

Muestreo adaptativo aplicado a la robótica: Revisión del estado de la técnica

Ignacio Pastor, João Valente*

Robotics Lab, Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática, Universidad Carlos III de Madrid, Av. Universidad 30. Leganés, 28911. Madrid. España

Resumen

En este artículo se presenta la revisión de una técnica de muestreo de especial interés para aplicaciones a sistemas robóticos dedicados a la teledetección. Esta técnica es conocida como muestreo adaptativo. En este artículo se realiza una recopilación de las principales técnicas de muestreo adaptativo aplicados a la robótica, haciendo uso de la planificación de trayectorias. Finalmente, se destaca un conjunto de proyectos actualmente en desarrollo, sobre aplicaciones reales de la técnica de muestreo adaptativo en la robótica.

Palabras Clave:

Robots de exteriores, Muestreo adaptativo, Teledetección, Planificación de trayectorias, Cobertura Óptima.

1. Introducción

En la actualidad existen numerosos ecosistemas que son monitorizados e inspeccionados para mejorar la calidad de vida del ser humano, y también para asegurar la conservación de la biosfera. Los diferentes fenómenos físicos son estudiados mediante la adquisición de determinados parámetros biofísicos. Las muestras son normalmente obtenidas manualmente *in situ*, o utilizando otras herramientas de teledetección, como por ejemplo, los aviones, o los satélites, Camilli *et al.* (2004); Zarco-Tejada *et al.* (2008).

La difícil tarea de muestrear manualmente el espacio de trabajo o de utilizar herramientas con ventanas temporales limitadas y de elevado coste, acelera el proceso de buscar otras alternativas. Debido a la distribución espacial de los datos que se pretenden analizar y la rápida dinámica de los fenómenos físicos a estudiar se comienza a adoptar el uso de sistemas robóticos móviles para llevar a cabo esas tareas, Dunbabin y Marques (2012).

Por todo esto se han ido implementado numerosas técnicas de muestreo. Entre ellas, una de las más novedosas y que ha adquirido importancia en aplicaciones para la robótica, es el muestreo adaptativo, Yilmaz (2005).

El muestreo adaptativo o *Adaptive Sampling* (AS), es un método que realiza un muestreo inicial de manera simple y aleatoria. Tras realizar una serie de primeras observaciones, se realiza una búsqueda detallada en zonas próximas al punto que se pretende estudiar o hallar. Para realizar este proceso se explora

la zona de trabajo y se establecen otras en las que interesa seguir observando, hasta llegar al punto óptimo, siendo éste el objetivo final, Thompson y Collins (2002); Seber y Salehi (2012). La Figura 1 ilustra un ejemplo del procedimiento general de muestreo adaptativo.

Una gran parte de las aplicaciones de la robótica moderna, en particular las que implican el uso de vehículos autónomos, necesitan de una planificación de las trayectorias de dichos robots. Por tanto la planificación de trayectorias contribuye a la capacidad y velocidad de realizar este proceso, lo que condiciona el método o algoritmo más eficiente de observación, y por tanto, menor tiempo de búsqueda y optimización de los recursos. Por ejemplo búsqueda y observación de máximos o mínimos de una población a estudiar, haciendo uso de planificación de trayectorias.

En la robótica la técnica de muestreo adaptativo se encarga de estudiar distribuciones espaciales desconocidas, las cuales pueden ir variando a lo largo del tiempo. Para esto es necesario una técnica de muestreo que se vaya adaptando según los cambios que perciba durante el proceso y que además esté sujeta a otras limitaciones, como funciones de coste.

El objetivo de este artículo es hacer una revisión del estado actual de la técnica de muestreo adaptativo para aplicaciones en la robótica. El artículo se organiza de la siguiente manera: en esta sección 1 se hace una breve introducción sobre la temática que se pretende abordar; en la sección 2 se introduce al concepto de muestreo adaptativo y sus técnicas principales; en la sección 3 se hace una revisión de las técnicas y aplicaciones del muestreo adaptativo en la robótica; antes de terminar se comentará en la sección 4 las investigaciones y proyectos actualmente en desarrollo haciendo uso de muestreo adaptativo; y finalmente

* Autor en correspondencia

Correo electrónico: jvalente@ing.uc3m.es (João Valente)

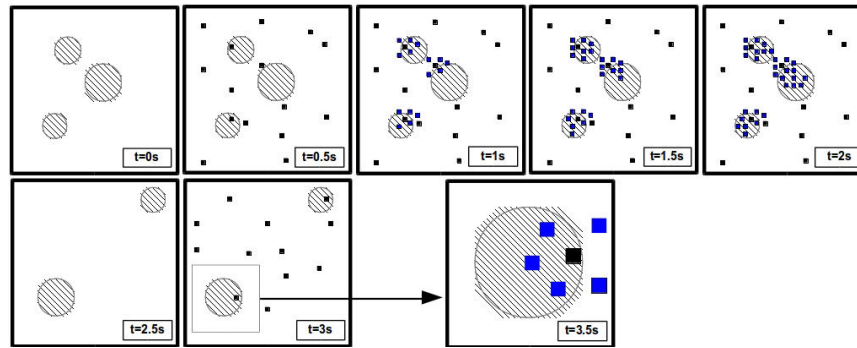


Figura 1: Ejemplo del proceso de muestreo adaptativo: en la figura se puede observar las diferentes etapas de un proceso que empieza en $t=0$ segundos y acaba en $t=3.5$ segundos. Los puntos de interés son representados por los círculos rallados, a mayor volumen de estos, mayor valor tendrá. Se realizan iteraciones que generan un número predeterminado de muestras, dispuestas aleatoriamente, con el objetivo de encontrar el máximo global y seguir realizando muestras más cercanas a este punto de interés. Cuando el fenómeno distribuido cambie con el tiempo, la muestra varíe dinámicamente, se vuelve al punto de partida de modo que la zona alrededor del máximo global sea siempre inspeccionada.

te en la sección 5 se dan las conclusiones.

2. Conceptos básicos de muestreo adaptativo

El objetivo de todos los diseños de muestreo es dar al investigador una base para el uso de los datos de la muestra, para estimar las características de la población de interés. En el muestreo convencional, la toma de datos se basa principalmente en la información *a priori*, y se fija antes de comenzar el estudio. Por el contrario, en el muestreo adaptativo, el análisis que se diseña se modifica según las observaciones realizadas durante el proceso o encuesta, por ejemplo en caso de análisis en grupos de población.

El muestreo adaptativo es útil cuando no se puede resolver mediante métodos tradicionales de toma de datos, ya que en muchas ocasiones la población de interés está distribuida de forma irregular, diversa o aleatoria. Por eso se introduce la idea de muestreo adaptativo junto a diferentes métodos para su resolución.

Muchos procedimientos de muestreo adaptativo son adecuados para los estudios en diversas áreas de investigación. El muestreo teórico sugiere que para muchas poblaciones el diseño óptimo de observación es un método adaptativo. Para las poblaciones irregulares y agrupadas, los diseños adaptativos pueden dar una mejora sustancial en la eficiencia respecto a los diseños convencionales. La validez del estudio depende de los ajustes hechos a partir de la muestra de datos a la población de interés, y para esto es importante el diseño del muestreo adaptativo. La combinación de ventajas prácticas y teóricas sugieren que los diseños adaptativos serán cada vez más importantes para los estudios de las poblaciones donde es difícil o costoso el obtener muestras. Estos métodos son actualmente objeto de la investigación y el desarrollo activo.

Se ha comentado de manera general el concepto de muestreo adaptativo y en los siguientes apartados se explican las distintas técnicas de muestreo adaptativo más importantes.

En las referencias Seber y Salehi (2012), Thompson y Collins (2002), Chaudhuri y Stenger (2005) y Thompson (2011) se desarrollan los conceptos mencionados en la sección 2.

2.1. Muestreo adaptativo por conglomerados

El *Adaptive Cluster Sampling* (ACS) o muestreo adaptativo por conglomerados es uno de los métodos más importantes desarrollado por Thompson (1990-2002) y descrito de forma matemática por Thompson y Seber (1996). El ACS hace referencia a la evolución del patrón de muestro a cada etapa del proceso.

Se compone de 3 pasos principales:

1. Se define la zona donde el muestreo podría llevarse a cabo.
2. Se define una condición para elegir en la zona de observación.
3. La elección de un método para la selección de las ubicaciones iniciales considerando el coste de obtener una observación en cada ubicación.

Diseños como el ACS, hacen hincapié en la necesidad de procedimientos de estimación especiales que tienen en cuenta en su diseño de muestreo cuando el muestreo adaptativo ha sido utilizado. Estos procedimientos producen mejores estimaciones que las convencionales.

El ACS toma una muestra inicial por muestreo convencional (al azar), en el área de estudio. Cuando una variable de interés satisface una cierta condición impuesta inicialmente (por ejemplo, el dato posee un valor elevado o superior a los iniciales), se procederá a analizar unidades cercanas para añadirlas a la muestra. Si dentro de esta zona se satisface la condición se continuará analizando zonas más pequeñas sucesivamente (véase Figura 2).

Por lo tanto, este proceso de muestreo no se detendrá hasta que todas las unidades que cumplen la condición inicial y las adyacentes se analicen. Sin embargo, existen dificultades para aplicar ACS en la práctica, tales como la forma de determinar los valores críticos apropiados o cómo programar los tiempos del proceso en la práctica.

Por último se representa la fórmula del estimador de Hansen-Hurwitz (HH) y un diagrama de bloque representando el muestreo por conglomerados (véase Figura 3). Información obtenida de Yu *et al.* (2012).

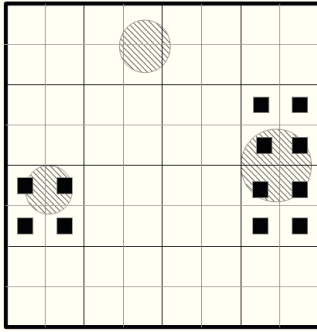


Figura 2: Ejemplo gráfico del proceso en el que se realiza la técnica de muestreo adaptativo por conglomerados, en ella se puede observar zonas en las que se realiza el muestreo, en cada una de ellas se muestrea toda la zona circundante para obtener los valores correspondientes.

$$\hat{\mu}_{HH} = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} \frac{1}{m_i} \sum_{j \in T_i} y_j = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} w_i \quad (1)$$

Donde y_j es la densidad de la unidad j , T_i es la malla i -ésima, m_i es el número de unidades en T_i , n_1 es el número de redes y w_i es la media de las observaciones en T_i .

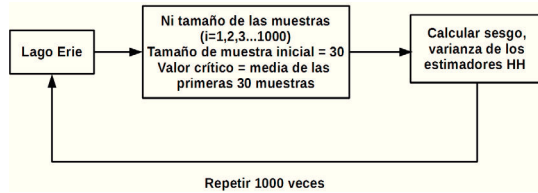


Figura 3: Diagrama de bloque representando el funcionamiento de la técnica de muestreo adaptativo por conglomerados en el caso de estudio en un lago. Diagrama adaptado a partir de Yu et al. (2012).

2.2. Muestreo estratificado

El *Stratified Sampling* (SS) o muestreo estratificado es un método basado en un principio opuesto al utilizado en *Adaptive Cluster Sampling* (ACS). El proceso se desarrolla utilizando información *a priori* sobre el problema a tratar (población en la que se toman las muestras). Tras aplicar esta información, se puede utilizar el método ACS.

Este proceso divide la población en zonas no solapadas (estratos) y toma muestras aleatorias en torno a estas, dentro de cada subdivisión o bien se deben poner límites claros al proceso o bien dejar actuar entre dos fronteras de la división realizada.

En la figura 4 se representa un ejemplo de muestreo estratificado.

Por último se representa la fórmula del estimador y un diagrama de bloque representando un ejemplo del muestreo estratificado para el mismo caso de estudio que el caso de por conglomerados (véase Figura 5). Información obtenida de Yu et al. (2012).

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^L N_i \bar{y}_i \quad (2)$$

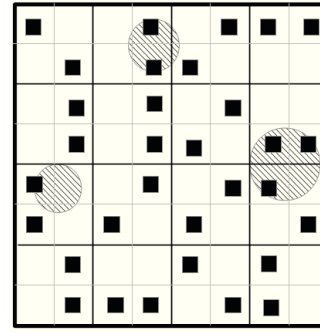


Figura 4: Ejemplo gráfico de muestreo estratificado, en el que se ve como la zona de estudio se divide en numerosas zonas más pequeñas donde se realizan unas tomas de datos aleatorias en cada una de ellas.

Donde N es el número total de las unidades de la población, L es el número de estratos, N_i es el número de unidades de población en el estrato i e Y_i es la media de las muestras del estrato i -ésimo.

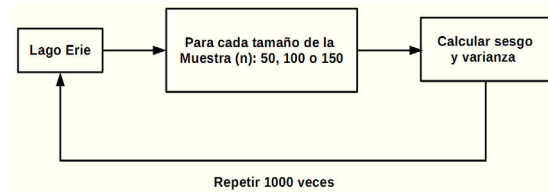


Figura 5: Diagrama de bloque representando el funcionamiento de la técnica de muestreo estratificado en el caso de estudio en un lago. Diagrama adaptado a partir de Yu et al. (2012).

2.3. Otras técnicas de interés

Otros métodos a destacar en la bibliografía consultada son los procesos de *Simple Random Sampling* o muestreo aleatorio, *Adaptive Allocation* (AA) o asignación adaptativa, *Inverse Sampling Methods* (ISM) o métodos de muestreo inversos y *Systematic Sample* o muestreo sistemático, a continuación se hará una breve explicación de cada uno de ellos.

- **Simple Random Sample:** Se trata de una técnica donde se realiza un número predeterminado de muestras distribuidas de manera aleatoria en el espacio que se desea estudiar.
- **Adaptive Allocation:** Es un método por asignación en el cual para el muestreo se puede utilizar información de investigaciones anteriores, procurando lograr la precisión deseada con el mínimo coste.
- **Inverse Sampling Methods:** Es una técnica donde el tamaño de la muestra se adapta dependiendo de la información que se vaya obteniendo. Es necesario realizar una observación de manera continuada hasta que se cumplan las condiciones deseadas.

- **Systematic Sample:** Es una técnica en la cual se realiza de manera predeterminada el muestreo en la zona de interés, siguiendo un patrón fijo o constante.

Todas las técnicas comentadas en esta sección se pueden combinar con algún otro método o técnica de muestreo, para lograr una mejor estimación durante el proceso de estudio de la zona de interés. Como por ejemplo la combinación del muestreo estratificado con las técnicas de muestreo aleatorio o muestreo sistemático.

3. Muestreo adaptativo en la robótica

Los avances tecnológicos en la robótica móvil y en la instrumentación han permitido a investigadores de diferentes disciplinas adoptar sistemas robóticos en entornos donde se pretende hacer la adquisición de determinados parámetros biofísicos.

El muestreo se puede realizar tanto periódicamente como no. Los tipos de robots más utilizados son probablemente los robots submarinos (Moreno *et al.* (2014)) aplicados a misiones de monitorización oceanográfica (Ortiz *et al.* (2015)), o inspección visual subacuática Carreras *et al.* (2012); y los robots aéreos (Castillo *et al.* (2007); Béjar y Ollero (2008)), aplicados a la adquisición de imágenes aéreas (Prados *et al.* (2013)) y teledetección en general.

Estos entornos son normalmente ecosistemas con cambios dinámicos muy rápidos, por tanto es necesario disponer de un sistema robótico que sea capaz de detectar estos cambios. Para esto es necesaria una estrategia de muestreo que permita analizar una determinada zona de interés y un algoritmo de planificación de trayectorias que permita llevar a cabo el muestreo óptimo.

Para implementar esta técnica en el ámbito de la robótica, cumpliendo las limitaciones físicas del problema, como son las funciones de coste (tiempo y energía), es necesario implementar técnicas de planificación de trayectorias o *Path Planning*, que permiten realizar el seguimiento de los procesos de interés realizados con la técnica de muestreo adaptativo. Por lo tanto, muestreo adaptativo y planificación de trayectorias están intrínsecamente relacionados en la implementación para aplicaciones en la robótica.

En esta sección se describirá el uso del muestreo adaptativo en la robótica junto a la planificación de trayectorias.

Se comentarán las aplicaciones en áreas más específicas de la robótica, como los entornos terrestres, con UGV (*Unmanned Ground Vehicles*), entornos marítimos, con AUV (*Autonomous Underwater Vehicles*) y entornos aéreos, con UAV (*Unmanned Aerial Vehicles*).

Para ello se revisarán los principales artículos que tratan sobre el tema del muestreo adaptativo, separando en distintos apartados los diferentes algoritmos o puntos de vista aportados en dichos artículos.

3.1. Revisión del muestreo adaptativo en la robótica

En el artículo de Dunbabin y Marques (2012) se realiza una revisión sobre la técnica de muestreo adaptativo y la robótica.

En él se hace una introducción general al tema de la robótica y los distintos progresos referentes a los robots medioambientales, y su mejora gracias a la innovación en los sensores y donde el muestreo adaptativo y la planificación de trayectorias desempeñan un papel importante. Se trata de un artículo de revisión donde se analizan los progresos realizados por otros autores y en diferentes áreas del tema, resumiendo todos en una tabla conceptual donde se muestran los artículos relacionados con el muestreo adaptativo en pequeña y mediana escala en diferentes entornos (marítimos, aéreos y terrestres).

Los autores introducen los conceptos del muestreo adaptativo y el planteamiento de los correspondientes algoritmos para su implementación. Dado su carácter de artículo de revisión los autores citan y comentan trabajos anteriores relevantes para este tipo de problema, dando una visión general sobre la técnica.

En este artículo se realizará una revisión de forma similar a la realizada en artículo Dunbabin y Marques (2012), actualizando con nuevos artículos publicados relevantes sobre el tema a tratar y añadiendo mayor información sobre los procedimientos básicos, mediante diagramas de bloques e imágenes auto-explicativas, también se incluirá información sobre aplicaciones del muestreo adaptativo con investigaciones en activo haciendo uso de sistemas robóticos.

3.2. Desarrollo de algoritmos mediante técnicas básicas de muestreo adaptativo

En este apartado se revisarán y analizarán artículos basados en el muestreo adaptativo que desarrollan algoritmos para la resolución de problemas relacionados con la robótica, haciendo uso de alguna de las técnicas de muestreo adaptativo ya descritas en la sección 2.

Son de destacar los artículos Rahimi *et al.* (2004) y Rahimi *et al.* (2005), donde se introduce al muestreo adaptativo en la robótica, analizando y desarrollando técnicas y algoritmos de muestreo. En Rahimi *et al.* (2004) se muestra una descripción del proyecto en desarrollo NIMS (*Networked Infomechanical Systems*), en el que se realiza de manera tridimensional un muestreo para realizar mapas de distribución de temperatura, humedad e iluminación solar, evaluando y comparando los algoritmos de las diferentes técnicas de muestreo adaptativo. Estos son por ejemplo: *Uniform Sampling*, *Random Sampling*, *Stratified Random Sampling* y *Nested Stratified Random Sampling*, muchos de estos han sido descritos en la sección 2.

En otro artículo Rahimi *et al.* (2005) se explica la importancia de los sensores y su desarrollo, ya que permiten al sistema robot optimizarse en cada muestreo según va realizando la adaptación. Proponen un sistema de modelado activo y el desarrollo de un algoritmo FSA (*Field eStimation Algorithm*) o algoritmo de estimación del medio. El modelado se basa en un sensor que realiza medidas (muestras) del entorno (ambiente) y con ellas se va desarrollando un modelo. El algoritmo desarrollado en dicho artículo está basado en un proceso de optimización incremental que realiza un proceso iterativo, donde se toman muestras en el espacio problema y se construye el modelo ambiental. Por medio de este se predicen las ubicaciones que mejor contribuyen al conocimiento del fenómeno de estu-

dio, dando especial importancia a la información, navegación y el coste de este proceso (véase la Figura 6).

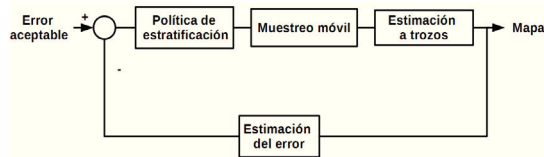


Figura 6: Diagrama de bloques representando la política de muestreo NIMS destinada a producir un mapa de un entorno con un error máximo entre el mapa reconstruido y los fenómenos reales estimados. Figura adaptada a partir de Rahimi et al. (2004)

En los artículos Low et al. (2005), Low et al. (2007) se aborda el problema de la exploración en diferentes entornos haciendo uso de robots. En ellos se desarrolla la idea de optimización de recursos para lograr la menor función de coste posible, dividiendo los robots disponibles en grupos capaces de coordinarse para muestrear la mayor cantidad de puntos en el entorno de estudio. Para ello utilizan una estrategia de exploración llamada *Adaptive Cluster Sampling* (ACS), explicada en la sección 2, para lograr la reducción de costes tanto de tiempo de misión como de la energía empleada por el equipo de robots, obteniendo mayor información sobre el medio utilizando menos recursos. El caso estudiado por los autores tiene como objetivo la prospección de minerales en Marte.

Para el desarrollo de la técnica propuesta y estudiar sus ventajas frente a otras, el artículo compara *Adaptive Cluster Sampling* con *Simple Random Sampling* (SRS) y *Stratified Sampling*. Todas estas estrategias están basadas en el muestreo adaptativo. Tras el estudio de todas estas técnicas los autores concluyen que las ventajas del ACS son la de dirigirse hacia puntos de alta densidad de una manera óptima y la reducción de costes mayores frente a otras técnicas de muestreo.

En el artículo Ouyang et al. (2014), desarrollado por los mismos autores que los artículos comentados anteriormente, desarrollan la herramienta MAS (*Multi-robot Active Sensing*) para describir y desarrollar nuevos algoritmos para realizar observaciones en el medio ambiente, con el objetivo de realizar modelados y predicciones a gran escala, en entornos desconocidos y no estacionarios (dinámicos).

3.3. Algoritmos de muestreo adaptativo de resolución propios

En este apartado se revisarán los artículos relacionados con el muestreo adaptativo y su aplicación a la robótica, donde los distintos autores desarrollan algoritmos y métodos propios de resolución que no hacen uso de técnicas de muestreo adaptativo, como las vistas en la sección 2. Esto se debe principalmente a que los distintos autores desarrollan sus ideas y algoritmos bajo la idea general de muestreo adaptativo.

En el artículo Popa et al. (2004) se desarrolla el algoritmo ASA (*Adaptive Sampling Algorithms*) haciendo uso del entorno de simulación MATCON. En este artículo se muestra el problema en la observación de los fenómenos submarinos, haciendo uso de uno o múltiples AUVs. Para determinar caminos y muestreos óptimos que consuman pocos recursos (energía), es fundamental utilizar estrategias como el muestreo adaptativo.

Mediante la implementación de ASA se utilizan medidas de información, estimaciones y campos potenciales para dirigir a los robots a lugares en el espacio que tienen más probabilidades de tener información de gran interés para la misión. Mediante el uso de MATCON, una plataforma experimental bajo el agua utilizando AUV solares, estudian numerosas distribuciones combinadas al mismo tiempo como salinidad, oxígeno, temperaturas y corrientes marinas, intentando minimizar la incertidumbre bajo el algoritmo desarrollado y el entorno de simulación de estas distribuciones de campo.

En los artículos Zhang y Sukhatme (2007) y Sukhatme et al. (2007) se describe un algoritmo basado en el muestreo adaptativo para estimar un campo escalar. Todo ello consta de unos nodos estáticos (boyas) que realizan medidas fijas, y un robot móvil que muestrea varios lugares, todo ellos para reconstruir el campo escalar problema. El algoritmo está basado en la regresión lineal y utiliza medidas realizadas por los nodos estáticos para calcular un camino eficiente para el robot, teniendo en cuenta limitaciones de energía. El estudio se realiza bajo distribuciones estáticas y su objetivo es medir temperaturas a lo largo de una gran extensión, cambiando las boyas y robots para estudiar otras zonas. Estos estudios están englobados en el proyecto NAMOS.

En el artículo Mysorewala et al. (2012), se proponen métodos para la estimación de distribuciones espaciotemporales de parámetros ambientales de especial interés (humedad, presión atmosférica). Su método de resolución se basa en una estrategia de muestreo adaptativo, donde la decisión de la siguiente toma de muestras evoluciona temporalmente gracias a las mediciones realizadas anteriormente. En este artículo se proponen diferentes esquemas para robots y conjunto de ellos, basados en estructuras de filtro de Kalman (mejora de tiempos de resolución minimizando el error). En su artículo propone y compara algoritmos propios con distintos filtros, para el caso de distribución bidimensional. Otros artículos que comparan estructuras de filtro de Kalman son Cannell y Stilwell (2005). Véase Figura 7.

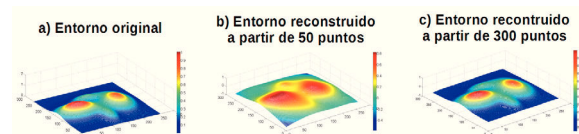


Figura 7: Mapa de muestreo adaptativo donde se puede observar un proceso iterativo a lo largo del tiempo, donde en primer lugar se estima la distribución aproximada de la zona de interés, y tras esto se van realizando más medidas a lo largo de las zonas de mayor interés para un mejor conocimiento de la distribución. Figura basada en Mysorewala et al. (2012).

Estos mismos autores (Mysorewala et al. (2009)), hacen uso del muestreo adaptativo para realizar mapas de incendios y calcular trayectorias optimizadas y seguras para recorrer el mapa. Véase Figura 8 y Figura 9.

En el artículo Neumann et al. (2012) se muestra el desarrollo de un micro dron que toma muestras de una distribución de gas y estima el viento en tiempo real, para predecir la evolución de ese gas a lo largo del tiempo. Para ello realizan dos enfoques

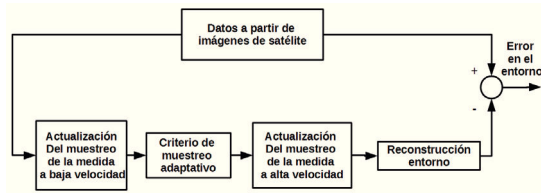


Figura 8: Diagrama de bloque explicando el proceso de muestreo adaptativo realizado en el artículo Mysorewala *et al.* (2009).

diferentes de muestreo, uno de ellos de trayectoria predefinida, donde exploran la zona de destino y su distribución ante un camino dado. Y otro utilizando una estrategia adaptativa, a la que llaman APF (*Artificial Potencial Field*) o campo potencial, donde realizan estimaciones de la distribución de gas. También realizan simulaciones con resultados muy similares a lo predicho teóricamente.

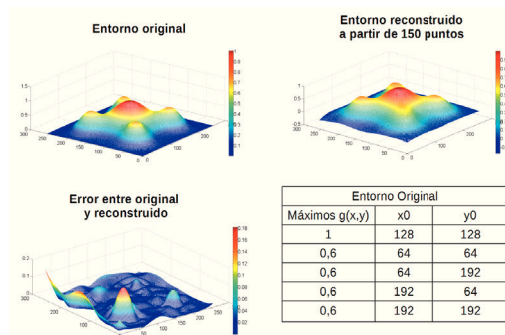


Figura 9: Mapa de muestreo adaptativo donde se puede observar como se ha realizado la distribución de medidas a lo largo del espacio, mediante el uso de gaussianas para tener máximos a lo largo de toda Figura basada en Mysorewala *et al.* (2009).

3.4. Algoritmos específicos de muestreo adaptativo y planificación de trayectorias

En este apartado se revisan los artículos relacionados con el muestreo adaptativo y su aplicación a la robótica, donde los distintos autores desarrollan algoritmos y métodos propios de resolución que no hacen uso de técnicas de muestreo adaptativo, como las vistas en la sección 2. En estos artículos se desarrollan junto al muestreo adaptativo, técnicas de planificación de trayectorias, incluidas en los algoritmos de resolución, para realizar de la manera más adecuada posible la realización de un muestreo eficiente junto a la planificación de trayectorias que optimicen la mejor utilización de los recursos disponibles en la navegación. Todos estos artículos han desarrollado algoritmos teniendo en cuenta ambas partes (muestreo adaptativo y planificación de trayectorias).

En este apartado se analiza la técnica basada en el muestreo adaptativo MILP (*Mixed Integer Linear Programing*) o programación lineal entera mixta, desarrollado por el MIT (*Massachusetts Institute of Technology*). Para ello se revisarán una serie de artículos en el que se destaca la tesis doctoral de Yilmaz (2005) que comprende las ideas fundamentales del proyecto. También

se comentarán una serie de artículos publicados en distintas revistas que comprenden dicha tesis, las cuales son Yilmaz *et al.* (2008), Lermusiaux *et al.* (2007). También existen trabajos individuales sobre este mismo tema por Lermusiaux (2007).

En estos artículos se hace referencia a nuevos métodos para la planificación de trayectorias en entornos marítimos, mediante el uso de AUV, basándose en el muestreo adaptativo y desarrollando el método de resolución MILP. Este está dividido en dos partes de desarrollo, una llamada Flujo de Red (*Network-Flow*) que responde al problema de muestreo adaptativo, implementado de forma básica. Como mejora del anterior se implementa la segunda parte, logrando tener una independencia de varios días (anteriormente sólo tenía uno), capacidad de trabajar con múltiples vehículos y cubrir situaciones imprevistas. También el MILP se desarrolla con dos enfoques, uno estático y uno dinámico (necesidad de actualizar la información a lo largo del tiempo). Todos estos desarrollos con el objetivo de muestrear regiones de gran interés marítimo, intentando optimizar el rendimiento de los robots utilizados y que creen caminos deseados, imponiendo una serie de restricciones de coordinación, comunicación y movimiento entre robots. Véase Figura 10 y Figura 11.

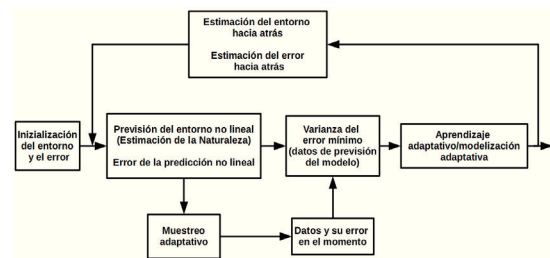


Figura 10: Diagrama de bloque basado en Yilmaz (2005) que explica el procedimiento seguido en dicho trabajo sobre el muestreo adaptativo.

Otros artículos basados en estrategias de muestreo adaptativo en entornos marítimos haciendo uso de AUV y conjunto de ellos son Fiorelli *et al.* (2003), Bhatta *et al.* (2005) y Fiorelli *et al.* (2006). En el se proponen distintas formaciones y estrategias eficientes de toma de datos, la más importante de ellas es la de Zig-Zag. Estas formaciones son importantes para la mejor detección de cambios en los gradientes de temperatura (su caso de estudio), y así realizar un seguimiento eficaz y de detección de variables de especial interés. Implementado todo ello bajo limitaciones como restricciones cinemáticas y teniendo en cuenta e intentando evitar corrientes marinas.

Otro artículo que desarrolla algoritmos de muestreo adaptativo junto a planificación de trayectorias es Hombal *et al.* (2010). En él se nos muestra una comparación entre diferentes algoritmos desarrollados, haciendo uso del muestreo adaptativo y planificación de distintos tipos de trayectorias, con el objetivo de analizar una característica del ambiente de especial interés. En este proceso se tienen unas restricciones o limitaciones como el tiempo de toma de datos o la velocidad del vehículo. El nombre de los algoritmos desarrollados es MSAS (*Multi Scale Adaptive Sampling*).

Otro artículo que desarrolla algoritmos específicos basados

en el muestreo adaptativo y aplicado en entornos marítimos es Smith *et al.* (2011), desarrollando el algoritmo ZZTOPP (*Zig-Zag in the tranquil ocean path planner*). En este artículo se habla de la importancia de los procesos oceánicos y la toma de datos en ellos durante largos períodos de tiempo, con distribuciones complejas y dinámicas. Desarrollan algoritmos para el seguimiento continuado haciendo uso de robots marítimos, con el objetivo de obtener datos relevantes. Para ello utilizan localizaciones conocidas para recoger datos de interés o evitar obstáculos conocidos. Y con el objetivo de optimizar la información que se va obteniendo y minimizar la desviación del camino previsto debido a las corrientes marítimas, estos objetivos se conocen como funciones de coste.

Para la resolución de este problema desarrollan el algoritmo ZZTOPP, implementado para planificar caminos cerrados que pasan a través de áreas de interés, evitando corrientes o áreas de gran magnitud, repitiendo estas rutas para recoger datos en entornos dinámicos. Dado este camino, se implementa el ajuste del ángulo de inclinación del robot para evitar la desviación y conseguir mayor densidad de la muestra en zonas de interés científico. Estos algoritmos han sido ideados para misiones de largo plazo y de vigilancia constante.

En el artículo Kim y Shell (2014), se aborda el tema de distribuciones que cambian a lo largo del tiempo (entornos dinámicos) y cómo realizar un muestreo eficiente, haciendo uso de robots. Para ello propone la subdivisión de la zona problema, distribuyendo los robots y su carga de trabajo para almacenar de manera eficiente la información del entorno dinámico que se va obteniendo. Propone una serie de algoritmos de partición gráfica, uno de los más relevantes es el llamado *Adaptive Path Planning*, que consiste en separar en regiones la zona de estudio, generar “consultas” (muestreo para lograr soluciones potenciales) dentro de cada región y maximizar la búsqueda para elegir una solución al problema.

En la Tabla 1 se muestra un resumen de los principales autores de los artículos revisados en la sección 3.

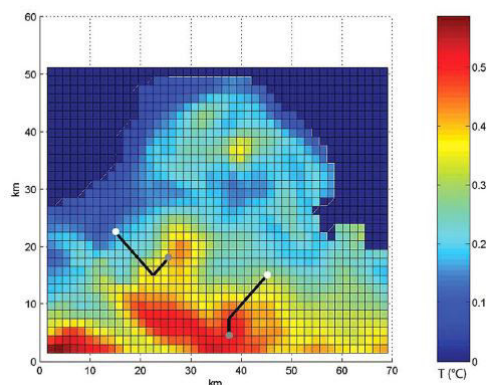


Figura 11: Mapa de muestreo adaptativo dónde se puede observar un proceso iterativo a lo largo de una trayectoria, con un punto inicial representado en blanco, que va recorriendo regiones de mayor densidad (medición), hasta terminar en un máximo local, representado en gris. Imagen obtenida de Yilmaz *et al.* (2008).

4. Aplicaciones

En este apartado se comentarán las aplicaciones del muestreo adaptativo en diversos entornos, mediante el uso de robots que permiten realizar medidas de magnitudes de interés en entornos hostiles o de difícil acceso.

4.1. Entorno aéreo

En el medio aéreo se hace uso de los UAV (*Unmanned Aerial Vehicle*) o vehículo aéreo no tripulado. A continuación se comentan varios proyectos relacionados con el medio aéreo y el muestreo adaptativo.

En los proyectos de ASCO (2016) (*The Autonomous Systems, Control, and Optimization Laboratory*), están realizando una investigación para el uso principalmente de UAVs en ambientes naturales, aplicando la técnica de muestreo adaptativo en una parte de sus investigaciones. Desarrollan algoritmos de planificación y control para el muestreo de tres dimensiones de manera adaptativa, con la capacidad de capturar datos de distintos procesos (desarrollado actualmente en entornos acuáticos). Este proyecto permite de manera libre y gratuita el acceso a un listado de programas desarrollado por ellos.

Los proyectos de ASTRIL (2016) (*Autonomous System Technologies Research & Integration Laboratory*), centra sus investigaciones en la simulación, guía, navegación y control de vehículos no tripulados generales y particularmente aéreos. Sus investigaciones están orientadas a la exploración, fundamentalmente en entorno aéreo. De esta forma se puede acceder a lugares difíciles, peligrosos o que resultan inaccesibles por el ser humano.

Una de sus investigaciones a destacar es el uso de técnicas de muestreo autónomo, las cuales facilitan el examen de distintos entornos de interés científico. Se han evaluado experimentalmente varias estrategias de muestreo, comparando su precisión y consumo energético, probado con AUVs.

Los proyectos de NIMBUS (2016) (*Nebraska Intelligent Mobile Unmanned Systems*), centra sus estudios entorno al desarrollo de UAVs y técnicas de muestreo en este entorno. Una de sus investigaciones principales está enfocada al seguimiento y predicción de la calidad del agua, en grandes superficies. Su objetivo es tomar muestras de los principales contaminantes que puedan existir en ella, de una manera rápida y precisa, y poder analizarlas. Desarrollan distintas técnicas de muestreo con el objetivo de tomar datos sobre el agua en diferentes lugares, normalmente de difícil acceso, Detweiler *et al.* (2015). Véase Figura 12.

Otras de las muchas aplicaciones encontradas en documentos relacionados con el medio ambiente, son por ejemplo: la prevención de incendios, búsqueda y salvamento en bosques, observación y toma de datos en entornos agrícolas para optimizar recursos medioambientales. El documento de la Comunidad de Madrid (2015), administra varias reglamentaciones y aplicaciones para distintos ambientes, así como usos en la explotación de recursos minerales o en ambientes forestales, para conocer las distintas aplicaciones.

Tabla 1: En esta tabla se hace un resumen de los principales autores que desarrollan algoritmos sobre muestreo adaptativo en la robótica, de manera que sea más visual la información principal que aporta cada uno de ellos.

Autores	A	B	C	D	E	F
Rahimi <i>et al.</i>	Terrestre	Plataforma propia	✗	✗	✗	✗
Low <i>et al.</i>	Terrestre	UGV	✓	✗	✗	✗
Popa <i>et al.</i>	Acuático	AUV	✓	✗	✗	✗
Zhang y Sukhatme	Acuático	AUV	✗	✗	✗	✗
Mysorewala <i>et al.</i>	Terrestre	UGV	✓	✗	✗	✗
Neumann <i>et al.</i>	Aéreo	UAV	✗	✓	Cambio dirección del viento	✗
Yilmaz <i>et al.</i>	Acuático	AUV	✓	✓	Diario	✓
Fiorelli <i>et al.</i>	Acuático	AUV	✓	✗	✗	✗
Hombal <i>et al.</i>	Acuático	AUV	✗	✓	Cada cierto número de días	✓
Smith <i>et al.</i>	Acuático	AUV	✗	✗	✗	✓
Kim y Shell	Acuático	AUV	✓	✓	Cada cierto número de muestras	✓
Descripción						
A	Entorno de estudio o aplicación	B	Tipo de Robots Utilizados		C	Uso múltiples robots
D	Tipo de población dinámica	E	Frecuencia de muestreo en entornos dinámicos		F	Planificación de trayectorias



Figura 12: Aplicaciones de los UAV en entornos aéreos, para tratar de realizar muestreo adaptativo y gestión de la energía haciendo uso de vehículos aéreos. Crédito: University of Nebraska-Lincoln.

4.2. Entorno terrestre

En el medio terrestre se hace uso de los UGV (*Unmanned Ground Vehicle*) o vehículo terrestre no tripulado. A continuación se comentan varios proyectos relacionados con el medio terrestre y el muestreo adaptativo.

En los proyectos de ASTRIL (2016), comentado anteriormente, también desarrollan investigaciones y proyectos para la guía, control y navegación de vehículos terrestres. Sus investigaciones están centradas en la exploración remota, para acceder a lugares de difícil acceso. El objetivo del uso de vehículos terrestres es estudiar y diseñar nuevos medios para la planificación de trayectorias de estos vehículos.

El proyecto de la ASTEP (2016) (*Astrobiology Science and Technology for Exploring Planets*), tiene como objetivo la exploración de lugares de la Tierra con condiciones ambientales extremas para aprender la mejor manera de buscar vida en otros planetas, y aplicarlo a lugares como Marte. ASTEP es un programa de exploración impulsada para ayudar a producir nuevas tecnologías para aplicarlas en la exploración planetaria.

Para la exploración y análisis de condiciones extremas en el planeta Tierra se hace uso de vehículos autónomos capaces de realizar muestras debajo de la tierra, para la búsqueda de vida, haciendo uso de técnicas de muestreo adaptativo. Para ello realizan perforaciones, recogida y análisis de muestras, con la

técnica explicada a lo largo de este artículo, para ir localizando los lugares más óptimos donde realizar este proceso. Estas investigaciones se realizan en el desierto de Atacama en Chile, haciendo uso de robots terrestres, Thompson *et al.* (2013). Véase Figura 13.



Figura 13: Imagen del proyecto ASTEP, y el uso de uno de sus prototipos de UGV para la recogida y análisis de sustancias para la búsqueda de vida, mediante el uso de un robot Zoë en el desierto de Atacama en Chile. Crédito: Carnegie Mellon University/NASA.

4.3. Entorno submarino

En el medio submarino se hace uso de los AUV (*Autonomous Underwater Vehicle*) o vehículo submarino autónomo. A continuación se comentan varios proyectos relacionados con el medio acuático y el muestreo adaptativo.

En el proyecto Envirobot (2016) lo que se pretende es implementar un robot acuático con sensores biológicos para medir y localizar sustancias contaminantes en entornos marítimos, haciendo uso del procedimiento de muestreo adaptativo. Este es un proyecto que aún sigue en proceso y no se ha realizado ningún tipo de publicación. Según su hoja de ruta, se espera que con el paso de los meses se realicen publicaciones.

Tal y como se comentó en el apartado de muestreo adaptativo para robótica, el MIT (*Massachusetts Institute of Technology*) realiza estudios e innovaciones para la localización de agentes nocivos y medidas críticas de temperatura en los mares, siendo la Bahía de Monterrey (Océano Pacífico) su zona

de estudio. Estos estudios y resultados se publican en la página MSEAS (*Multidisciplinary Simulation, eStimation, and Assimilation Systems*). En esta página (MSEAS (2016)) se puede ver y consultar todo lo que ofrecen, desde estudios, hasta el desarrollo de los métodos utilizados para analizar la zona y tener un punto de vista para solucionar el problema. También contiene una base de datos con imágenes de medidas térmicas y de otro tipo en tiempo real, almacenadas a lo largo del tiempo.

Otro proyecto en desarrollo, llamado Limnobotics (2016), realiza tomas de datos en entornos dinámicos, para el análisis de sustancias tóxicas en el lago Zúrich. Para ello se utilizan técnicas similares al muestreo adaptativo, el uso de esta técnica podría ayudar a lograr los objetivos del proyecto.

En la Tabla 2 se muestra un resumen de los principales proyectos comentados en la sección 4.

5. Conclusiones

En este artículo de revisión se resumen los fundamentos teórico prácticos de la técnica de muestreo adaptativo y su aplicación a la robótica.

Se han citado y analizado someramente las publicaciones más significativas donde se trata esta técnica, que se enmarca dentro de las técnicas estadísticas y/o probabilísticas, que en general se aplican a buscar poblaciones con características singulares dentro de una muestra.

En lo referente a la robótica, se verifica que el muestreo adaptativo es una técnica orientada a aplicaciones singulares, como por ejemplo, la monitorización de ecosistemas, el rastreo de sustancias específicas, junto a misiones de teledetección. Las publicaciones citadas en los apartados relativos a la aplicación de la técnica mediante el uso de robots indican claramente que la mayor parte de las aplicaciones donde se ha usado son de carácter medioambiental.

Entre las técnicas analizadas a lo largo de la revisión se pueden resaltar dos tipos de técnicas principalmente: las que utilizan para sus algoritmos técnicas de muestreo como muestreo estratificado o de conglomerados, estas técnicas necesitan información *a priori* para poder realizar correctamente sus procedimientos, teniendo que aportar dicha información. En cambio otros algoritmos comentados en las secciones 3.3 y 3.4 hacen uso de técnicas de inspección del entorno general para obtener una información inicial, analizarla y mediante el uso de muestreo adaptativo y planificación de trayectorias estudiar la zona de mayor interés para la investigación.

Los sistemas robóticos más utilizados en estas aplicaciones son, por este orden, los vehículos submarinos no tripulados, los vehículos aéreos no tripulados y los vehículos terrestres. Todas las técnicas de muestreo adaptativo son aplicables a cualesquiera de los robots mencionados anteriormente sin apenas modificaciones.

Finalmente se hace hincapié en un conjunto de proyectos internacionales que permanecen en activo y que aplican estas técnicas para solucionar problemas de interés real en sus distintos ámbitos de aplicación. Aparte de las aplicaciones mencionadas, cabe señalar otras como sería el caso de la monitorización

de la emisión de gases en la industria agroalimentaria donde los sistemas robóticos móviles haciendo uso de esta técnica podrían evaluar el estado de madurez de los alimentos o las cosechas.

English Summary

Adaptive sampling in robotics: A survey

Abstract

In this paper, a robotics sampling methodology known as Adaptive Sampling (AS) is reviewed. Although the method is not yet widespread in robotics, it plays an important role in remote sensing applications over rapidly changing environments. This article gives an introduction to AS and summarizes the main AS techniques and algorithms applied to robotics. Finally, a number of projects currently under development using AS to solve relevant monitoring or sampling issues, are highlighted.

Keywords:

Field robotics, Adaptive sampling, Remote sensing, Path planning, Optimal coverage

Referencias

- ASCO, 2016. Autonomous systems, control and optimization lab. <http://asco.lcsr.jhu.edu/>.
- ASTEP, 2016. Astrobiology science and technology for exploring planets program. <http://www.frc.ri.cmu.edu/projects/atacama/>.
- ASTRIL, 2016. Autonomous system technologies research & integration laboratory. <http://robotics.asu.edu/>.
- Béjar, M., Ollero, A., 2008. Modelado y control de helicópteros autónomos. revisión del estado de la técnica. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial [RIAI] 5 (4), 5–16.
- Bhatta, P., Fiorelli, E., Lekien, F., Leonard, N. E., Paley, D. A., Zhang, F., Bachmayer, R., Sepulchre, R., 2005. Coordination of an underwater glider fleet for adaptive sampling.
- Camilli, R., Bingham, B., Jakuba, M., Singh, H., Whelan, J., 2004. Integrating in-situ chemical sampling with auv control systems. In: OCEANS'04. MTS/IEEE TECHNO-OCEAN'04. Vol. 1. IEEE, pp. 101–109.
- Cannell, C. J., Stilwell, D. J., 2005. A comparison of two approaches for adaptive sampling of environmental processes using autonomous underwater vehicles. In: OCEANS, 2005. Proceedings of MTS/IEEE. IEEE, pp. 1514–1521.
- Carreras, M., Ridao, P., García, R., Ribas, D., Palomeras, N., 2012. Inspección visual subacuática mediante robótica submarina. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial [RIAI] 9 (1), 34–45.
- Castillo, P., García, P., Lozano, R., Albertos, P., 2007. Modelado y estabilización de un helicóptero con cuatro rotores. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial [RIAI] 4 (1), 41–57.
- Chaudhuri, A., Stenger, H., 2005. Survey sampling: theory and methods. CRC Press.
- Comunidad de Madrid, 2015. Los drones y sus aplicaciones en la ingeniería.
- Detweiler, C., Ore, J.-P., Anthony, D., Elbaum, S., Burgin, A., Lorenz, A., 9 2015. Environmental reviews and case studies: Bringing unmanned aerial systems closer to the environment. Environmental Practice 17, 188–200.
- Dunbabin, M., Marques, L., March 2012. Robots for environmental monitoring: Significant advancements and applications. Robotics Automation Magazine, IEEE 19 (1), 24–39.
- Envirobot, 2016. A swimming robot piloted by biological sensors to measure and locate pollutants in aquatic systems. <http://wp.unil.ch/envirobot/>.

Tabla 2: Resumen con todos los proyectos comentados, con su página web para poder consultar.

Nombre proyecto	A	B	C		
ASTEP	Activo	Terrestre	http://www.frc.ri.cmu.edu/projects/atacama/		
ASCO	Activo	Aéreo y acuático	http://asco.lcsr.jhu.edu/		
ASTRIL	Activo	Aéreo, terrestre y acuático	http://robotics.asu.edu/		
NIMBUS	Activo	Aéreo	http://nimbus.unl.edu/		
Envirobot	Activo	Acuático	http://wp.unil.ch/envirobot/		
MSEAS	Activo	Acuático	http://mseas.mit.edu/		
Limnobotics	Activo	Acuático	http://limnobotics.ch/en/		
Descripción					
A	Proyecto en activo o no	B	Medio de estudio	C	Enlace[Url]

- Fiorelli, E., Bhatta, P., Leonard, N. E., Shulman, I., 2003. Adaptive sampling using feedback control of an autonomous underwater glider fleet. In: Proceedings of 13th Int. Symp. on Unmanned Untethered Submersible Technology (UUST).
- Fiorelli, E., Leonard, N. E., Bhatta, P., Paley, D. A., Bachmayer, R., Fratantoni, D. M., 2006. Multi-aUV control and adaptive sampling in monterey bay. *Oceanic Engineering, IEEE Journal of* 31 (4), 935–948.
- Hombal, V., Sanderson, A., Blidberg, D., Sept 2010. Multiscale adaptive sampling in environmental robotics. In: *Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems (MFI)*, 2010 IEEE Conference on. pp. 80–87.
- Kim, Y.-H., Shell, D., May 2014. Distributed robotic sampling of non-homogeneous spatio-temporal fields via recursive geometric sub-division. In: *Robotics and Automation (ICRA)*, 2014 IEEE International Conference on. pp. 557–562.
- Lermusiaux, P. F., 2007. Adaptive modeling, adaptive data assimilation and adaptive sampling. *Physica D: Nonlinear Phenomena* 230 (1), 172–196.
- Lermusiaux, P. F., Haley Jr, P. J., Yilmaz, N. K., 2007. Environmental prediction, path planning and adaptive sampling: Sensing and modeling for efficient ocean monitoring, management and pollution control. *Sea Technology* 48 (9), 35–38.
- Limnobotics, 2016. The autonomous sampling boat. <http://limnobotics.ch/en/>.
- Low, K. H., Gordon, G. J., Dolan, J. M., Khosla, P., 2005. Adaptive sampling for multi-robot wide area prospecting.
- Low, K. H., Gordon, G. J., Dolan, J. M., Khosla, P., 2007. Adaptive sampling for multi-robot wide-area exploration. In: *Robotics and Automation*, 2007 IEEE International Conference on. IEEE, pp. 755–760.
- Moreno, H. A., Saltarén, R., Puglisi, L., Carrera, I., Cárdenas, P., Álvarez, C., 2014. Robótica submarina: Conceptos, elementos, modelado y control. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial [RIAI]* 11 (1), 3–19.
- MSEAS, 2016. Multidisciplinary simulation, estimation, and assimilation systems. <http://mseas.mit.edu/>.
- Mysorewala, M., Cheded, L., Popa, D., 2012. A distributed multi-robot adaptive sampling scheme for the estimation of the spatial distribution in widespread fields. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking* 2012 (1).
- Mysorewala, M., Popa, D., Lewis, F., 2009. Multi-scale adaptive sampling with mobile agents for mapping of forest fires. *Journal of Intelligent and Robotic Systems* 54 (4), 535–565.
- Neumann, P., Asadi, S., Lilienthal, A., Bartholmai, M., Schiller, J., March 2012. Autonomous gas-sensitive microdrone: Wind vector estimation and gas distribution mapping. *Robotics Automation Magazine, IEEE* 19 (1), 50–61.
- NIMBUS, 2016. Nebraska intelligent mobile unmanned systems lab. <http://nimbus.unl.edu/>.
- Ortiz, F., Guerrero, A., Sánchez-Ledesma, F., García-Córdova, F., Alonso, D., Gilabert, J., 2015. Diseño del software de control de un {UUV} para monitorización oceanográfica usando un modelo de componentes y framework con despliegue flexible. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial [RIAI]* 12 (3), 325–337.
- Ouyang, R., Low, K. H., Chen, J., Jaillet, P., 2014. Multi-robot active sensing of non-stationary gaussian process-based environmental phenomena. In: *Proceedings of the 2014 international conference on Autonomous agents and multi-agent systems*. International Foundation for Autonomous Agents and Multiagent Systems, pp. 573–580.
- Popa, D. O., Sanderson, A. C., Komerska, R. J., Mupparapu, S. S., Blidberg, D. R., Chappel, S. G., 2004. Adaptive sampling algorithms for multiple autonomous underwater vehicles. In: *Autonomous Underwater Vehicles*, 2004 IEEE/OES. IEEE, pp. 108–118.
- Prados, R., García, R., Neumann, L., 2013. Construcción automática de ortofotomapas: una aproximación fotométrica. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial [RIAI]* 10 (1), 104–115.
- Rahimi, M., Hansen, M., Kaiser, W. J., Sukhatme, G. S., Estrin, D., 2005. Adaptive sampling for environmental field estimation using robotic sensors. In: *Intelligent Robots and Systems*, 2005.(IROS 2005). 2005 IEEE/RSJ International Conference on. IEEE, pp. 3692–3698.
- Rahimi, M., Pon, R., Kaiser, W. J., Sukhatme, G., Estrin, D., Srivastava, M., 2004. Adaptive sampling for environmental robotics. In: *Robotics and Automation*, 2004. Proceedings. ICRA'04. 2004 IEEE International Conference on. Vol. 4. IEEE, pp. 3537–3544.
- Seber, G. A., Salehi, M. M., 2012. Adaptive sampling designs: inference for sparse and clustered populations. Springer Science & Business Media.
- Smith, R. N., Schwager, M., Smith, S. L., Jones, B. H., Rus, D., Sukhatme, G. S., 2011. Persistent ocean monitoring with underwater gliders: Adapting sampling resolution. *Journal of Field Robotics* 28 (5), 714–741.
- Sukhatme, G. S., Dhariwal, A., Zhang, B., Oberg, C., Stauffer, B., Caron, D. A., 2007. Design and development of a wireless robotic networked aquatic microbial observing system. *Environmental Engineering Science* 24 (2), 205–215.
- Thompson, D. R., Cabrol, N. A., Furlong, M., Hardgrove, C., Low, B. K. H., Moersch, J., Wettergreen, D., May 2013. Adaptive sensing of time series with application to remote exploration. In: *Robotics and Automation (ICRA)*, 2013 IEEE International Conference on. pp. 3463–3468.
- Thompson, S., 2011. Adaptive network and spatial sampling. *Statistics Canada* 37, Supplement (2), 183–196.
- Thompson, S. K., Collins, L. M., 2002. Adaptive sampling in research on risk-related behaviors. *Drug and Alcohol Dependence* 68, Supplement, 57–67.
- Yilmaz, N., Evangelinos, C., Lermusiaux, P., Patrikalakis, N., Oct 2008. Path planning of autonomous underwater vehicles for adaptive sampling using mixed integer linear programming. *Oceanic Engineering, IEEE Journal of* 33 (4), 522–537.
- Yilmaz, N. K., 2005. Path planning of autonomous underwater vehicles for adaptive sampling. Ph.D. thesis, Massachusetts Institute of Technology.
- Yu, H., Jiao, Y., Su, Z., Reid, K., 2012. Performance comparison of traditional sampling designs and adaptive sampling designs for fishery-independent surveys: A simulation study. *Fisheries Research* 113 (1), 173–181.
- Zarco-Tejada, P. J., Berni, J. A. J., Suárez, L., Fereres, E., 2008. A new era in remote sensing of crops with unmanned robots. *SPIE Newsroom*.
- Zhang, B., Sukhatme, G. S., 2007. Adaptive sampling for estimating a scalar field using a robotic boat and a sensor network. In: *Robotics and Automation*, 2007 IEEE International Conference on. IEEE, pp. 3673–3680.