

Herramienta para la sintonía robusta de controladores PI/PID de dos grados de libertad

Roger Moliner^{a,*}, Rafael Tanda^b

^a Departamento de Física, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (ISPJAE), C.P. 19390, La Habana, Cuba.

^b Departamento de Control Automático, Instituto de Cibernética, Matemática y Física (ICIMAF), C.P. 10400, La Habana, Cuba.

Resumen

Se presenta un método de sintonía robusta para controladores PI/PID de dos grados de libertad. La propuesta se formuló como un problema de optimización no-convexo sujeto a restricciones, en el cual, se minimizó el valor de funciones objetivo basadas en la integral del error absoluto, fragilidad del controlador y esfuerzo de la señal de control. La solución se realizó con el algoritmo de Optimización por Enjambre de Partículas. El diseño, que parte de un modelo de planta, se desacopló para respuestas a perturbaciones de carga y a cambios en el punto de consigna. La robustez se expresó como una restricción basada en la sensibilidad máxima M_s y sensibilidad complementaria M_t . La propuesta se comparó con los métodos MIGO y SIMC, concluyendo que diseñar controladores PI teniendo en cuenta los círculos M_s y M_t garantiza mayor estabilidad relativa del sistema de control al variar la ganancia estática del proceso.

Palabras Clave:

Control PID, Sintonía, Robustez, Optimización, Control de procesos, Optimización por Enjambre de Partículas.

1. Introducción

El controlador PID es el algoritmo de control más común hoy en día. En control de procesos, más del 95% de los lazos de control son del tipo PID; la mayoría de los lazos son, realmente control PI (Åström and Hägglund, 2009; O'Dwyer, 2012).

De manera general, en un sistema de control los requisitos son diversos. Los factores claves son: las perturbaciones de carga, el ruido de medida, la robustez y la respuesta al punto de consigna. El compromiso entre tales exigencias es fundamental. Para un sistema con solo realimentación del error, se hace un intento por satisfacer todas las demandas con el mismo mecanismo, lo cual resulta muy difícil.

Con controladores PID de dos grados de libertad (PID-2DoF) es posible diseñar para perturbaciones y robustez. La respuesta al punto de consigna deseada puede entonces obtenerse mediante una ponderación del punto de consigna. Un extenso número de trabajos han sido dedicados al estudio de sistemas con 2DoF; ver (Araki, 1984, 1985, 1988; Taguchi *et al.*, 2002; Lu *et al.*, 2005; Liu *et al.*, 2005; Zhang *et al.*, 2006; Rao and Chidambaram, 2006; Sato *et al.*, 2008; Alfaro *et al.*, 2008, 2009a; Nematí and Bagheri, 2010).

Los métodos de diseño asociados a la deformación robusta de la función de transferencia en lazo abierto, adaptados a control PID, es también un desarrollo que ha emergido gradualmente en la última década. En (Åström and Hägglund, 1995; Åström and Hägglund, 2004; Tavakoli and Banookh, 2010; Vilanova *et al.*, 2011; Gude and Kahorah, 2012) se muestran métodos de diseño

robusto basados en reglas. Estos métodos solo consideran la sensibilidad máxima M_s , como medida de robustez.

De igual manera se han desarrollado métodos de sintonía robusta utilizando técnicas de optimización (Garpinger, 2009; Tavakoli and Banookh, 2010; Åström *et al.*, 1998). En (Reynoso-Meza *et al.*, 2013) se muestra una revisión detallada del empleo de algoritmos evolutivos en el ajuste de controladores PID.

En este trabajo se propone un método para el ajuste de controladores PI/PID-2DoF. El ajuste del controlador se hace atendiendo a la minimización de dos nuevas funciones de costo. Para el diseño de robustez y rechazo de perturbaciones de carga la función de costo se compone del índice de fragilidad y la integral del error absoluto, mientras que para respuesta a cambios en el punto de consigna se compone del esfuerzo de la señal de control y la integral del error absoluto. El núcleo de la propuesta es el algoritmo de Optimización por Enjambre de Partículas (PSO). Como medida de robustez se consideran de conjunto los círculos M_s y M_t , aunque es posible considerar solo el primero de estos.

La propuesta se compara con los métodos MIGO (Åström *et al.*, 1998) y SIMC (Skogestad and Grimholt, 2012) mediante la simulación de tres plantas de prueba con diferentes dinámicas. Los resultados para PI-2DoF muestran que un diseño robusto basado en el círculo de sensibilidad máxima y sensibilidad complementaria permite mayor variación de la ganancia estática del proceso antes de que el sistema de control se vuelva inestable.

El resto del artículo se organiza de la siguiente forma: en la Sección 2 se presenta el problema de diseño; la Sección 3 describe el proceso de optimización utilizado; la Sección 4

* Autor en correspondencia.

Correos electrónicos: rmoliner@electronica.cujae.edu.cu (Roger Moliner)

muestra tres ejemplos que ilustran el desempeño de la propuesta. El trabajo finaliza con las conclusiones y las referencias.

2. Formulación del problema de optimización

Considere el sistema de control realimentado con una estructura de 2DoF de la Figura 1, donde P es la función de transferencia del proceso, F la función de transferencia de la ponderación del punto de consigna para control PID, C la función de transferencia del controlador PID de realimentación, y_{sp} la referencia, e es el error de control, u la variable de control, d la perturbación de carga y y la salida del proceso. Dicha figura es una de las diversas representaciones de sistemas con 2DoF (Taguchi and Araki, 2000). En el propio diagrama, la salida del controlador viene dada por

$$U(s) = (F(s)Y_{sp}(s) - Y(s))C(s) \quad (1)$$

la cual puede expresarse como

$$U(s) = \left(\left(\frac{bT_i s + 1}{T_i T_d s^2 + T_i s + 1} \right) Y_{sp}(s) - Y(s) \right) \left(K + \frac{K}{T_i s} + K T_d s \right) \quad (2)$$

donde K es la ganancia proporcional del controlador, T_i el tiempo integral, T_d el tiempo derivativo y b el peso del punto de consigna. Normalmente el valor de este factor se escoge en el rango $[0,1]$, aunque estudios recientes muestran que puede tomar valores superiores (Alfaro *et al.*, 2009c).

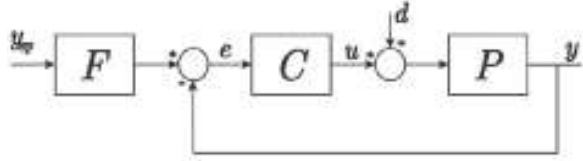


Figura 1. Diagrama de bloques de un sistema de control con 2DoF.

La idea de sintonía robusta del controlador PID-2DoF radica en desacoplar el problema de diseño para respuestas a perturbaciones y cambios en el punto de consigna. En el diseño para buena respuesta a perturbaciones de carga se tiene en cuenta alguna medida de robustez.

El procedimiento seguido en este trabajo consiste en determinar $C(s)$ para buena respuesta a perturbaciones de carga y luego, $F(s)$ para buena respuesta a cambios en la referencia. Ambas etapas se realizan con PSO.

2.1. Función de costo

El diseño óptimo de $C(s)$ y $F(s)$ se realiza mediante la minimización de funciones de costo definidas en este trabajo. En (Alfaro *et al.*, 2009b) se muestra una función de costo similar. La función objetivo se compone de dos términos: la integral del error absoluto y el índice de fragilidad para el caso del diseño de $C(s)$ e integral del error absoluto y esfuerzo de la señal de control para el caso de $F(s)$.

Para el diseño de $C(s)$ se tienen en cuenta también los círculos de robustez: sensibilidad máxima y sensibilidad complementaria. Estas medidas de robustez serán caracterizadas más adelante.

La integral del error absoluto (IAE) se define como

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (3)$$

la cual permite obtener respuestas del sistema con pequeñas sobreelongaciones.

El esfuerzo de la señal de control (TV_u) se determina según (Alfaro y Vilanova, 2010)

$$TV_u = \sum_{k=1}^{\infty} |u_{k+1} - u_k| \quad (4)$$

donde u_k y u_{k+1} son la señal de control presente y futura, respectivamente. Un pequeño valor de esta cantidad indica variaciones suaves de la señal de control.

La *fragilidad* del controlador se entiende como la sensibilidad del lazo de control a cambios en los propios parámetros del controlador. Estos cambios pueden estar dados por inexactitudes en su implementación o por el ajuste fino manual.

Para evaluar la fragilidad de un controlador en (Alfaro, 2007) se propone la utilización del índice de fragilidad delta épsilon $FI_{\Delta\epsilon}$. El mismo relaciona la pérdida de robustez del lazo de control cuando se varían los parámetros del controlador una cantidad determinada, con la robustez nominal del lazo de control y se define según

$$FI_{\Delta\epsilon} = \frac{M_{s\Delta\epsilon}}{M_{so}} - 1 \quad (5)$$

donde $M_{s\Delta\epsilon}$ (sensibilidad máxima extrema) representa la mayor pérdida de robustez del sistema de control cuando todos sus parámetros se varían una cantidad $\delta_e \pm \epsilon$, y M_{so} es la sensibilidad máxima nominal.

En especial, el *índice de fragilidad de Ito 20* ($FI_{\Delta 20}$) permite evaluar la fragilidad del controlador como (Alfaro, 2007)

- Un controlador PID es frágil si, $FI_{\Delta 20} > 0.50$.
- Un controlador PID no es frágil si, $FI_{\Delta 20} \leq 0.50$.
- Un controlador PID es elástico si, $FI_{\Delta 20} \leq 0.10$.

En el caso de que se obtenga un controlador PID elástico este permitirá un ajuste fino de todos sus parámetros de $\pm 20\%$ de sus valores nominales sin correr el riesgo de que el sistema tenga una pérdida apreciable de robustez. La pérdida de robustez será, a lo sumo, de un 10%.

Una vez definidas las expresiones para el cálculo de IAE, TV_u y $FI_{\Delta 20}$ se definen las siguientes funcionales de costo:

Para rechazo de perturbaciones de carga: Suma del Error y Fragilidad (SEF)

$$SEF = \alpha \cdot IAE + \beta \cdot FI_{\Delta 20} \quad (6)$$

donde α y β son las ponderaciones de IAE y $FI_{\Delta 20}$, respectivamente.

Para seguimiento del punto de consigna: Suma del Error y Señal de Control (SESC)

$$SESC = \phi \cdot IAE + \gamma \cdot TV_u \quad (7)$$

Donde ϕ y γ son las ponderaciones de IAE y TV_u , respectivamente.

Estas funciones de costo permiten diseñar el controlador PI/PID-2DoF según las preferencias del diseñador. A través de las ponderaciones de los distintos términos que conforman las ecuaciones (6) y (7) puede dársele mayor prioridad, por ejemplo, a la fragilidad del controlador. En ambas expresiones, al estar minimizando, se le da mayor prioridad a cualquier término multiplicándolo por una ponderación cada vez mayor. En (Reynoso-Meza *et al.*, 2013) se señala que la selección del valor de las ponderaciones para obtener las especificaciones deseadas puede requerir un proceso de prueba y error por parte del diseñador.

Las Figuras 2 y 3 justifican la elección de emparejamiento de los índices que conforman a las expresiones (6) y (7). Para la confección de dichas figuras se tomó como planta de prueba el proceso

$$P(s) = \frac{1}{(s+1)^4} \quad (8)$$

que es un proceso con dinámica balanceada (ver Sección 4 para más información). El procedimiento de construcción de las gráficas fue el siguiente:

- 1- Se realizaron 25 corridas del método implementado (ver Sección 3) incrementando la ponderación (α) en (6) un valor de 0.5 cada vez, y manteniendo en un valor constante de 1 la ponderación (β). Se anotaron los valores de IAE y FI correspondientes a cada corrida.
- 2- Se realizó el mismo procedimiento que en el paso 1, pero esta vez variando (β) y manteniendo constante (α).
- 3- Se repitió el mismo procedimiento para la ecuación (7).

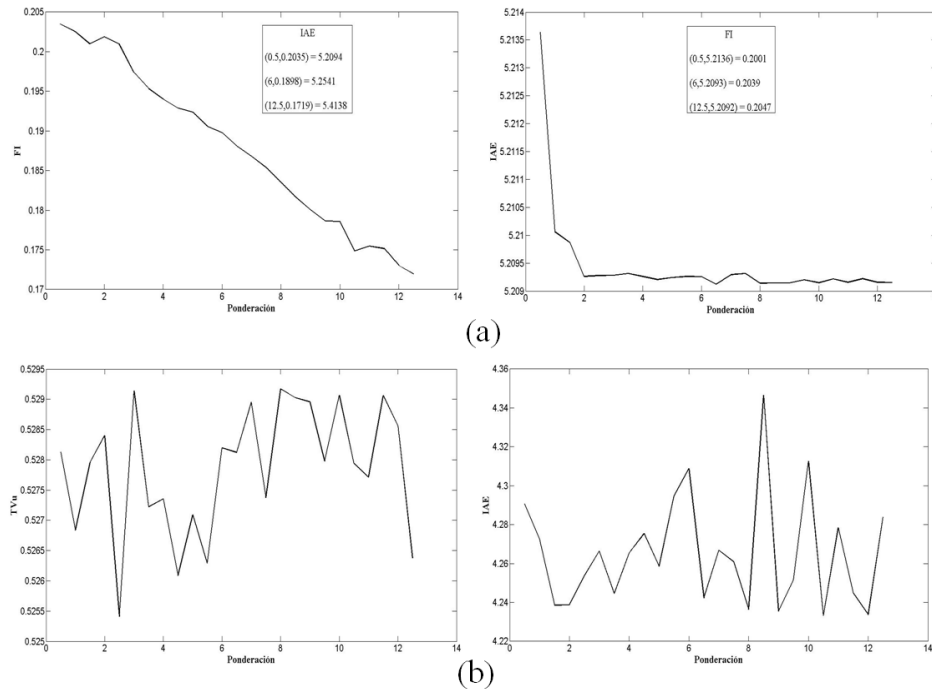


Figura 2. Variaciones de las ponderaciones de FI, IAE y TV_u para el proceso $P(s) = (s+1)^{-4}$ con control PI.
(a) FI e IAE para perturbación de carga (b) TV_u e IAE para cambios en la referencia

En la Figura 2(a), correspondiente a la variación de la ponderación de FI se muestra el valor de IAE para tres puntos diferentes. Los mismos muestran la tendencia de IAE a aumentar su valor a medida que se minimiza el valor de FI. En las restantes imágenes se puede realizar el mismo análisis, excepto en las gráficas de TV_u e IAE para respuesta al punto de consigna. En las mismas se aprecia que estos índices no tienen una tendencia clara al variar su ponderación. Por otra parte, en la Figura 3 se observa que los índices TV_u e IAE para respuesta al punto de consigna si exhiben una tendencia marcada a ir minimizando su valor a medida que se aumentan sus correspondientes ponderaciones. Concluyéndose, por tanto, que la expresión (7) solo es de utilidad para el diseño de controladores PID.

Comportamientos similares se obtuvieron para las plantas con dinámica dominada por la constante de tiempo y dominada por el retardo de tiempo que se presentan en la Sección 4.

2.2. Robustez

Como se dejó expresado anteriormente, en el diseño para rechazo de perturbaciones de carga ($C(s)$) se minimiza SEF teniendo en cuenta los círculos de robustez. Estos círculos garantizan robustez en el sistema de control ante incertidumbres en la dinámica. La robustez se garantiza diseñando $C(s)$ de manera que la función de transferencia de lazo abierto del sistema de control bordee dichos círculos de robustez; ver Figura 4.

Las regiones de robustez se definen según

$$M_s = \max_{\omega} |S(i\omega)| = \max_{\omega} \left| \frac{1}{1 + P(i\omega)C(i\omega)} \right| \quad (9)$$

$$M_t = \max_{\omega} |T(i\omega)| = \max_{\omega} \left| \frac{P(i\omega)C(i\omega)}{1 + P(i\omega)C(i\omega)} \right|$$

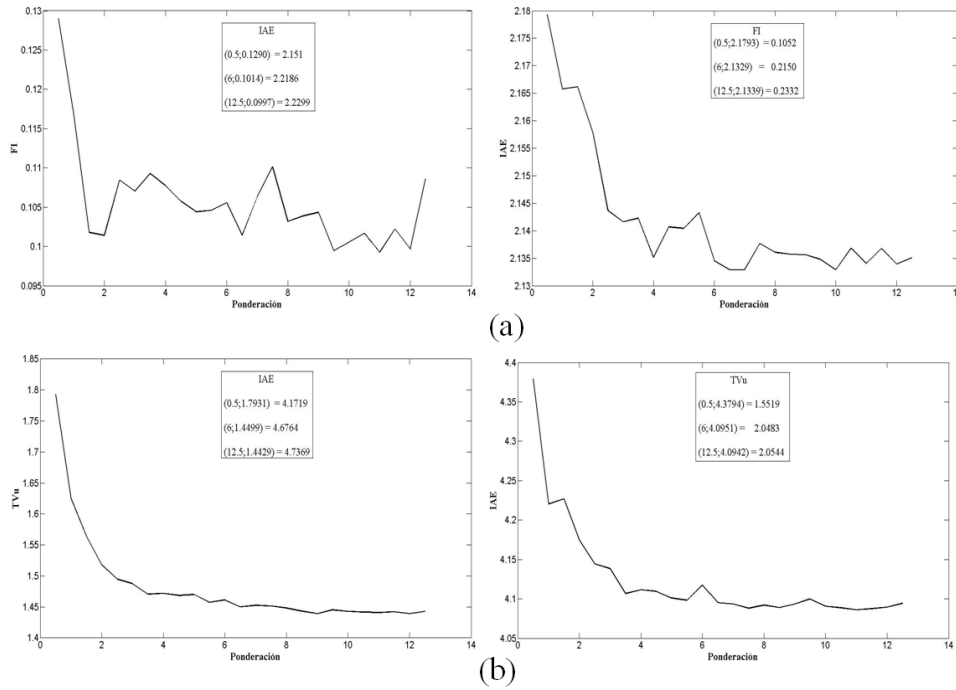


Figura 3. Variaciones de las ponderaciones de FI, IAE y TVu para el proceso $P(s) = (s+1)^{-4}$ con control PID.

(a) FI e IAE para perturbación de carga (b) TVu e IAE para cambios en la referencia

En (9), M_s es la sensibilidad máxima, M_t es la sensibilidad complementaria, $S(i\omega)$ y $T(i\omega)$ son las funciones sensibilidad y sensibilidad complementaria, respectivamente. Los valores para las medidas M_s y M_t se pueden definir en el rango [1.1-2.0], siendo el valor de 1.4 un nivel de robustez alto y 2.0 un bajo nivel. En (Garpinger *et al.*, 2014) se realiza un análisis de cómo varía el desempeño de tres sistemas representativos de control de procesos al utilizar diferentes valores de M_s .

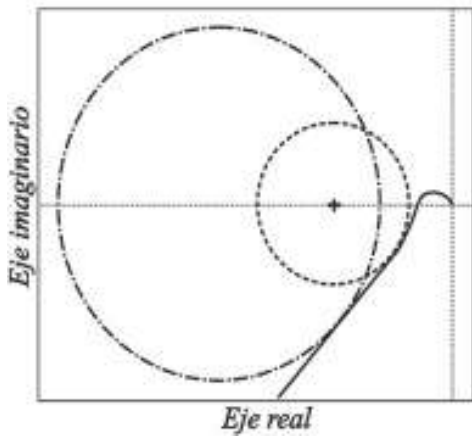


Figura 4: Círculo M_s (a tramos), círculo M_t (a tramos-punteado), curva de Nyquist (sólida) del sistema en lazo abierto y punto crítico (+).

Hasta aquí, el problema de optimización puede resumirse de la siguiente manera:

Para rechazo de perturbaciones de carga

Calcular K , T_i y T_d minimizando el valor de SEF, sujeto a las restricciones

$$\begin{aligned} |G_t(i\omega) - C_{M_s}|^2 &\geq R_{M_s}^2, \forall \omega \in \mathbb{R}^+ \\ |G_t(i\omega) - C_{M_t}|^2 &\geq R_{M_t}^2, \forall \omega \in \mathbb{R}^+ \end{aligned} \quad (10)$$

donde $G_t(i\omega)$ es la respuesta en frecuencia del sistema en lazo abierto. El radio y el centro del círculo M_s se denota por R_{M_s} y C_{M_s} respectivamente. Por otra parte R_{M_t} y C_{M_t} denotan el radio y centro del círculo M_t .

Para seguimiento del punto de consigna

Calcular el valor de b minimizando el valor de SESC

3. Detalles de la herramienta

3.1. Características de PSO

PSO es un método heurístico de búsqueda global para la solución de problemas de optimización (Kennedy and Eberhart, 1995). El mismo está inspirado en el comportamiento que tienen los individuos de cierta población biológica (insectos, aves, peces, etc.), por ejemplo: en la búsqueda de alimentos. Según sus creadores, cada individuo (partícula) interactúa con otro intercambiando experiencias, por lo que el grupo (enjambre) se moverá gradualmente dentro de mejores regiones del espacio de búsqueda. En PSO la exploración del espacio de posibles soluciones por cada partícula está regida por la actualización de su velocidad y posición dentro del enjambre. La velocidad y posición se determinan a partir de

$$\begin{aligned} V_{ij}^t &= \omega V_{ij}^{t-1} + C_1 r_1 (Pb_{ij}^{t-1} - X_{ij}^{t-1}) + C_2 r_2 (Gb_i - X_{ij}^{t-1}) \\ X_{ij}^t &= X_{ij}^{t-1} + V_{ij}^t \end{aligned} \quad (11)$$

En (11), i es la cantidad de variables a optimizar, j la cantidad de partículas en el enjambre, t número de iteración del algoritmo, V velocidad de la partícula, X posición de la partícula (solución al problema), C_1 y C_2 coeficientes de aceleración, Pb mejor posición encontrada por la partícula, Gb mejor posición (solución) global encontrada por las partículas, r_1 y r_2 números aleatorios en el intervalo $[0,1]$ para mantener la diversidad de la población y ω el peso inercial.

En la literatura se reportan diversas modificaciones, adaptaciones e hibridaciones de la versión original de PSO. Para obtener mayor información en este sentido puede consultar (Sedighzadeh and Masehian, 2009). Especial interés se le ha prestado al cálculo de ω (Shi and Eberhart, 1998a,b; Chatterjee and Siarry, 2006; Jiao *et al.*, 2008). Este parámetro resulta crítico en el desempeño del algoritmo. Un alto valor implica mayor explotación del espacio de búsqueda y tiempo de convergencia, mientras que un valor pequeño trae consigo menor tiempo de convergencia y el peligro de caer en un óptimo local.

En el presente trabajo el cálculo de ω se realiza según (Modares *et al.*, 2010). La determinación del valor de ω se realiza teniendo en cuenta un Índice de Contigüidad (AI). El mismo brinda evidencia de cuan cerca está cada partícula de la solución óptima y se determina como

$$AI_{ij}^{t-1} = \frac{f(Pb_{ij}^{t-1}) - f_{KN}}{f(Pb_{ij}^{t-1}) - f_{KN}} - 1 \quad (12)$$

donde $f(Pb)$ es el valor de la función objetivo evaluada en Pb y f_{KN} es el valor deseado de la función objetivo. Pequeños valores de AI indican que la partícula se encuentra lejos de su valor óptimo, mientras que grandes valores indican que se encuentra cerca. De no conocerse f_{KN} , la expresión (12) puede ser reducida, según sus autores a

$$AI_{ij}^{t-1} = \frac{f(Pb_{ij}^{t-1})}{f(Pb_{ij}^{t-1})} - 1 \quad (13)$$

Finalmente, el valor de ω para cada partícula viene dado por

$$\omega_{ij}^{t-1} = \frac{1}{1 + e^{-(\alpha \cdot AI_{ij}^{t-1})^{-1}}} \quad (14)$$

donde α es una constante positiva en el rango $(0,1]$. Este parámetro controla la velocidad con que disminuye ω a través de las iteraciones.

Otra variación de PSO que se utilizó es la presentada en (Ratnaweera *et al.*, 2004). En donde se propone ir modificando el valor de los coeficientes de aceleración C_1 y C_2 según

$$\begin{aligned} C_1' &= (c1f - c1i) \frac{t}{MAXITER} + c1i \\ C_2' &= (c2f - c2i) \frac{t}{MAXITER} + c2i \end{aligned} \quad (15)$$

donde $c1f$, $c1i$, $c2f$ y $c2i$ son constantes, t es la iteración en curso y $MAXITER$ es el número máximo de iteraciones permitido. En (Ratnaweera *et al.*, 2004), se obtuvieron buenos resultados al variar C_1 desde un valor de 2.5 hasta 0.5, mientras que C_2 se varió de 0.5 a 2.5. Teniendo en cuenta las modificaciones anteriormente

expuestas, las expresiones para calcular la velocidad y posición de cada partícula mostradas en (11) se transforman en

$$\begin{aligned} V_{ij}^t &= \omega_{ij}^{t-1} V_{ij}^{t-1} + C_1' r_1 (Pb_{ij}^{t-1} - X_{ij}^{t-1}) + C_2' r_2 (Gb_i - X_{ij}^{t-1}) \\ X_{ij}^t &= X_{ij}^{t-1} + V_{ij}^t \end{aligned} \quad (16)$$

Con PSO se resuelve T_i y T_d . En la próxima subsección se brindan detalles del cálculo de la ganancia proporcional.

3.2. Determinando la ganancia proporcional

Cada vez que PSO genera una posible solución del problema de optimización (T_i , T_d) es necesario hallar el valor de ganancia proporcional del controlador (K) que pone la curva de Nyquist de la función de lazo abierto del sistema de control sobre los círculos M_s y M_t . Esto se garantiza siguiendo la filosofía mostrada en (Garpinger, 2009). En dicho trabajo se muestra un método que resulta en una función $K(\omega)$. El método se explica a continuación.

Para determinar $K(\omega)$ se asume que la respuesta en frecuencia de lazo abierto del sistema $G_t(i\omega)$ puede ser escrita como

$$G_t(i\omega) = KG_t'(i\omega) = K(X(\omega) + iY(\omega)) \quad (17)$$

donde $X(\omega)$ y $Y(\omega)$ son las partes real e imaginaria de $G_t(i\omega)$, respectivamente. La restricción del círculo de robustez, ya sea M_s o M_t puede ser escrita como

$$|G_t(i\omega) - C|^2 = R^2 \quad (18)$$

donde C es el centro y R el radio. Luego, combinando (17) y (18) y sustituyendo K por $K(\omega)$ se obtiene

$$K(\omega)^2 - \frac{2CX(\omega)}{X(\omega)^2 + Y(\omega)^2} K(\omega) + \frac{C^2 - R^2}{X(\omega)^2 + Y(\omega)^2} = 0 \quad (19)$$

Para hallar la solución de (19) se llega a

$$K_{1,2}(\omega) = \frac{CX(\omega) \pm \sqrt{R^2(X(\omega)^2 + Y(\omega)^2) - C^2Y(\omega)^2}}{X(\omega)^2 + Y(\omega)^2} \quad (20)$$

Las soluciones que ofrece (20) se corresponden con las ganancias para las cuales el diagrama de Nyquist de lazo abierto cruza el frente y el lado posterior del círculo de robustez. Para algunas frecuencias esta ecuación provee soluciones imaginarias o negativas. Tales soluciones se descartan. En los intervalos donde K toma valores positivos pueden encontrarse múltiples mínimos y máximos. Solo se toman los que garantizan estabilidad en lazo cerrado y la condición de robustez, y de ahí el que brinda menor valor de la función objetivo.

En el Apéndice A se muestra el diseño de un PI-2DoF en plan algorítmico.

La herramienta está compuesta por varias funciones implementadas en Matlab® (R2011a), y cuenta con un menú interactivo que permite, entre otras: cambiar la parametrización de PSO y cambiar el valor de los círculos de robustez.

En la próxima sección se muestra, a través de tres ejemplos, la efectividad de la herramienta desarrollada.

4. Ejemplos

En esta sección se compara el método que proponemos con los métodos MIGO (Åström *et al.*, 1998) y SIMC (Skogestad and Grimholt, 2012), para PI se utiliza la versión mejorada SIMC+. El método MIGO aunque no fue concebido para la minimización de IAE, constituye una buena medida para comprobar la efectividad de nuestra propuesta, además de haberlo seleccionado por razones históricas y por ser un método que utiliza, al igual que nuestra propuesta, optimización numérica. El método SIMC(+) por ser el que logra en casi todos los casos el valor de $M_s = 1.4$, al ser comparado con los métodos PI_{2M_s} (Alfaro *et al.*, 2010), AMIGO (Åström and Hägglund, 2004), Kappa Tau (Gude and Kahoraho, 2012), ART₂ (Alfaro *et al.*, 2008). Los modelos de prueba fueron extraídos de (Åström and Hägglund, 2004) y presentan distintas dinámicas. Para la caracterización de las dinámicas se utilizó el *retardo de tiempo normalizado* τ que se define como

$$\tau = \frac{L}{L + T} \quad (21)$$

donde L es el retardo de tiempo y T la constante de tiempo para un modelo FOTD del proceso. Procesos con $\tau < 0.5$, dinámica dominada por la constante de tiempo; procesos con $\tau > 0.5$, dinámica dominada por el retardo de tiempo y procesos con $\tau \approx 0.5$, dinámica balanceada.

El parámetro b para los métodos MIGO y SIMC se obtuvieron con el método que se propone en este trabajo. Para el diseño de los controladores PI/PID-2DoF con el método propuesto se utilizó como medida de robustez los círculos M_s y M_t de conjunto. Mientras que MIGO y SIMC(+) fueron concebidos por sus creadores teniendo en cuenta solo a M_s .

La configuración de PSO tanto para la etapa de sintonía de $C(s)$ como de $F(s)$ fue: número máximo de repeticiones $N_{rep} = 100$, número de partículas en el enjambre $N_p = 20$, y $\alpha = 0.5$ para el cálculo del peso inercial ω . Para ambas etapas de sintonía se usaron los siguientes criterios de parada: 10 iteraciones sin mejorar el valor de la función objetivo, y la obtención de un valor de la función objetivo, igual o menor a un valor fijado de antemano. Se utilizó un valor de 10^{-3} . El valor de b se restringió al intervalo $[0;1.5]$. Para cada planta de prueba se realizaron 31 corridas del algoritmo y se seleccionó la mediana como mejor parametrización del controlador PI/PID-2DoF. Las ponderaciones de las funciones SEF y SESC tomaron valor unitario, por lo que no se esperan resultados relevantes en cuanto a la fragilidad del controlador, esfuerzo de la señal de control o tiempo de respuesta. Para el diseño de controladores PI se tomó solamente IAE como índice a minimizar para respuesta al punto de consigna.

Ejemplo 1 (Dinámica dominada por la constante de tiempo)

Considere el proceso con la función de transferencia

$$P(s) = \frac{1}{(s+1)(0.1s+1)(0.01s+1)(0.001s+1)} \quad (22)$$

La Tabla 1 muestra los resultados obtenidos para esta planta de prueba. Los supra índices que acompañan a los nombres de los métodos utilizados se corresponden con la cantidad de evaluaciones de la función objetivo por parte del método propuesto. El primer número representa las evaluaciones para el diseño de perturbaciones de carga y el segundo para seguimiento del punto de consigna. En MIGO y SIMC(+) el número representa las evaluaciones para seguimiento del punto de consigna. En la misma, IAE_p representa el valor de IAE para rechazo de perturbaciones de carga, mientras que IAE_r lo hace para seguimiento del punto de consigna.

Los valores de τ_c para SIMC(+), fueron 1.2874L para control PI y 0.001L para PID. Para el caso de PID se obtuvo $M_s = 1.0855$. Con MIGO se lograron, $M_s = 1.2934$ para PI y $M_s = 1.2832$ para PID.

En la tabla se observa que, tanto para control PI como PID el método Propuesto logra menor valor de SEF, no siendo así para el caso de SESC. Los restantes métodos obtienen los menores valores de FI, pero se recuerda que dichos método no logran el valor de M_s esperado, 1.4.

También se hace notar que el método Propuesto puede resultar en controladores con altas ganancias para procesos con constante de tiempo dominante. Esto podría llevar a grandes variaciones en la señal de control en presencia de ruido (Åström and Hägglund, 2009), por lo que es necesario analizar los efectos del ruido de medida sobre el sistema de control (Garpinger *et al.*, 2014).

Los valores de IAE para control PI ($IAE_p = 0.1245$) y PID ($IAE_p = 0.0011$) al ser comparados muestran que adicionar la acción derivativa para este tipo de proceso aumenta el desempeño del sistema de control 90 veces. Este resultado está acorde a lo señalado en (Garpinger *et al.*, 2014). Con respecto a los valores de IAE_r , el desempeño aumenta 5 veces. Esta comparación se realizó con los valores de IAE del método Propuesto. Los restantes métodos pueden ser sometidos a la misma comparación.

Para mostrar el beneficio de utilizar, de conjunto, las medidas de robustez M_s y M_t en el diseño de controladores se procedió a variar la ganancia de la planta de prueba para luego medir el valor de M_s con el objetivo de ver cuánto se acerca el diagrama de Nyquist al punto crítico. Mientras mayor sea M_s , más cerca se está del punto crítico. En este caso se le asignó un valor de 15 a la ganancia estática de la planta de prueba, obteniéndose los siguientes resultados:

- *MIGO*: $M_s = 6.31$ (PI), $M_s = 1.97$ (PID).
- *SIMC(+)*: $M_s = 24.23$ (PI), $M_s = 1.91$ (PID).
- *Propuesto*: $M_s = 17.58$ (PI), $M_s = 4.64$ (PID).

Tabla 1. Sintonía de controladores e índices obtenidos para el proceso $P(s) = 1/((s+1)(0.1s+1)(0.01s+1)(0.001s+1))$.

Control	Método	K	T_i	T_d	b	IAE_p	FI	SEF	IAE_r	TV_u	SESC
PI	<i>MIGO</i> ⁽⁶⁰⁰⁾	3.5600	0.6600	0.0000	0.3378	0.1854	0.0715	0.2569	0.6224	1.2285	1.8509
	<i>SIMC+</i> ⁽⁴²⁰⁾	5.5220	0.7524	0.0000	0.2066	0.1363	0.0793	0.2156	0.7332	1.3267	2.0599
	<i>Propuesto</i> ^(300,340)	5.0637	0.6305	0.0000	0.2526	0.1245	0.0871	0.2116	0.5957	1.6522	2.2459
PID	<i>MIGO</i> ⁽²⁴⁰⁾	56.900	0.1150	0.0605	0.0000	0.0025	0.0883	0.0908	0.1579	35.519	35.6775
	<i>SIMC</i> ⁽²⁸⁰⁾	12.220	0.3289	0.0818	0.0134	0.0283	0.0379	0.0662	0.3731	5.2465	5.61950
	<i>Propuesto</i> ^(830,270)	90.475	0.0766	0.0551	0.5337	0.0011	0.1552	0.1564	0.1021	178.59	178.694

Dejando a un lado el método MIGO, el cual no logra la robustez esperada, los resultados anteriores indican que para control PI el método Propuesto brinda mayor estabilidad relativa del sistema de control.

La respuesta del sistema para cambios en el punto de consigna y a perturbaciones de carga se puede consultar en las Figuras 5 y 6. La primera lo hace para control PI-2DoF y la segunda para PID-2DoF. Dichas figuras reflejan de manera gráfica los resultados numéricos presentados en la Tabla 1.

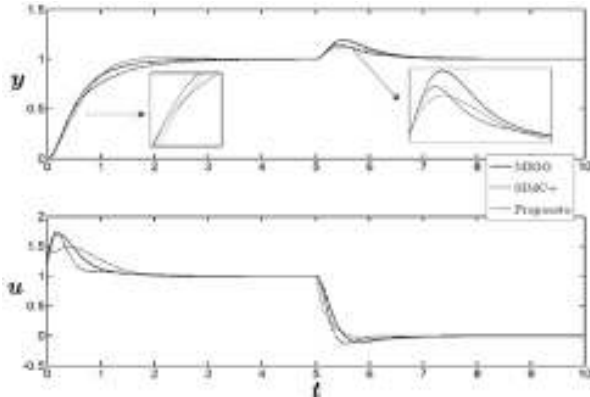


Figura 5: Respuestas al paso escalón unitario para cambio en el punto de consigna en $t = 0$, y rechazo de perturbaciones de carga tipo escalón con amplitud 1 en $t = 5$ para controladores PI-2DoF diseñados con MIGO, SIMC+ y Propuesto.

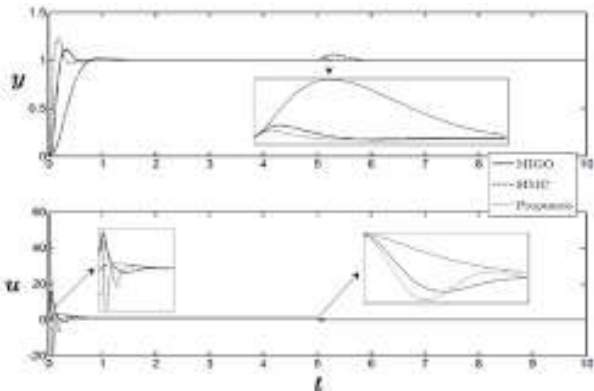


Figura 6: Respuestas al paso escalón unitario para cambio en el punto de consigna en $t = 0$, y rechazo de perturbaciones de carga tipo escalón con amplitud 1 en $t = 5$ para controladores PID-2DoF diseñados con MIGO, SIMC y Propuesto.

Ejemplo 2 (Dinámica balanceada)

Considere el proceso con la función de transferencia que se muestra en (22). La Tabla 2 muestra los resultados obtenidos para esta planta de prueba.

$$P(s) = \frac{1}{(s+1)^4} \quad (23)$$

Los valores de τ_c para SIMC(+), fueron 1.781L para control PI y 0.2153L para PID. Con MIGO se lograron, $M_s = 1.3661$ para PI y $M_s = 1.3562$ para PID.

En este caso, al comparar los valores de IAE para control PI ($IAE_p = 5.2104$) y PID ($IAE_p = 2.161$) se concluye que adicionar la acción derivativa para este tipo de proceso aumenta el

desempeño del sistema de control 2 veces, acorde a lo señalado en (Garpinger *et al.*, 2014). Con respecto a los valores de IAE_r no se observa mejora alguna. Esta comparación se realizó con los valores de IAE del método Propuesto. Los restantes métodos pueden ser sometidos a la misma comparación.

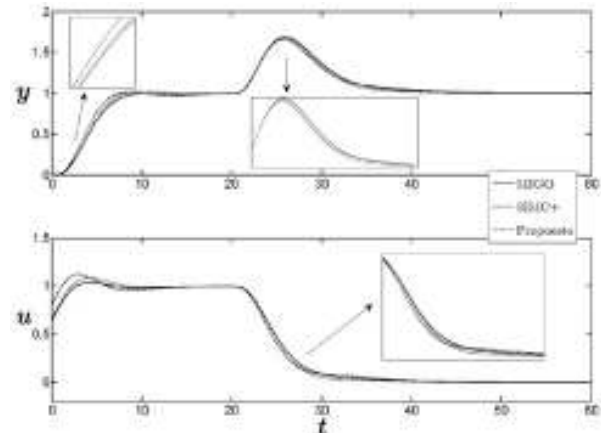


Figura 7: Respuestas al paso escalón unitario para cambio en el punto de consigna en $t = 0$, y rechazo de perturbaciones de carga tipo escalón con amplitud 1 en $t = 20$ para controladores PI-2DoF diseñados con MIGO, SIMC+ y Propuesto.

En este caso para mostrar el beneficio de utilizar ambos círculos de robustez se le asignó un valor de 4 a la ganancia de la planta de prueba, obteniéndose los siguientes resultados:

- *MIGO*: $M_s = 5.55$ (PI), $M_s = 3.93$ (PID).
- *SIMC(+)*: $M_s = 8.57$ (PI), $M_s = 1.92$ (PID).
- *Propuesto*: $M_s = 6.99$ (PI), $M_s = 5.24$ (PID).

Estos resultados revelan que para control PI la propuesta brinda mayor estabilidad relativa del sistema de control y para control PID lo hace el método SIMC. Esta observación se hace ignorando el método MIGO.

La respuesta del sistema para cambios en el punto de consigna y a perturbaciones de carga se puede consultar en las Figuras 7 y 8. La primera lo hace para control PI-2DoF y la segunda para PID-2DoF.

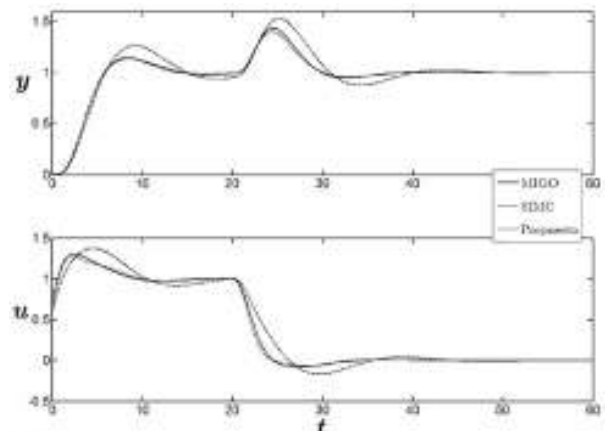


Figura 8: Respuestas al paso escalón unitario para cambio en el punto de consigna en $t = 0$, y rechazo de perturbaciones de carga tipo escalón con amplitud 1 en $t = 20$ para controladores PID-2DoF diseñados con MIGO, SIMC y Propuesto.

Ejemplo 3 (Dinámica dominada por el retardo de tiempo)

Considere el proceso con la función de transferencia

$$P(s) = \frac{e^{-s}}{(0.05s+1)} \quad (24)$$

La Tabla 3 muestra los resultados obtenidos para esta planta de prueba. Los valores de τ_c para SIMC(+), fueron 2.266L para control PI y 2.733L para PID. Con MIGO se lograron, $M_s = 1.3874$ para PI y $M_s = 1.3981$ para PID.

En este tipo de proceso, agregar la acción derivativa no aporta prácticamente ningún beneficio (Garpinger *et al.*, 2014).

Para mostrar el beneficio de utilizar ambas restricciones de robustez se le asignó un valor de 2.5 a la ganancia de la planta de prueba, obteniéndose los siguientes resultados:

- *MIGO*: $M_s = 3.04$ (PI), $M_s = 3.45$ (PID).
- *SIMC(+)*: $M_s = 3.36$ (PI), $M_s = 2.77$ (PID).
- *Propuesto*: $M_s = 3.16$ (PI), $M_s = 3.48$ (PID).

Una vez más, analizando estos resultados e ignorando el método MIGO, se señala que con el método Propuesto se logra mayor estabilidad del sistema de control para el caso de control PI. El método SIMC lo hace para control PID.

Tabla 2. Sintonía de controladores e índices obtenidos para el proceso $P(s) = (s+1)^{-4}$.

Control	Método	K	T_i	T_d	b	IAE_p	FI	SEF	IAE_r	TV_u	SESC
PI	<i>MIGO</i> ⁽⁴⁴⁰⁾	0.4320	2.4300	0.0000	1.4984	5.6250	0.1792	5.8042	4.4139	0.4679	4.8818
	<i>SIMC+</i> ⁽²⁴⁰⁾	0.5415	2.9465	0.0000	1.4942	5.4414	0.1698	5.6111	4.0235	0.5270	4.5505
	<i>Propuesto</i> ^(360,480)	0.4412	2.2989	0.0000	1.4959	5.2104	0.2022	5.4126	4.2365	0.5289	4.7654
PID	<i>MIGO</i> ⁽⁴⁴⁰⁾	1.1900	2.2200	1.2100	0.5591	2.3513	0.2852	2.6366	4.2764	1.6694	5.9458
	<i>SIMC</i> ⁽²²⁰⁾	0.6243	1.4845	1.5476	0.9382	3.7596	0.4628	4.2224	5.5675	1.9582	7.5257
	<i>Propuesto</i> ^(1000,260)	1.3277	2.2667	1.4159	0.5025	2.1610	0.1212	2.2822	4.2956	1.6194	5.9151

Tabla 3. Sintonía de controladores e índices obtenidos para el proceso $P(s) = e^{-s}/(0.05s+1)^2$.

Control	Método	K	T_i	T_d	b	IAE_p	FI	SEF	IAE_r	TV_u	SESC
PI	<i>MIGO</i> ⁽³⁶⁰⁾	0.1700	0.4040	0.0000	1.4973	2.3765	0.2212	2.5977	2.1756	0.7455	2.9210
	<i>SIMC+</i> ⁽⁴²⁰⁾	0.2121	0.5184	0.0000	1.4976	2.4441	0.1960	2.6401	2.1862	0.7039	2.8901
	<i>Propuesto</i> ^(460,440)	0.1668	0.3861	0.0000	1.4981	2.3151	0.2331	2.5482	2.1227	0.7501	2.8728
PID	<i>MIGO</i> ⁽³⁸⁰⁾	0.2160	0.4440	0.1290	1.4971	2.0556	0.2434	2.2990	1.8348	1.1442	2.9790
	<i>SIMC</i> ⁽³⁰⁰⁾	0.0197	0.0549	0.0453	1.4996	2.7868	0.2186	3.0054	2.7594	1.0000	3.7594
	<i>Propuesto</i> ^(780,340)	0.1990	0.3975	0.1416	1.4980	1.9967	0.2740	2.2707	1.7987	1.1229	2.9216

La respuesta del sistema para cambios en el punto de consigna y a perturbaciones de carga se puede consultar en las Figuras 9 y 10. La primera lo hace para control PI-2DoF y la segunda para PID-2DoF. En las mismas se observa que para el caso de control PI, el método Propuesto no logra ninguna mejora significativa en cuanto a rechazo de perturbaciones de carga y seguimiento del punto de consigna. Para PID el método SIMC logra la mejor respuesta para la referencia, no siendo así para el rechazo de perturbaciones.

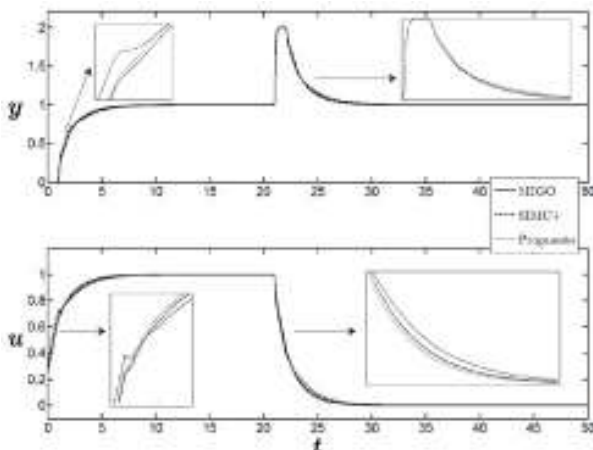


Figura 9: Respuestas al paso escalón unitario para cambio en el punto de consigna en $t = 0$, y rechazo de perturbaciones de carga tipo escalón con amplitud 1 en $t = 20$ para controladores PI-2DoF diseñados con MIGO, SIMC+ y Propuesto.

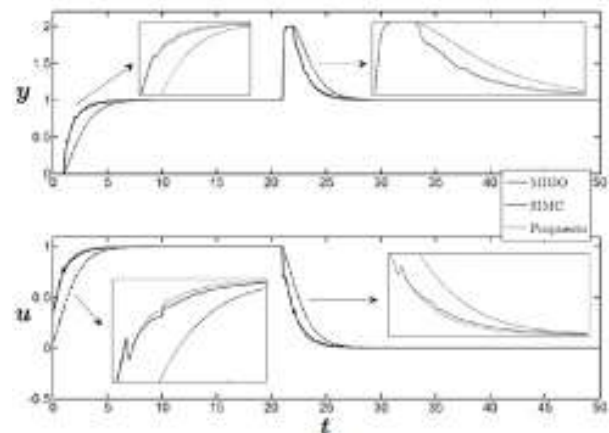


Figura 10: Respuestas al paso escalón unitario para cambio en el punto de consigna en $t = 0$, y rechazo de perturbaciones de carga tipo escalón con amplitud 1 en $t = 20$ para controladores PID-2DoF diseñados con MIGO, SIMC y Propuesto.

5. Conclusiones

En este artículo se presentó una herramienta para la sintonía robusta de controladores PI/PID-2DoF. El método asume que la función transferencial del proceso es conocida. El planteamiento se formuló como un problema de optimización no-convexo a partir de la minimización de dos nuevas funciones de costo. La función para el diseño de perturbaciones de carga tiene en cuenta la fragilidad del controlador y la integral del error absoluto, mientras que para seguimiento del punto de consigna se tiene en

cuenta la señal de control y la integral del error absoluto. Ambas funciones permiten diseñar controladores de acuerdo a nuestras preferencias. Se demostró que para respuesta al punto de consigna con control PI no es factible utilizar la función objetivo diseñada. Se utilizó un algoritmo PSO con modificaciones como técnica de optimización.

Los resultados obtenidos con la herramienta propuesta se compararon con los métodos MIGO y SIMC(+). La comparación permitió concluir que diseñar controladores PI teniendo en cuenta, de conjunto, los círculos M_s y M_t como medidas de robustez garantiza mayor estabilidad del sistema de control al variar la ganancia estática del proceso. Esto se debe a que M_t fija una cota superior en la ganancia de la función de transferencia de lazo abierto para un sistema de control con realimentación del error. Para control PID no se obtuvieron resultados significativos a este respecto.

Se corroboró que agregar la acción derivativa en procesos con dinámicas dominadas por el retardo de tiempo no aporta beneficios significativos para el desempeño del sistema de control, mientras que para dinámicas dominadas por la constante de tiempo las mejoras son sustanciales.

Investigaciones futuras pueden estar encaminadas a proporcionar reglas universales de sintonía de controladores PI basadas en M_s y M_t que eviten la dependencia, relativamente compleja, de un procedimiento de optimización numérico.

English Summary

Tool for robust tuning of PI/PID controllers with two degree of freedom.

Abstract

The aim of this article is to expose a robust tuning method for 2DoF PI/PID controllers. It has been formulated as a non-convex optimization problem with some restrictions, in which, the value of objective functions should be minimized based on the absolute error integral, controller fragility and the control signal effort. The solution is made with the Particle Swarm Optimization algorithm. The design, leaned on a model of a plant, has been split for load perturbations and changes on reference responses. The robustness is a restriction based on maximum sensibility M_s and complementary sensibility M_t . The proposal was compared with MIGO and SIMC methods, concluding that PI controllers designed taking into account M_s and M_t circles ensures greater relative stability control system to vary the static gain of the process.

Keywords:

PID Control, Tuning, Robustness, Optimization, Process Control, Particle Swarm Optimization.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado parcialmente gracias al apoyo del Dr. Orestes Llanes Santiago, jefe del grupo de investigación: Detección y Diagnóstico de Fallos, del Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, La Habana, Cuba.

Referencias

- Alfaro, V.M., 2007. PID controllers' fragility. ISA Transactions 46. pp. 555-559
- Alfaro, V.M., Vilanova, R., Arrieta, O., 2008. "Analytical Robust Tuning of PI controllers for First-Order-Plus-Dead-Time Processes," in *13th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*, September 15-18, Hamburg-Germany.
- Alfaro, V.M., Vilanova, R., Arrieta, O., 2008. Two-degree-of-freedom PI/PID controller tuning approach for smooth control on cascade control systems. In: Proc. 47th IEEE Conference on Decision and Control, Mexico, pp. 5680-5685.
- Alfaro, V.M., Vilanova, R., Arrieta, O., 2009a. Robust tuning of two-degree-of-freedom (2-DoF) PI/PID based cascade control systems. J. Process Control 19, 1658-1670.
- Alfaro, V.M., Arrieta, O., Vilanova, R., 2009b. Control de Dos-Grados-de-Libertad (2GdL) aplicados al "Benchmark" de Sistemas para Controladores PID. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial. Vol. 6, No. 2, pp. 59-67.
- Alfaro, V.M., Vilanova, R., Arrieta, O., 2009c. Considerations on Set-Point Weight choice for 2-DoF PID Controllers, in IFAC International Symposium on Advanced Control on Chemical Process (ADCHEM 2009) Istanbul, Turkey.
- Alfaro, V.M., Vilanova, R., 2010. Sintonización de los controladores PID de 2GdL: desempeño, robustez y fragilidad. In XIV Congreso Latinoamericano de Control Automático (CLCA 2010) Santiago, Chile. pp. 267-272.
- Alfaro, V. M., Vilanova, R., Arrieta, O., 2010. Maximum Sensivity Based Robust Tuning for Two-Degree-of-Freedom Proportional-Integral Controllers. Ind. Eng. Chem. Res. 49, 5415–5423.
- Araki, M., 1984. On two-degree-of-freedom PID control system. Tech. Rep., SICE Research Committee on Modeling and Control Design of Real Systems.
- Araki, M., 1985. Two-degree-of-freedom control system—I. Syst. Control 29, 649-656
- Araki, M., 1988. Two degree-of-freedom PID controller. Syst. Control Inf. 42, 18–25.
- Åström, K.J., Hägglund, T., 1995. PID Controllers: Theory, Design and Tuning, 2nd ed. ISA-Instrument Society of America.
- Åström, K.J., Panagopoulos, H., Hägglund, T., 1998. Design of PI controllers based on non-convex optimization. Automatica, Vol. 34, No. 5, pp. 585–601.
- Åström, K.J., Hägglund, T., 2004. Revisiting the Ziegler-Nichols step response method for PID control. Journal of Process Control 14, 635–650.
- Åström, K.J., Hägglund, T., 2009. Control PID avanzado. Pearson Educación.
- Chatterjee, A., Siarry, P., 2006. Nonlinear inertia weight variation for dynamic adaptation in particle swarm optimization. Computers and Operations Research 33 (3), pp. 859-871.
- Garipinger, O., 2009. Design of Robust PID Controllers with Constrained Control Signal Activity. In Department of Automatic Control Sweden: Lund University.
- Garipinger, O., Hägglund, T., Åström, K.J. 2014. Performance and robustness trade-offs in PID Control. Journal of Process Control 24, pp. 568-577.
- Gude, J. J., Kahoraho, E., 2012. Kappa-tau type PI tuning rules for specified robust levels. IFAC Conference on Advances in PID Control PID'12. Brescia (Italy), March 28-30
- Jiao, B., Lian, Z., Gu, X.A., 2008. Dynamic inertia weight particle swarm optimization algorithm. Chaos Solitons & Fractals 37, 698-705.
- Kennedy, J., Eberhart, R., 1995. Particle Swarm OPTimization, in IEEE International Conference on Neural Networks 4, Perth, Australia, pp. 1942-1948.
- Liu, T., Gu, D., Zhang, W., 2005. Decoupling two-degree-of-freedom control strategy for cascade control systems. J. Process Control 15, 159–167.
- Lu, X., Yang, Y., Wang, Q., Zheng, W., 2005. A double two-degree-of-freedom control scheme for improved control of unstable delay processes. J. Process Control 15, 605–614.
- Modares, H., Alfi A., Naghibi, M.-B., 2010. Parameter estimation of bilinear systems base on an adaptative particle swarm optimization, Engineering Applications of Artificial Intelligence 23, 1105-1111.
- Nemati, H., Bagheri, P., 2010. A new approach to tune the two-degree-of-freedom (2DOF). In: Proc. IEEE International Symposium on Computer-Aided Control System Design, Yokohama, Japan, pp. 1819–1824.

- O'Dwyer, A., 2012. An Overview of Tuning Rules for the PI and PID Continuous-Time Control of Time-Delayed Single-Input, Single-Output (SISO) Processes. In: PID Control in the Third Millennium - Lessons Learned and New Approaches, R. Vilanova and A. Visioli (Editors), 3-44, Springer-Verlag London Limited.
- Rao, A.S., Chidambaram, M., 2006. Enhanced two-degree-of-freedom control strategy for second order unstable processes with time delay. Ind. Eng. Chem. Res. 45, 3604–3614.
- Ratnaweera, A., Halgamuge S. K., Watson, H.C., 2004. Self-Organizing Hierarchical Particle Swarm Optimizer With Time-Varying Acceleration Coefficients. IEEE TRANSACTIONS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION, vol. 8, no. 3, pp. 240-255, june.
- Reynoso-Meza, G., Sanchis, J., Blasco, X., Martínez, M., 2013. Algoritmos Evolutivos y su empleo en el ajuste de controladores del tipo PID: Estado Actual y Perspectivas. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 10, 251-268.
- Sato, T., Inoue, A., Yamamoto, T., 2008. Two-degree-of-freedom PID controller based on extended generalized minimum variance control. Int. J. Innov. Comput. Inf. Control 4, 3111–3122.
- Sedighzadeh, D., Masehian, E., 2009. Particle Swarm Optimization Methods, Taxonomy and Applications. International Journal of Computer Theory and Engineering 1, pp. 486-502.
- Shi, Y., Eberhart, R., 1998a. Parameter selection in particle swarm optimization. In: Proceedings of the Seventh Annual Conference on Evolutionary Programming, New York, pp. 591-600.
- Shi, Y., Eberhart, R., 1998b. A modified particle swarm optimizer. In: Proceedings of the Conference on Evolutionary Computation, pp. 69-73.
- Skogestad, S., Grimholt, C., 2012. The SIMC Method for Smooth PID Controller Tuning. In: PID Control in the Third Millennium – Lessons Learned and New Approaches, R. Vilanova and A. Visioli (Editors), 147-175, Springer-Verlag London Limited.
- Taguchi, H., Araki, M., 2000. Two-degree-of-freedom PID controllers—their functions and optimal tuning. In: Preprints Proc. PID '00: IFAC Workshop on Digital Control, Terrassa, Spain, pp. 95–100.
- Taguchi, H., Kokawa, M., Araki, M., 2002. Optimal tuning of two-degree-of-freedom PD controllers. In: Proc. Asian Control Conference, Singapore, pp. 268–273.
- Tavakoli, S., Banookh, A., 2010. Robust PI control design using particle swarm optimization. J. Comput. Sci. Eng. 1, pp. 36-41.
- Vilanova, R., Alfaro, V.M., 2011. Control PID robusto: Una visión panorámica. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 8, 141-158.
- Zhang, J., Wang, J., Zhao, Z., 2006. A novel two-degree-of-freedom PID controller for integrator and dead time process. In: Proc. World Congress on Intelligent Control and Automation, Dalian, China, pp. 6388–6391.

Apéndice A. Seudocódigo para diseñar un PI-2DoF.

1. Introducir el modelo de la planta.
2. Inicializar el enjambre (V, X, Pb). Computar $f(Pb)$ para cada partícula y determinar $G_b, f(G_b)$.
3. Comenzar diseño para perturbaciones de carga.
4. iter = 0.
5. **Si** iter <= cantidad de iteraciones ir al paso 6 **sino** ir al paso 15.
6. Calcular C_1 y C_2 (ecuación 14).
7. Calcular ω para la partícula j (ecuación 13).
8. Calcular V y X para la partícula j (ecuación 15).
9. Calcular valores de K a partir de X (ecuación 19).
10. Calcular SEF con cada valor de K y X calculada en el paso 8.
11. Guardar el par ($K; X$) que menor valor de SEF brinde.
12. **Si** $f(Pbj) > \text{SEF}$ **entonces** $Pbj = X$ y $K_{\text{final}} = K$.
13. **Si** $f(Gb) > f(Pbj)$ **entonces** $G_b = Pbj, f(G_b) = f(Pbj)$.
14. $j++$. **Si** $j \leq$ cantidad de partículas **entonces** regresar al paso 7 **sino** iter ++ e ir al paso 5.
15. $K_c = K_{\text{final}}; T_i = G_b$.
16. Comenzar diseño para seguimiento del punto de consigna.
17. Inicializar el enjambre en el rango $[0, 1.5]$. Computar $f(Pb)$ para cada partícula y determinar $G_b, f(G_b)$.
18. iter = 0.
19. **Si** iter <= cantidad de iteraciones **entonces** ir al paso 20 **sino** ir al paso 27.
20. Calcular C_1 y C_2 (ecuación 14).
21. Calcular ω para la partícula j (ecuación 13).
22. Calcular V y X para la partícula j (ecuación 15).
23. Calcular SESC con X .
24. **Si** $f(Pbj) > \text{SESC}$ **entonces** $Pbj = X$.
25. **Si** $f(Gb) > f(Pbj)$ **entonces** $G_b = Pbj, f(G_b) = f(Pbj)$.
26. $j++$. **Si** $j \leq$ cantidad de partículas **entonces** regresar al paso 21 **sino** iter ++ e ir al paso 19.
27. $b = G_b$.
28. Mostrar K_c, T_i y b .