensayos experimentales.

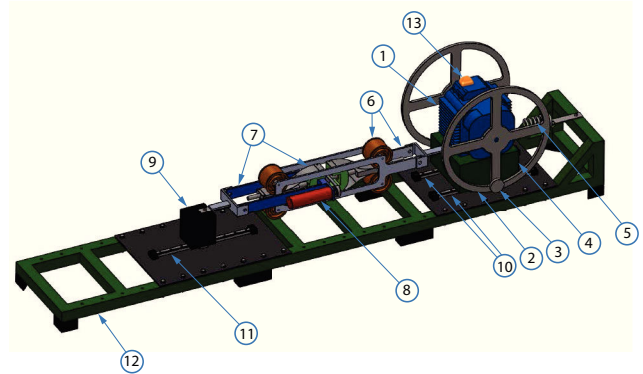


Figura 10: Modelo de la bancada. Los números se refieren a los elementos de la Tabla 2.

4.1. Descripción de la bancada de ensayo

Se ha diseñado la bancada de la Figura 10 con el propósito de comparar las aceleraciones del sistema original y del sistema con la masa secundaria.

La bancada consta de un motor de inducción ① alimentado con un convertidor de frecuencia con compensación del deslizamiento. Incorpora dos anillos ② acoplados al eje del motor, cada uno con una masa secundaria ③ en un cierto punto de su periferia. Estas masas son las causantes de la vibración.

Tabla 2: Designación y valores para los elementos de la Figura 10

Componente	Característica
1 Motor de inducción	$m_{im} = 13 \text{ kg}$
2 Anillos	$m_{an} = 2 \times 8 \text{ kg}$
3 Masa desequilibrio	$r_d = 0,177 \text{ m}$ $m_d = 0,269 \text{ kg}$
4 Base del motor	$m_b = 41,8 \text{ kg}$
5 Muelle primario	$k_1 = 44,69 \text{ kN m}^{-1}$ $c_1 = 20 \text{ N s m}^{-1}$
6 MRV. Fijo a la masa 1	$m_{MRV,1} = 3,77 \text{ kg}$
7 MRV. Fijo a la masa 2	$m_{MRV,2} = 5,36 \text{ kg}$ $c_2 = 40 \text{ N s m}^{-1}$
8 Motor DC	masa incluida en $m_{MRV,2}$
9 Masa adicional	$m_{adc} = 7 \text{ kg}$
10 Guías lineales	Fricción englobada en c_1
11 Guía lineal	$c_2 = 3 \text{ N s m}^{-1}$
12 Base de la bancada	Acero
13 Acelerómetro XSens	3 acel. + 3 vel. ang.

El motor es soportado por un bloque ④, que forma la parte principal de la masa primaria. En un extremo del bloque, se le ha añadido un muelle ⑤, que supone un acoplamiento elástico con el suelo. Por el otro extremo se ha dispuesto el MRV, que consta de una parte solidaria con la masa del bloque ⑥ y otra parte ⑦ solidaria con la masa adicional ⑨. Un motor DC ⑧ será

el encargado de mover los rodillos que eventualmente modificarán la rigidez del sistema de absorción. Las masas primarias y secundarias se deslizan sobre unas guías lineales, respectivamente ⑩ y ⑪. Todo el equipo se apoya sobre una estructura ⑫. Finalmente, conviene indicar que se ha dispuesto un acelerómetro ⑬ sobre el motor de inducción para medir las vibraciones en la masa primaria.

La tabla 2 presenta los datos mecánicos de los diferentes elementos de la bancada.

El motor de inducción, el bloque másico, los discos, y la masa de desequilibrio componen la masa original m_{or} que simula un equipo sujeto a una vibración indeseable. La fuerza de desequilibrio se puede obtener como una función de la masa de desequilibrio m_d , del radio en el que se encuentra r_d , y de la velocidad angular del rotor ω_r , que corresponde a la frecuencia de excitación $\omega_r = \omega$. La fuerza de desequilibrio resulta

$$f_d(t) = F_d \sin(\omega t) = m_d \omega_r^2 r_d \sin(\omega_r t) = m_d \omega^2 r_d \sin(\omega t) \quad (15)$$

donde se ha despreciado la fase sin pérdida de generalidad. El sistema adicional acoplado con el objetivo de amortiguar la vibración consta de:

- Una masa adicional.
- El MRV que acopla la masa original y la adicional. Incluye un servo-motor para mover las abrazaderas que ajustan la rigidez del muelle.
- Una guía lineal en la que se desliza la masa secundaria.

El MRV pesa en su conjunto 8.43 kg. Parte de él (referido como $m_{MRV,1}$) se mueve solidario a la masa original; y otra parte ($m_{MRV,2}$) está fija a la masa adicional. De esta manera, la masa primaria se compone de la masa original y $m_{MRV,1}$, mientras que la masa secundaria se compone de la masa adicional y $m_{MRV,2}$. Por lo tanto, y de acuerdo con la tabla 2, las masas primaria y secundaria son,

$$\begin{aligned} m_{or} &= m_{im} + m_{an} + m_d + m_b = 71,33 \text{ kg} \\ m_1 &= m_{or} + m_{MRV,1} = 75,1 \text{ kg} \\ m_2 &= m_{adc} + m_{MRV,2} = 12,36 \text{ kg} . \end{aligned} \quad (16)$$

Es interesante mostrar el bajo valor de la masa fija del sistema de absorción ($m_{MRV,1} = 3,768 \text{ kg}$) con respecto a su masa total ($m_{MRV,1} + m_{MRV,2} = 8.43 \text{ kg}$), o a la masa secundaria ($m_2 = 12,36 \text{ kg}$). Como ejemplo, en Nagaya et al. (1999), la masa acoplada era de 0.6 kg, y la masa total del sistema de absorción era de 4.23 kg. La figura 11 muestra la bancada real.

4.2. Resultados experimentales

Partiendo de esta bancada, se han llevado a cabo tres series de experimentos, midiendo la amplitud de la aceleración para diferentes valores de frecuencia y de separación δ entre las abrazaderas. Dicha separación y el parámetro adimensional α están estrechamente relacionados por (1), y (2), siendo $D = 350 \text{ mm}$ e $y_f = 40,5 \text{ mm}$. En lo que sigue de esta sección, se utilizará el

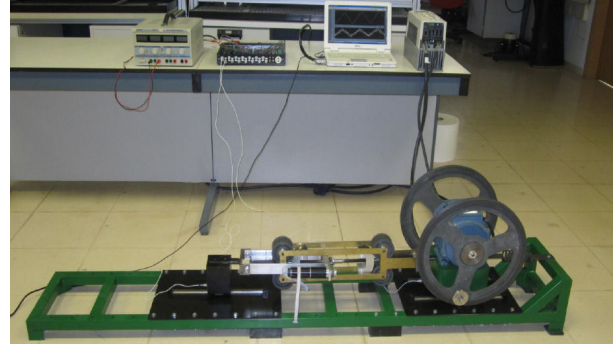


Figura 11: Bancada experimental para validar el comportamiento del sistema de absorción de vibraciones.

parámetro δ en vez de α , ya que es más fácilmente observable y controlable en los experimentos.

La frecuencia de excitación se ha variado de 2,6 Hz a 5,9 Hz (16,3 rad/s a 37,1 rad/s). La separación δ varía desde su posición mínima $\delta = 70 \text{ mm} \sim \alpha = 3,5$ (menor rigidez) a su posición máxima $\delta = 190 \text{ mm} \sim \alpha = 2,0$ (mayor rigidez), aunque el efecto sólo es perceptible desde $\delta = 120 \text{ mm}$.

La rigidez en este rango varía entre 1 kN m^{-1} y 16 kN m^{-1} , aunque estos valores dependen del desplazamiento d (ver la Figura 2). Para una masa de absorción de $m_2 = 12,36 \text{ kg}$, las respectivas frecuencias naturales del sistema de absorción son:

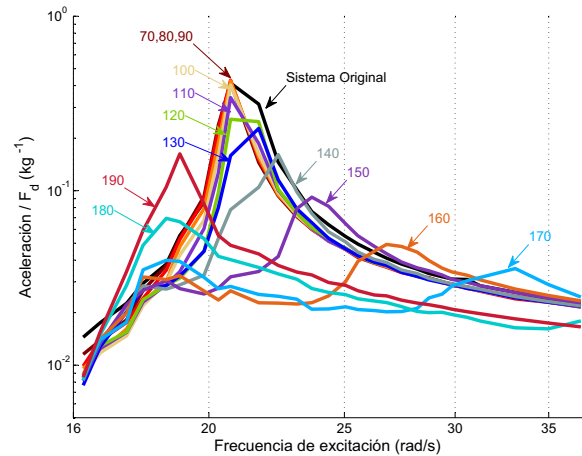


Figura 12: Respuesta experimental (aceleración) ante una excitación senoidal, sin masa secundaria, y con el sistema de absorción ajustado a diferentes separaciones entre abrazaderas (desde $\delta = 70 \text{ mm}$ a 190 mm). Cuanto mayor es la separación δ , mayor es la rigidez.

$$\begin{aligned} k_{abs}^{mín} &= 1 \text{ kN m}^{-1} \rightarrow \omega_2^{mín} = 9 \text{ rad s}^{-1} = 1,43 \text{ Hz} \\ k_{abs}^{máx} &= 16 \text{ kN m}^{-1} \rightarrow \omega_2^{máx} = 35,98 \text{ rad s}^{-1} = 5,73 \text{ Hz} . \end{aligned} \quad (17)$$

La figura 12 presenta los valores medios de los resultados experimentales en escala logarítmica. Conviene hacer notar

que, con el objetivo de establecer una comparación adecuada con los resultados teóricos, la aceleración ha sido dividida por la amplitud F_d de la fuerza desequilibrante.

La figura muestra que para valores bajos de rigidez, la masa secundaria apenas modifica el comportamiento transitorio de la masa primaria. Conforme aumenta la rigidez k_{adj} , la frecuencia de resonancia se desplaza a valores más altos y disminuye en severidad.

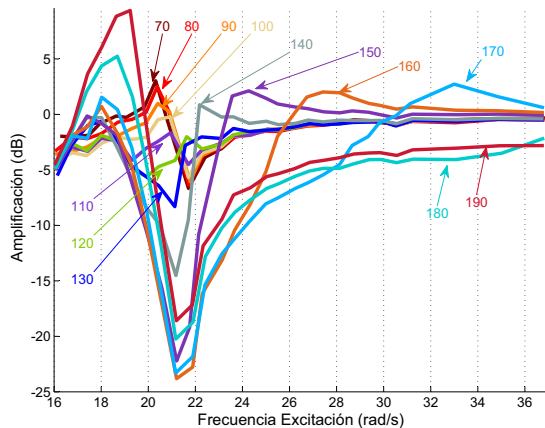


Figura 13: Amplificación de la respuesta respecto a la respuesta sin masa secundaria, para diferentes separaciones entre abrazaderas

Las curvas experimentales siguen el modelo teórico obtenido a partir de las ecuaciones presentadas y que se muestran en la Figura 5. Hay, sin embargo, algunas diferencias:

- A la frecuencia de resonancia, los valores experimentales son ligeramente inferiores. Esto es debido al hecho de que, a esta frecuencia, se retuvieron manualmente los desplazamientos del equipo primario para evitar daños en el muelle, y para garantizar la actuación del convertidor de frecuencia.
- A frecuencias bastante inferiores a la frecuencia de resonancia original, las mediciones experimentales difieren de las teóricas. Puesto que la fuerza de desequilibrio depende del cuadrado de la frecuencia (véase (15)), y dado que también la respuesta del sistema se atenúa en las frecuencias bajas (ver la Figura 5), las aceleraciones obtenidas son bastante bajas. Por lo tanto, es presumible que en estos casos haya un aumento en el error relativo del acelerómetro, que es la diferencia apreciada en escala logarítmica.

Sin embargo, la diferencia más importante surge del comportamiento no lineal del MRV. Las desviaciones son más significativas a medida que las elongaciones del muelle aumentan, lo que ocurre principalmente para excitaciones de gran amplitud, como se describe en la sección anterior.

La figura 12 también muestra que, a medida que aumenta la rigidez, se observan valores más bajos de la aceleración

alrededor de la frecuencia de resonancia original hasta que se alcanza un mínimo para una separación entre abrazaderas igual a $\delta = 160$ mm. Esta misma idea aparece claramente en la Figura 13, que representa la amplificación de la respuesta al incluir la masa secundaria, para diferentes separaciones δ . Lógicamente, los valores negativos se refieren a la atenuación, mayor cuanto más negativa es la amplificación.

La figura 14 resume los resultados experimentales cuando el objetivo es atenuar la vibración mediante el control de la separación entre abrazaderas. El dibujo de la izquierda representa la separación δ entre las abrazaderas para la que se produce la mayor atenuación de vibraciones. El dibujo de la derecha muestra la amplificación de respuesta cuando se incluye el sistema de absorción de vibraciones, con respecto al sistema original. Los valores más negativos corresponden a la atenuación más alta, que lógicamente se produce a la frecuencia de resonancia del sistema original.

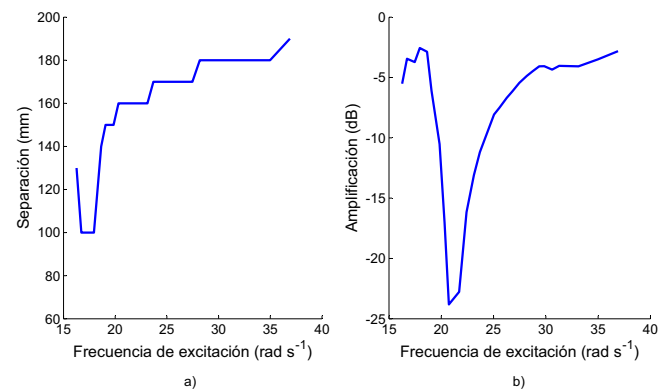


Figura 14: a) Separación δ entre abrazaderas a la que se produce una mayor absorción de vibraciones, y b) atenuación resultante a dicha separación.

5. Conclusiones

Una de las utilidades más importantes de un MRV es como sistema de absorción de vibraciones ajustable. El sistema de absorción presentado por los autores ha sido probado en un banco de ensayo en el que una masa original está sujeta a una fuerza sinusoidal. El rango de frecuencias de la fuerza sinusoidal se ha seleccionado en torno a la frecuencia de resonancia del sistema original.

Al acoplar una masa adicional mediante un MRV se consigue atenuar las vibraciones. A tal fin, la separación entre las abrazaderas que determina la rigidez del muelle debe variarse en función de la frecuencia de excitación con el fin de lograr la máxima atenuación de la vibración.

Esta absorción de la vibración es máxima a la frecuencia de resonancia original, que se desplaza debido a la modificación de la respuesta transitoria del sistema. El sistema requiere un motor para cambiar su rigidez, y la fuerza requerida para su accionamiento es alta, especialmente en configuraciones en las que la rigidez también lo es. Por otra parte, el tiempo de respuesta aumenta en el rango de operación de baja rigidez porque

disminuye la sensibilidad de K con α (véase la Figura 2 b)). Estos problemas se pueden aliviar mediante el aumento de la capacidad del motor que desplaza las abrazaderas.

Se han presentado una serie de experimentos que validan el razonamiento teórico. En estos experimentos, las excitaciones aplicadas fueron reducidas o moderadas.

Este sistema de absorción es fácilmente escalable y puede ser dispuesto, con alguna modificación, en el interior de las torres de turbinas eólicas, para amortiguar las vibraciones de frecuencia variable a que se ve sometida la torre y su cimentación. También en el interior de edificios en zonas sísmicas para la atenuación de los efectos de terremotos.

En estos casos, el sistema de control de vibraciones estaría formado por un transductor de frecuencia (que puede estar programado a partir de la señal de acelerómetro anteriormente indicado), una tabla de consulta (*look-up table*) programada para obtener el valor de δ , y un driver elemental para el motor de continua que separe las abrazaderas hasta el adecuado valor de separación δ .

Para excitaciones moderadas, el amortiguador de vibraciones propuesto es controlable y con una dinámica repetitiva, y adapta fácilmente su rigidez para lograr la atenuación de la vibración más alta posible. Sin embargo, para excitaciones de gran magnitud, el comportamiento lineal se pierde, y los operadores y herramientas basadas en la linealidad ya no son válidos.

English Summary

Wide Frequency Vibration Absorber based on a new adjustable-Stiffness Leaf Spring.

Abstract

This paper presents an adaptive tuned vibration absorber. The vibrations are absorbed by a secondary mass that is attached to the system through a new adjustable-stiffness spring, which consists of two pairs of leaf springs working in opposition. Its wide range of stiffness values (between 1 kN m/s and 16 kN m/s) allows the absorber to cancel vibration in the range 1.43–5.73 Hz. A DC motor allows the spring to adjust its stiffness such that the vibration attenuation is maximum for any frequency in the mentioned interval. The vibration absorber has been included in a test bench modelling a second order system, and a set of experiments have been conducted that show a good agreement to the theoretical results for low magnitude excitations. However, as the excitation magnitude increases, the deviation from the linear behaviour impedes applying scalability and addition.

Keywords:

Adjustable-stiffness, vibration absorber, non-linear spring, leaf spring, non-linear systems, modelling and simulation.

Agradecimientos

Este trabajo está financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación español, mediante la ayuda de investigación DPI2012-32278, y cofinanciada por los Fondos Feder (Fondo Europeo de Desarrollo Regional), (Jesús M. Chacón) y la Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha PPII2014-006-A.

Referencias

- Acar, M., Yilmaz, C., 2013. Design of an adaptive-passive dynamic vibration absorber composed of a string-mass system equipped with negative stiffness tension adjusting mechanism. *Journal of Sound and Vibration* 332 (2), 231–245.
- Ashour, O., Nayfeh, A., 2003. Experimental and numerical analysis of a nonlinear vibration absorber for the control of plate vibrations. *Journal of Vibration and Control* 1 (9), 209–234.
- Brennan, M. J., 2006. Some recent developments in adaptive tuned vibration absorbers/neutralisers. *Shock & Vibration* 13 (4/5), 531–543.
- Davis, C., Lesieutre, G., 1995. A modal strain energy approach to the prediction of resistively shunted piezoceramic damping. *Journal of Sound and Vibration* 184 (1), 129–139.
- Franchek, M., Ryan, M., Bernhard, R., 1996. Adaptive passive vibration control. *Journal of Sound and Vibration* 189 (5), 565–585.
- Ginder, J. M., Schlotter, W. F., Nichols, M. E., 2001. Magnetorheological elastomers in tunable vibration absorbers. In: *Proc. SPIE 4331, Smart Structures and Materials: Damping and Isolation*.
- Gonzalez-Rodriguez, A., Chacon, J., Donoso, A., Gonzalez-Rodriguez, A., 2011. Design of an adjustable-stiffness spring: Mathematical modeling and simulation, fabrication and experimental validation. *Mechanism and Machine Theory* 46 (12), 1970–1979.
- Grappasonni, C., Habib, G., Detroux, T., Wang, F., Kerschen, G., Jensen, J., September 2014. Practical design of a nonlinear tuned vibration absorber. In: *ISMA International Conference on Noise and Vibration Engineering*, Leuven, Belgium.
- Ham, R., Sugar, T., Vanderborght, B., Hollander, K., Lefeber, D., September 2009. Compliant actuator designs. *Robotics Automation Magazine, IEEE* 16 (3), 81–94.
- Liu, J., Liu, K., 2006. A tunable electromagnetic vibration absorber: Characterization and application. *Journal of Sound and Vibration* 295, 708–724.
- Monroe, R. J., Shaw, S. W., Feb 2013. Nonlinear transient dynamics of pendulum torsional vibration absorbers—part ii: Experimental results. *Journal of Vibration and Acoustics*.
- Nagaya, K., Kurusu, A., Ikai, S., Shitani, Y., 1999. Vibration control of a structure by using a tunable absorber and a optimal vibration absorber under auto-tuning control. *Journal of Sound and Vibration* 228 (4), 773–792.
- Oueini, S., Nayfeh, A., 2000. Analysis and application of a nonlinear vibration absorber. *Journal of Vibration and Control* (6), 999–1016.
- Patten, W., Sack, R., He, Q., 1996. Controlled semiactive hydraulic vibration absorber for bridges. *Journal of Structural Engineering* 122 (2), 187–192.
- Rao, S. S., 2004. *Mechanical Vibrations*, 4th edition. Pearson Prentice Hall.
- Trimboli, M., Wimmel, R., Breitbach, E., 1994. Quasi-active approach to vibration isolation using magnetic springs. In: *Proc. SPIE. Vol. 2193*, pp. 73–83.
- Viguie, R., Kerschen, G., 2009. Design procedure of a nonlinear vibration absorber using bifurcation analysis. In: *Proceedings of the IMAC-XXVII*.
- Walsh, P., Lamancusa, J., 1992. A variable stiffness vibration absorber for minimization of transient vibrations. *Journal of Sound and Vibration* 158 (2), 195–211.
- Waterman, E. H., feb 1988. Vibration absorber with controllable resonance frequency. US Patent, patent 4 724 923.
- Williams, K., Chiu, G., Bernhard, R., 2002. Adaptive-passive absorbers using shape-memory alloys. *Journal of Sound and Vibration* 249 (5), 835–848.
- Zhu, B., Rahn, C., Bakis, C., 2013. Fluidic flexible matrix composite vibration absorber for a cantilever beam. *Journal of Vibration and Acoustics* 137 (2).