

Solución analítica de un filtro de Kalman estacionario para la observación de deriva en modelos de emisiones de NO_x en motores diesel de automoción

C. Guardiola¹, S. Hoyas¹, B. Pla¹, D. Blanco-Rodríguez^{1,1,*}

^aCMT Motores Térmicos, Universitat Politècnica de València, Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, España

Resumen

En los algoritmos de control y diagnóstico de los motores diesel la precisión en la estimación de las variables resulta crítica. En el caso de las emisiones de óxidos de nitrógeno (NO_x) recientemente se han desarrollado sensores con una buena precisión de medida estacionaria pero que, debido a su lentitud y a la existencia de un retraso significativo, presentan unas características dinámicas insuficientes para el control. Por otro lado, existen diferentes tipos de modelos capaces de reproducir con mayor o menor precisión la respuesta dinámica de los NO_x; sin embargo, ninguno de ellos está exento de deriva asociada al envejecimiento del motor y de los diferentes sensores que suministran las entradas al modelo. La combinación de un modelo de emisiones con un sensor de NO_x permite proporcionar una estimación que combina las características dinámicas del modelo con la precisión del sensor. En este trabajo se combina la información a través de un modelo en espacio de estados que permite la observación y corrección de la deriva del modelo de NO_x. El vector de estado que describe la salida objetivo se aumenta con un estado extra que define la deriva o error estacionario entre el modelo derivado y la referencia de medida del sensor. El vector de estado es observado mediante un filtro de Kalman. Dicho modelo es lineal invariante en el tiempo y las covarianzas de los ruidos que afectan a los estados son consideradas como constantes. Bajo estas hipótesis, el filtro es estacionario, es decir, la ecuación de Riccati que estima la ganancia del filtro converge tras un número determinado de iteraciones. El presente artículo resuelve la ecuación iterativa de Riccati para dichas condiciones y deriva la solución analítica del filtro. Asimismo, dicho algoritmo es usado para la estimación de NO_x en un motor diesel y en el nuevo ciclo Europeo de conducción (NEDC). Copyright © 2015 CEA. Publicado por Elsevier España, S.L.U. Todos los derechos reservados

Palabras Clave:

Filtro de Kalman, fusión de datos, corrección de derivas, automoción, NO_x, diesel

1. Introducción

Como consecuencia directa de la aplicación de la normativa EURO 6 (EU, 2009), que limita las emisiones de óxidos de nitrógeno (NO_x) de los motores diesel de automoción, el sistema de post-tratamiento de dichos motores es cada vez más complejo (Johnson, 2012). Esto se debe a que se deben instalar sistemas para la reducción de dichos NO_x, como por ejemplo los catalizadores selectivos de reducción (SCR) o las trampas de NO_x (LNT). Con el objeto de una gestión adecuada de dichos sistemas, los requerimientos de información para el control y diagnóstico de los gases de escape se han visto incrementados. Esta situación, se volverá aún más compleja en los próximos años con las futuras revisiones a dicha normativa (aún en fase

de redacción la revisión de EURO 6 para 2017 con hincapié en la introducción de ciclos de conducción realistas).

La determinación de la concentración de dichos contaminantes se puede realizar a través de la estimación mediante modelos de carácter físico (Andersson et al., 2006; Westlund and Åmström, 2009; Schilling et al., 2006), o mediante la medida directa con un sensor (Kato et al., 1996; Smith, 2000; Geupel et al., 2011). Además, es posible combinar ambas señales mediante técnicas de fusión de datos (Faouzi et al., 2011; Khaleghi et al., 2013), con el fin de obtener una estimación que mantenga las virtudes de los modelos y los sensores. Entre las diversas técnicas de fusión de la información, el filtro de Kalman (Kalman, 1960) es probablemente el algoritmo más común, dadas sus propiedades de optimalidad y su sencilla implementación. En este artículo se aplicará para combinar de forma conveniente las señales de un sensor y un modelo de NO_x.

* Autor en correspondencia.

Correos electrónicos: carguaga@mot.upv.es (C. Guardiola),
serhocal@mot.upv.es (S. Hoyas), benplamo@mot.upv.es (B. Pla),
dablarod@gmail.com (D. Blanco-Rodríguez)

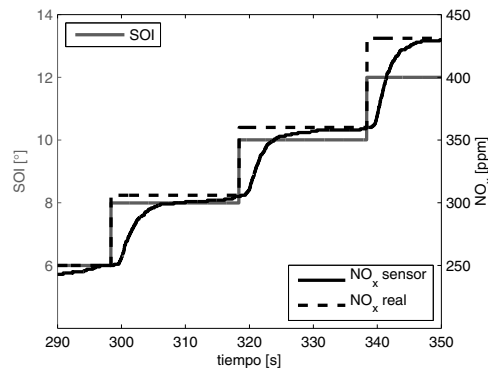


Figura 1: Respuesta de un sensor de NO_x -curvas negro y eje derecho- a escalones de avance en la inyección (SOI)-curva gris y eje izquierdo-. La medida de NO_x presenta una clara respuesta dinámica con respecto a la señal de actuación de SOI. La respuesta dinámica puede ser ajustada con un filtro de primer orden y un retraso. En la figura, se indica asimismo la respuesta real esperada (Galindo et al., 2011), cuyo valor se pretende estimar en el presente artículo. Las unidades de SOI son grados de cigüeñal antes del punto muerto superior [°], mientras que los NO_x son medidos en ppm. El retraso está en el orden de 1 s mientras que el tiempo de respuesta está en torno a 0.75 s.

1.1. Medida y modelado de NO_x en motores diesel

Recientemente se han desarrollado sensores de concentración de NO_x (Kato et al., 1996; Payri et al., 2012) que, instalados en la línea de escape de los motores de combustión interna alternativos, permiten una medida directa de este contaminante. No obstante, el sensor es bastante lento, consecuencia directa del principio físico de medida basado en dos bombas de oxígeno dispuestas en sendas cavidades internas consecutivas.

En tal sentido, se refiere al lector a la Figura 1, donde se describe la respuesta de NO_x para unos escalones de avance a la inyección (SOI -de sus siglas en inglés *start of injection*-) en el motor diesel descrito en la Sección 2. Dichos escalones provocan unas variaciones en la medida NO_x sobrearmortiguadas y por lo tanto deben modelarse como un proceso dinámico y no instantáneo. Sin embargo, y como se discute en (Galindo et al., 2011), las variaciones reales de NO_x son instantáneas.

En otro orden de cosas, la Figura 2 compara la medida estacionaria de NO_x mediante un sensor y un analizador de gases (HORIBA, 2001), usado como medida de referencia habitualmente en automoción. La correlación entre sensor y analizador para diferentes medidas estacionarias arroja una precisión en estado estacionario del sensor muy elevada, a pesar de los problemas dinámicos descritos anteriormente. Puede concluirse, por lo tanto, que el sensor ofrece una medida precisa pero con características dinámicas deficientes para la determinación de las emisiones instantáneas de NO_x .

Por otro lado, es posible desarrollar (y embarcar en el controlador del motor) modelos capaces de reproducir adecuadamente la respuesta dinámica del motor, sin el retraso asociado al sensor. No obstante, dichos modelos están sujetos a errores de modelado y a la existencia de efectos de deriva, ya sea por la existencia de perturbaciones no modeladas adecuadamente (por ejemplo asociadas a la humedad ambiente, la temperatura de operación o la presión atmosférica), o por el envejecimiento

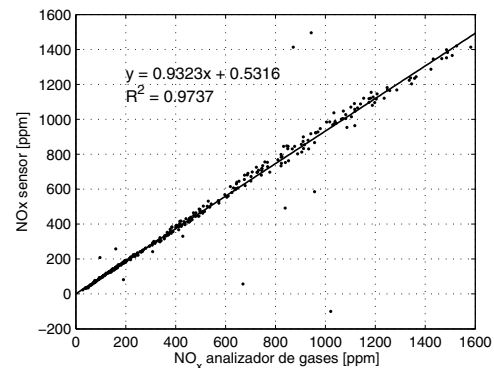


Figura 2: Medida de NO_x por sensor y analizador de gases para diferentes condiciones de operación estacionarias definidas por el régimen del motor y el grado de carga; el ajuste de regresión lineal está a su vez mostrado en la figura. Como se puede observar, la precisión del sensor para medidas estacionarias es adecuada para su uso en motores.

del motor o de alguno de los sensores o las estimaciones empleadas como entradas del modelo.

Existe una amplia variedad de modelos en la bibliografía (Schilling, 2008), como aquellos basados en redes neuronales (Arsie et al., 2010), diseño de experimentos (Desantes et al., 2012) o modelos de caja negra (Winkler-Ebner et al., 2010; Karlsson et al., 2010). En el presente trabajo se ha seleccionado un modelo de valor medio que combina mapas ajustados por diseño de experimentos con ecuaciones básicas de conservación de la masa y energía y que se describe completamente en Guardiola et al. (2014b).

La Figura 3 compara la respuesta del sensor de NO_x frente a la del modelo de NO_x seleccionado para un transitorio de carga del motor, esto es, una variación brusca de la inyección. Puede apreciarse que la respuesta dinámica del modelo es mucho más rápida que la del sensor, pero que existen divergencias en los valores iniciales y finales de la prueba, lo que evidencia la existencia de un sesgo en el modelo.

1.2. Filtro de Kalman para fusión de señales

El diseño de un filtro de Kalman (KF) permite la fusión de las señales de un modelo y un sensor (Gao and Harris, 2002). A continuación, se presentan algunas referencias desde 2005 relativas a modelos para estimación y corrección de derivas con aplicación en motores de automoción. La mayoría emplean un filtro de Kalman extendido (EKF), versión del KF cuando el modelo considerado es no lineal y que añade un paso extra para linealizar dichas ecuaciones del modelo:

- Hsieh and Wang (2011) usan un EKF para estimar NO_x en diferentes posiciones del escape de un motor diesel teniendo en cuenta la presencia de catalizador de reducción selectiva y a su vez, consideran la sensibilidad del sensor de NO_x con respecto a la presencia de amoníaco.
- Höckerdal et al. (2009) emplea un modelo aumentado para observar el error estacionario en sensores y aplicado al

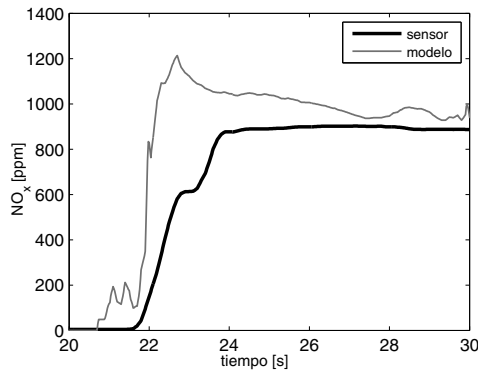


Figura 3: Respuesta del modelo y el sensor de NO_x durante un transitorio brusco a plena carga desde motor completamente parado. Se destaca la capacidad del modelo de predecir el comportamiento de la señal con anterioridad al sensor. Sin embargo, el modelo tiene una deriva con respecto al sensor cuando las señales se estabilizan.

sensor de flujo másico de aire en la entrada de un motor diesel.

- Alberer and del Re (2009) usan un filtro de Kalman para corregir la medida de oxígeno dada por un sensor de banda ancha localizado aguas arriba de la turbina de motor diesel, donde los efectos relativos a la presión son tenidos en cuenta.
- Polóni et al. (2012) comparan dos configuraciones de sensores diferentes en un motor diesel para corregir los estados de un modelo de valor medio de renovación de la carga. Emplean un EKF para estimar la desviación de los estados y después simular el modelo con los estados corregidos.
- Como ejemplo de la investigación realizada por los autores en dicha materia, cabe destacar el artículo Guardiola et al. (2014a), donde se presentan diferentes aplicaciones del filtro de Kalman para casos concretos, incluyendo la corrección de deriva en modelos y la adaptación de mapas.
- Otros ejemplos de diversa índole son los siguientes: Yan and Wang (2012); Surenahalli et al. (2012); Chauvin et al. (2006); Grünbacher et al. (2005); Trimboli et al. (2012); Tschanz et al. (2012); Benaicha et al. (2011); Zhou et al. (2012) diseñan observadores para diferentes variables relevantes de motores como son temperaturas de colectores, hollín, dosado o par de motor entre otros, con aplicaciones para control o diagnóstico.

El planteamiento general es la observación de la deriva entre el modelo y un sensor, que se emplea como referencia de medida estacionaria. La señal observada mantiene las propiedades dinámicas del modelo así como la precisión de medida del sensor, obteniendo una estimación adaptativa de la deriva. Este problema se resuelve planteando un modelo en espacio

de estados para la observación de la deriva ($\theta(t) \in \mathbb{R}$) entre una referencia de medida ($y(t) \in \mathbb{R}$) y una estimación o modelo ($u(t) \in \mathbb{R}$), considerando la dinámica del sensor así como el retraso. La estructura lineal del filtro lo hace apropiado para ser implementado en unidades de control electrónico (ECU) de motores, aunque algunos comentarios y simplificaciones son necesarios cuando se trata de manipular modelos complejos. No obstante, el filtro debe calcular de forma iterativa la ganancia en cada instante, y ésta depende a su vez de una relación de ruidos relacionados con el modelo y la referencia de medida.

Sin embargo, cuando los parámetros del modelo son considerados constantes y la calibración de ruidos también, el filtro es estacionario y se puede derivar una solución analítica al mismo; lo que se demuestra en este trabajo para el caso de la estimación de NO_x en un motor diesel sobrealimentado. Si bien dicho problema ya se plantea también de forma general por ejemplo en Guardiola et al. (2014a), en el mismo se presenta directamente la aplicación del filtro pero no se presta atención a la implementación matemática del mismo. Dicho aspecto es de una importancia vital en las ECU de motores, debido a las limitadas capacidades de cálculo y memoria de las mismas. En el presente artículo se presenta pues la formulación general del problema, y se presta especial atención al desarrollo de la solución analítica del mismo ante las condiciones descritas. Finalmente, también se muestra una aplicación práctica del método en un motor diesel sobrealimentado.

1.3. Estructura del artículo

Toda vez que el problema y motivación del trabajo se ha presentado, el resto del artículo se estructura como sigue. La sección 2 describe brevemente la instalación experimental empleada y el motor objeto de estudio. La sección 3 presenta el modelo propuesto para la corrección de derivas, mientras que la sección 4 presenta el filtro de Kalman para la observación de sus estados. En la sección 5 se deriva la solución analítica del filtro. La sección 6 ilustra el funcionamiento del algoritmo propuesto mediante una aplicación de simulación numérica, y posteriormente aplicación en ciclos reales para la estimación de NO_x en motores diesel incluyendo el nuevo ciclo europeo de conducción (NEDC - New European Driving Cycle-). Finalmente, la sección 7 presenta las conclusiones del presente trabajo.

2. Instalación experimental

El motor considerado es un motor diesel tetracilíndrico de 2.2 litros equipado con un sistema de inyección directa common-rail y un sistema de turbosobrealimentación secuencial paralelo (Galindo et al., 2007). La Figura 4 muestra el diagrama esquemático del motor. Las especificaciones del mismo se muestran en la Tabla 1. La ECU del motor es abierta, lo cual permite realizar de forma sencilla acciones de bypass variando los principales parámetros de inyección, como son la presión del rail, el avance en la inyección y la duración principal de la inyección; así como modificar las referencias de los controladores de presión de sobrealimentación y masa de aire que implementa la ECU.

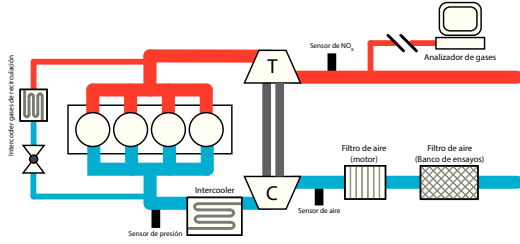


Figura 4: Esquema del motor con los principales sensores instalados, destacando especialmente el sensor de NO_x en el escape del mismo.

Tabla 1: Características del motor objeto de estudio.

Carrera (S)	96 mm
Diámetro (D)	85 mm
S/D	1.129
Número de cilindros	4
Desplazamiento	2179 cm ³
Turbogruppo	Doble secuencial paralelo
EGR	Alta presión
Inyectores	Solenoides (common-rail)
Válvulas por cilindro	4
Potencia Máxima	125 kW@4000 rpm
Relación de compresión	17:1

El motor se ha instalado en un banco de ensayos dinámico que permite llevar a cabo ensayos en diferentes condiciones de régimen del motor y par. El intercooler estándar aguas abajo del compresor se sustituye por uno de agua para controlar adecuadamente la temperatura del aire en el colector de admisión. La línea de post-tratamiento ha sido sustituida por una válvula de contrapresión que permite simular la caída de presión de la misma.

Además, se ha instalado un sensor comercial *onboard* de NO_x (Galindo et al., 2011) en la línea de escape; en un punto en su cercanía se ha dispuesto una extracción de gases de escape para alimentar el analizador de gases (HORIBA, 2001), capaz de determinar los NO_x con alta precisión en estado estacionario. El analizador, que dispone de un horno de alta temperatura previo para el acondicionamiento y secado de los gases, emplea un detector de quimioluminiscencia para la medida de la concentración de NO_x.

3. Modelo de corrección de deriva

La figura 5 muestra de forma esquemática el planteamiento. En dicha figura, se puede ver como la deriva o error θ se suma al modelo u para obtener la estimación \hat{x} . El modelo de sensor se usa para filtrar la señal estimada, además de añadir un retraso τ , con el objeto de comparar la señal modelada con la del sensor. El error calculado se usa a su vez para obtener la deriva θ por medio del empleo del filtro de Kalman (KF).

El objetivo del problema es pues la observación de la deriva en un modelo rápido mediante su fusión con la señal de un sen-

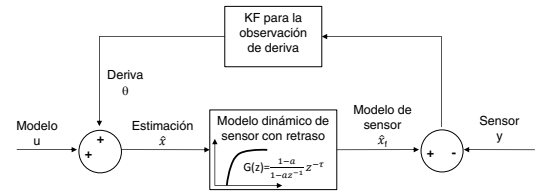


Figura 5: Esquema del algoritmo de observación de deriva planteado en el presente artículo, donde se muestran los principales pasos.

sor con una respuesta dinámica limitada (lento y con retraso) pero con una buena precisión de medida en estado estacionario. Definiendo el tiempo de muestro como constante, el modelo de espacio de estados resultante para un instante k queda como sigue.

$$\begin{aligned} x_k &= Ax_{k-1} + Bu_k + W_k, \\ y_k &= Cx_k + v_k, \end{aligned} \quad (1)$$

con

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1-a & a \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1-a \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$x_k = \begin{bmatrix} \theta_k & x_{f,k} \end{bmatrix}^T, \quad W_k = \begin{bmatrix} w_k \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

donde el vector de estado $x_k \in \mathbb{R}^2$ contiene la deriva o error $\theta_k \in \mathbb{R}$ y un modelo de la señal del sensor $x_{f,k} \in \mathbb{R}$. Éste último se compara con la salida $y_k \in \mathbb{R}$ tras aplicar un filtro de primer orden, definido por la constante $a \in [0, 1]$, y aplicado a la entrada del sistema $u \in \mathbb{R}$ (Galindo et al., 2011). Este filtro simula la respuesta filtrada del sensor. A , B y C son las matrices del modelo y son constantes. $w_k \in \mathbb{R}$ y $v_k \in \mathbb{R}$ representan el ruido del proceso y la salida respectivamente, correspondientes a procesos Gaussianos con las matrices de covarianza constantes y estacionarias siguientes

$$Q = \text{cov}[ww^T] = \begin{bmatrix} \sigma_w^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4a)$$

$$r = \text{cov}[vv^T] = \sigma_v^2. \quad (4b)$$

El sistema planteado es observable y lineal invariante en el tiempo. Se debe notar que solamente se aplica ruido al estado θ ya que es precisamente este estado el objetivo de observación y el ruido se transmite directamente al segundo estado x_f . Añadir ruido a x_f añade un grado de libertad que no mejora necesariamente la identificación.

4. Filtro de Kalman

El vector de estado x se observa en dos fases: una primera de predicción o estimación *a priori* y una segunda de actualización o estimación *a posteriori*, donde se usa la ganancia de Kalman $K_k \in \mathbb{R}^2$ como sigue

$$\hat{x}_{k|k-1} = A\hat{x}_{k-1} + Bu_k, \quad (5a)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k|k-1} + K_k(y_k - C\hat{x}_{k|k-1}). \quad (5b)$$

La formulación estándar del filtro de Kalman calcula la ganancia óptima del filtro K resolviendo la ecuación dinámica de Riccati

$$P_{k|k-1} = AP_{k-1|k-1}A^T + Q, \quad (6a)$$

$$K_k = P_{k|k-1}C^T (CP_{k|k-1}C^T + r)^{-1}, \quad (6b)$$

$$P_k = (I - K_kC)P_{k|k-1}. \quad (6c)$$

donde la matriz $P_k \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ representa la matriz de covarianzas de los estados. Aunque el sistema planteado es sencillo y en principio, su cálculo matricial no debería presentar un problema, los principales problemas en la implementación real están relacionados más con el uso de memoria dinámica (que cambie su valor durante el funcionamiento del motor) no volátil (que cada vez que se arranque el motor mantenga su valor) que en potencia de cálculo. Es por ello, que en el apartado siguiente se plantea una solución analítica al problema, que permite ahorrar este tipo de memoria para la matriz P y sólo es necesario el almacenamiento del valor de la deriva.

5. Solución analítica del filtro de Kalman

La ecuación dinámica de Riccati (6) es estacionaria debido a que K y P convergen tras un cierto número de iteraciones (Simon, 2001), mayor o menor dependiendo de los valores iniciales seleccionados. Entonces, es posible derivar una solución analítica como prueban Kalman y Bucy (Kalman and Bucy, 1961). Algunos autores han dado soluciones a problemas particulares como son (Nash Jr., 1967; Hewer, 1973; Ekstrand, 1983; Sudano, 1995) o incluso soluciones computacionalmente eficientes como (Lainiotis et al., 1994; Guardiola et al., 2013a).

En este trabajo se deriva la solución analítica de la ecuación de Riccati considerando el modelo presentado en la Sección 3 a partir de las ecuaciones (6) y (6b).

La matriz P_{k-1} es

$$P_{k-1} = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_3 & p_4 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Operando (6a), $P_{k|k-1}$ resulta

$$P_{k|k-1} = \begin{bmatrix} p_1 + \sigma_w^2 & (1-a)p_1 + ap_2 \\ (1-a)p_1 + ap_3 & q \end{bmatrix}, \quad (8)$$

donde

$$q = (1-a)((1-a)p_1 + ap_2) + a(1-a)p_3 + a^2p_4. \quad (9)$$

Calculando K_k a partir de (6b)

$$K_k = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(1-a)p_1 + ap_2}{q + \sigma_v^2} \\ \frac{q}{q + \sigma_v^2} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

A partir de (6c)

$$P_k = \begin{bmatrix} p_1 + \sigma_w^2 - \frac{((1-a)p_1 + ap_2)((1-a)p_1 + ap_3)}{q + \sigma_v^2} & ((1-a)p_1 + ap_2) \frac{\sigma_v^2}{q + \sigma_v^2} \\ ((1-a)p_1 + ap_3) \frac{\sigma_v^2}{q + \sigma_v^2} & \frac{q\sigma_v^2}{q + \sigma_v^2} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

El filtro de Kalman es estacionario y observable, por tanto las sucesiones $\{P_k\}_{k=1}^{k=\infty}$ y $\{K_k\}_{k=1}^{k=\infty}$ convergen. La solución al sistema se puede calcular entonces a través de los límites de los siguientes elementos

$$p_1 = p_1 + \sigma_w^2 - \frac{((1-a)p_1 + ap_2)((1-a)p_1 + ap_3)}{q + \sigma_v^2}, \quad (12a)$$

$$p_2 = ((1-a)p_1 + ap_2) \frac{\sigma_v^2}{q + \sigma_v^2}, \quad (12b)$$

$$p_3 = ((1-a)p_1 + ap_3) \frac{\sigma_v^2}{q + \sigma_v^2}, \quad (12c)$$

$$p_4 = \frac{q\sigma_v^2}{q + \sigma_v^2}, \quad (12d)$$

$$k_1 = \frac{(1-a)p_1 + ap_2}{q + \sigma_v^2}, \quad (12e)$$

$$k_2 = \frac{q}{q + \sigma_v^2}. \quad (12f)$$

Seguidamente, de las ecuaciones (12b) y (12c), se deduce que $p_2 = p_3$, lo cual ya era conocido puesto que P es simétrica, y entonces el sistema (12a) presenta realmente 5 ecuaciones con 5 incógnitas.

Siguiendo con la deducción, de (12a) y (12e)

$$\sigma_w^2 = k_1^2(q + \sigma_v^2), \quad (13)$$

y teniendo en cuenta que (12f)

$$q + \sigma_v^2 = \frac{\sigma_v^2}{1 - k_2}, \quad (14)$$

y finalmente combinando estas dos expresiones,

$$k_1 = \frac{\sigma_w}{\sigma_v} \sqrt{1 - k_2}, \quad (15)$$

que relaciona k_1 con k_2 .

El parámetro q en (9) depende de los elementos de P y se reescribe a continuación para encontrar la solución correcta del problema. En primer lugar, de la simetría ($p_2 = p_3$), y considerando (12b) y (12e)

$$p_2 = p_3 = \sigma_w \sigma_v \sqrt{1 - k_2}. \quad (16)$$

A su vez de (12d) y (12f)

$$p_4 = k_2 \sigma_v^2, \quad (17)$$

y de (12b), (14) y (16) se deduce

$$(1-a)p_1 + ap_2 = \frac{p_2}{1-k_2} = \frac{\sigma_w \sigma_v \sqrt{1-k_2}}{1-k_2}. \quad (18)$$

Sustituyendo finalmente (16), (17) y (18) en (9), se obtiene la siguiente expresión para q

$$q = (1-a)(1+a-ak_2) \sqrt{\frac{\sigma_w^2 \sigma_v^2}{1-k_2}} + a^2 k_2 \sigma_v^2. \quad (19)$$

Por conveniencia, (19) se puede escribir como una función del cociente de las covarianzas de los ruidos del modelo σ_w^2/σ_v^2

$$q = \left((1-a)(1+a-ak_2) \sqrt{\frac{\sigma_w^2/\sigma_v^2}{1-k_2}} + a^2 k_2 \right) \sigma_v^2 = s \sigma_v^2, \quad (20)$$

tras definir el parámetro $s = f(\sigma_w^2/\sigma_v^2)$

$$s = (1-a) \sqrt{\frac{\sigma_w^2/\sigma_v^2}{1-k_2}} (1+a-ak_2) + a^2 k_2. \quad (21)$$

Considerando (12f), (15) y (20), la ganancia del filtro K se calcula a continuación

$$k_1 = \sqrt{(1-k_2) \frac{\sigma_w^2}{\sigma_v^2}}, \quad (22a)$$

$$k_2 = \frac{s}{s+1}. \quad (22b)$$

El sistema solución (22) representa la solución analítica del filtro de Kalman estacionario. Además, de (22) se demuestra que K depende exclusivamente de la relación de covarianzas del ruido seleccionado σ_w^2/σ_v^2 para un modelo o sistema de deriva como el propuesto en (1).

Finalmente, P se resuelve del sistema (12a)-(12d) y (22)

$$p_1 = \sqrt{\frac{\sigma_w^2 \sigma_v^2}{1-k_2}} \left(1 + \frac{ak_2}{1-a} \right), \quad (23a)$$

$$p_2 = p_3 = \sqrt{\sigma_w^2 (1-k_2)}, \quad (23b)$$

$$p_4 = k_2 \sigma_v^2. \quad (23c)$$

aunque la resolución P no es realmente necesaria para la implementación del filtro estacionario, pues la matriz de covarianzas de los estados sólo se necesita para actualizar la ganancia del filtro.

6. Aplicación del filtro para la observación de NO_x en el escape de un motor diesel

Toda vez que se dispone de un modelo de NO_x con capacidades dinámicas y un sensor de NO_x embarcado, se puede usar la formulación (1) para corregir la deriva de un modelo respecto de la del sensor y obtener una estimación dinámica fiable. La aplicación del filtro de Kalman para la observación de la deriva

requiere de la implementación iterativa de la ecuación de Riccati para el cálculo de K , lo que conlleva un gasto computacional sobre todo en cuanto a requerimientos de memorias dinámicas para almacenar los valores de la matriz P o el vector K , así como de cálculos matriciales, no siempre sencillos de implementar en la ECU (Guardiola et al., 2013a). En esta situación, la solución analítica del filtro propuesta en este trabajo simplifica la implementación del mismo. En lo sucesivo se demuestra numéricamente la solución adoptada en (22) y posteriormente se aplica para la estimación real de NO_x tras sucesivos escalones de avance a la inyección.

6.1. Aplicación numérica de la solución estacionaria

En este apartado se presenta un ejemplo numérico usando (22), (23) para calcular P y K para un filtro de Kalman estacionario que observa un modelo similar a (1). El resultado debe probar que el cálculo de los límites de K_k y P_k

$$K = \lim_{k \rightarrow +\infty} K_k, \quad (24a)$$

$$P = \lim_{k \rightarrow +\infty} P_k, \quad (24b)$$

a partir de (6), (6b) es igual al derivado en (22) y (23).

El parámetro de respuesta dinámica a es 0.9 (ver (Galindo et al., 2011) para encontrar un método de caracterización de la respuesta dinámica de un sensor de NO_x) así como el retraso $\tau = 0.9$. Dichos valores han sido obtenidos tras la aplicación del método de caracterización dinámica de sensores de NO_x presentado en Galindo et al. (2011). Dicho método se basa en la aplicación de escalones en el avance en la inyección con el objeto de estudiar la respuesta dinámica del sensor de NO_x. En base a dicho estudio, la aplicación de un filtro de primer orden con un retraso constante proporciona resultados aceptables, solución que se adopta asimismo en este artículo.

Para todos los casos $\sigma_v^2 = 1$, mientras que dos valores diferentes son aplicados para $\sigma_{w1}^2 = 1$ y $\sigma_{w2}^2 = 2$.

La Figura 6 muestra los resultados aplicando la formulación estándar del filtro y las obtenidas en (22) y (23). Nótese que el eje x muestra el número de iteraciones k , que solamente tiene sentido para la formulación estándar en tanto en cuanto las soluciones analíticas pueden ser calculadas de antemano sin necesidad de implementar el cálculo instante a instante. En cualquier caso y como se esperaba, los valores finales para ambos casos coinciden, validando la formulación propuesta en este trabajo.

6.2. Aplicación para la estimación de NO_x en un ciclo real

A continuación, se presenta un resultado de aplicación para la estimación de NO_x reales en el motor diesel presentado en la Sección 2. Para ello, se aplica el filtro de Kalman presentado en la Sección 3 para la estimación de las emisiones de NO_x en dicho motor.

Las variables del modelo de espacio de estados (1) se definen como sigue: $u_k \in \mathbb{R}$ es NO_{x,m} ($k - \tau$) y corresponde a un modelo de NO_x similar al presentado en (Guardiola et al., 2014b) cuya señal es convenientemente retrasada con el retraso puro $\tau \in \mathbb{Z}^+$ para tener en cuenta el retraso del sensor; $y_k \in \mathbb{R}$

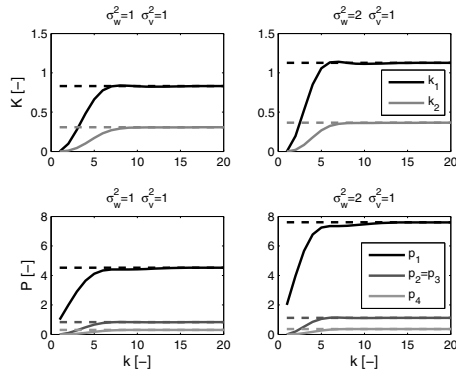


Figura 6: Valores de la ganancia de Kalman K y elementos de la matriz de covarianza P para dos valores de cocientes de ruido diferentes. Las líneas sólidas corresponden a la formulación estándar del filtro de Kalman con las ecuaciones iterativas (6) y (6b), mientras que las líneas rayadas corresponden a la formulación analítica propuesta en (22) y (23).

representa la señal del sensor embarcado de NO_x ; y el vector de estado $x_k \in \mathbb{R}^2$ está formado con la deriva $\theta(k)$ y el modelo de sensor $x_f(k)$. Los parámetros τ y a , que modelan el comportamiento del sensor con su retraso y tiempo de respuesta discreto respectivamente, son identificados tras efectuar diversos escalones de avance a la inyección con el procedimiento publicado en (Galindo et al., 2011). Los valores seleccionados son

$$\tau = 0,75\text{s}; \quad a = 0,9 \quad (25)$$

La frecuencia de muestreo tanto para el cálculo como la adquisición son 10 Hz.

Se aplica la metodología presentada en este artículo para el cálculo de la ganancia de Kalman. El uso de la formulación derivada y compacta previene de la implementación de la ecuación de Riccati. De esta forma, K se calcula off-line, mientras que P no es realmente necesaria para el problema de estimación. La Figura 7 muestra un ejemplo de los resultados obtenidos durante un transitorio rápido de SOI: el modelo u es rápido pero tiene una cierta deriva, el sensor y es lento pero con precisión en estado estacionario, y la estimación real en el instante k , $x_e(k) \in \mathbb{R}$, se calcula como sigue

$$x_e(k) = \theta(k + \tau) + \text{NO}_{x,m}(k). \quad (26)$$

En dicha Figura 7 se observa como la estimación real $x_e(k)$ mantiene las propiedades y la dinámica del modelo, pero alcanza el valor del sensor mediante la corrección de deriva. Otro ejemplo interesante de las posibilidades del algoritmo se muestra en la Figura 8, donde ahora se corrige el modelo durante la parte final (autopista) del ciclo NEDC. Nuevamente, se puede observar como la estimación representa el valor real de las emisiones de NO_x con una mayor precisión que el sensor o el modelo. Asimismo, es interesante resaltar como la deriva cambia de signo durante el ciclo. Al comienzo del mismo (entre 1000 y 1070 s aproximadamente), el valor del modelo es superior al del sensor. Sin embargo, en el resto del ciclo (desde 1070

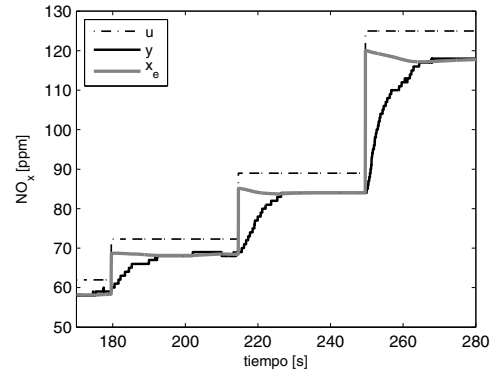


Figura 7: Estimación de NO_x (x_e) mediante filtro de Kalman para observar la deriva entre modelo u y medida de sensor y durante escalones en SOI en motor diesel. La estimación mantiene las propiedades dinámicas del modelo pero es capaz de corregir la deriva con respecto al sensor.

s en adelante), el valor del sensor es superior al del modelo. La solución obtenida mediante el algoritmo de estimación es capaz de tener en cuenta el signo del error y obtener una estimación adecuada.

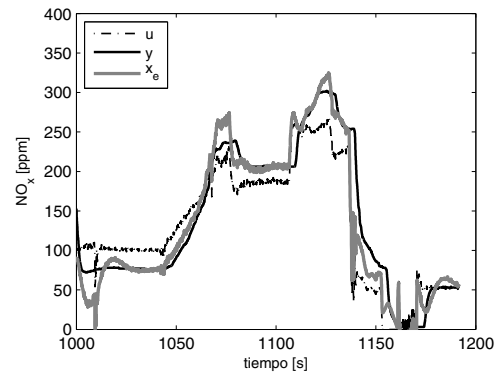


Figura 8: Estimación de NO_x (x_e) mediante filtro de Kalman para observar la deriva entre modelo u y medida de sensor y en la parte final del ciclo NEDC. La estimación mantiene las propiedades dinámicas del modelo pero es capaz de corregir la deriva con respecto al sensor.

Finalmente, una crítica del modelo de corrección de deriva es que la estimación real no es causal, esto es, $\theta(k + \tau)$ es la deriva del modelo en el instante anterior k ya que la salida del sensor tiene un cierto retraso τ , y por tanto la deriva no se calcula en tiempo real. Esto no representa un problema crítico siempre y cuando el retraso τ sea aceptable (por ejemplo, cuando se aplica para la corrección de derivas en inyectores a lo largo de la vida del motor como en (Guardiola et al., 2013b)) o cuando la estimación no es necesaria en tiempo real. Por contra, si se requiere una estimación en tiempo real se puede presentar una alternativa. Esta se basa en modelar $\theta(k)$ con una tabla o matriz de valores (en la terminología habitual en inglés, look-up table) que dependa de las condiciones del punto de operación del mo-

tor, definido por la velocidad de giro del motor $n(k) \in \mathbb{R}$ y masa de combustible inyectada $m_f(k) \in \mathbb{R}$, construyendo un mapa o función $\Theta(\cdot) : n, m_f \rightarrow \theta$. Este mapa puede ser actualizado usando $\theta(k)$, $n(k)$ y $m_f(k)$ como entradas en cada instante k .

7. Conclusión

Este trabajo presenta el diseño de un modelo de espacio de estados para la corrección de derivas en modelos y/o sensores con aplicación para la estimación de óxidos de nitrógeno (NO_x) en motores de automoción diesel. Para ello, dicho modelo tiene en cuenta la observación del error o deriva entre un modelo dinámico fiable y un sensor lento pero preciso. La observación se realiza con un filtro de Kalman.

A pesar de su sencillez, el uso del algoritmo presenta algunas ventajas incuestionables. En primer lugar, la selección del modelo es libre e independiente del algoritmo de observación; la señal del modelo se usa como una entrada al sistema, que será posteriormente corregida mediante la observación de la deriva. De esta forma, se mantiene el sistema de orden reducido 2×2 para el algoritmo de observación, independientemente del modelo elegido o su complejidad.

En segundo lugar, el modelo de deriva permite la corrección dinámica en tiempo real de parámetros no medidos y/o no considerados por el modelo, bien por su complejidad o bien porque no son medidas habitualmente medidas o estimadas en los motores comerciales (p.ej. la humedad). En estos casos, el modelo de deriva, permite pues la corrección de efectos que no están considerados por el modelo. Es de utilidad también para la corrección del envejecimiento del modelo. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que la precisión del algoritmo está supeditada a la fiabilidad y precisión estacionaria de la señal de referencia.

Para el caso propuesto, dicha señal de referencia es el sensor de NO_x . Otra de las principales aportaciones del método es el desarrollo de la solución analítica del filtro de Kalman propuesto, reduciendo las necesidades de memoria y potencia de cálculo, especialmente relativos a las capacidades de memoria dinámica de las unidades de control electrónico. Dicho filtro es estacionario cuando el modelo de corrección de deriva en espacio de estados contiene dos estados y es lineal e invariante en el tiempo; donde uno de los estados se usa para observar la deriva o error entre una cierta entrada y una salida, y los ruidos aplicados se consideran Gaussianos con covarianza constante.

La solución demuestra que la ganancia del filtro K solamente depende del cociente de covarianzas del ruido σ_w^2/σ_v^2 y favorece la interpretación del problema propuesto. Esta solución evita el cálculo de K_k en cada iteración. Además, el valor convergido de la matriz de covarianzas P también ha sido resuelto. De este modo, las necesidades de cálculo y almacenamiento en la ECU quedan limitadas a la deriva, ya que no es necesario actualizar ni almacenar ninguna matriz para dicho cálculo.

Finalmente, se ha aplicado el algoritmo propuesta a la estimación de los óxidos de nitrógeno (NO_x) en motores diésel. Dicha aplicación es de especial utilidad para la gestión de sistemas de post-tratamiento como el SCR o LNT, donde el sensor

debe ser utilizado por ejemplo para la determinación de la inyección de la solución acuosa de urea (AdBlue[®]) en los SCR (Johnson, 2012). Paralelamente, dicha formulación puede ser usada para otras variables de importancia en el motor.

English Summary

Analytical solution of the steady-state Kalman filter for observing drift on NO_x models with application to turbo-charged diesel engines

Abstract

An augmented state-space model for drift correction is proposed adding an extra-state for cancelling drift on a given model or sensor output. A Kalman filter is used for drift observation. The model is Linear Time Invariant and noise covariances are considered constant. Under these assumptions, filter is steady-state and an analytical solution to the Riccati equation can be derived. Current paper gives the analytical solution to the Kalman gain and covariance matrix from using the iterative filter equations.

Keywords:

Kalman filter; data fusion; drift correction; powertrains; NO_x ; diesel

Referencias

- Alberer, D., del Re, L., 2009. Fast oxygen based transient diesel engine operation. SAE Technical Paper 2009-01-0622.
- Andersson, M., Hultqvist, A., Johansson, B., Nöhre, C., 2006. Fast physical NO_x prediction in diesel engines. In: The Diesel Engine: The Low CO₂ and Emissions Reduction Challenge (Conference Proceedings), Lyon.
- Arise, I., Pianese, C., Sorrentino, M., 2010. Development of recurrent neural networks for virtual sensing of NO_x emissions in internal combustion engines. SAE International Journal of Fuels and Lubricants 2 (2), 354–361.
- Benaicha, F., Bencherif, K., Sorine, M., Vivalda, J., 2011. Model based mass soot observer of diesel particle filter. In: IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). Vol. 18. pp. 10647–10652.
- Chauvin, J., Moulin, P., Corde, G., Petit, N., Rouchon, P., 2006. Kalman filtering for real-time individual cylinder air fuel ratio observer on a diesel engine test bench. In: Proceedings of the American Control Conference. Vol. 2006. pp. 1886–1891.
- Desantes, J., López, J., Redón, P., Arrègle, J., 2012. Evaluation of the thermal NO formation mechanism under low-temperature diesel combustion conditions. International Journal of Engine Research 13 (6), 531–539.
- Ekstrand, B., 1983. Analytical steady state solution for a kalman tracking filter. IEEE Transactions On Aerospace and Electronic Systems AES-19 6.
- EU, 2009. Regulation (EC) No 443/2009 of the European Parliament and of the Council of 23 April 2009 setting emission performance standards for new passenger cars as part of the Community's integrated approach to reduce CO₂ emissions from light-duty vehicles. Official Journal of the European Union.
- Fauzi, N.-E., Leung, H., Kurian, A., 2011. Data fusion in intelligent transportation systems: Progress and challenges - a survey. Information Fusion 12 (1), 4–10.
- Galindo, J., Luján, J., Climent, H., Guardiola, C., 2007. Turbocharging system design of a sequentially turbocharged diesel engine by means of a wave action model. SAE Technical Paper 2007-01-1564.
- Galindo, J., Serrano, J., Guardiola, C., Blanco-Rodríguez, D., Cuadrado, I., 2011. An on-engine method for dynamic characterisation of NO_x concentration sensors. Experimental Thermal and Fluid Science 35 (3), 470–476.

- Gao, J., Harris, C., 2002. Some remarks on kalman filters for the multisensor fusion. *Information Fusion* 3, 191–201.
- Geupel, A., Kubinski, D., Mulla, S., Ballinger, T., Chen, H., Visser, J., Moos, R., 2011. Integrating NO_x sensor for automotive exhausts - a novel concept. *Sensor Letters* 9 (1), 311–315.
- Grünbacher, E., Kefer, P., del Re, L., 2005. Estimation of the mean value engine torque using an extended kalman filter. *SAE Technical Paper* 2005-01-0063. DOI: 10.4271/2005-01-0063
- Guardiola, C., Climent, H., Pla, B., Blanco-Rodríguez, D., 2014a. Ecu oriented models for NO_x prediction. part 2: adaptive estimation by using an nox sensor. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering Online*. DOI: 10.1177/0954407014561278
- Guardiola, C., Pla, B., Blanco-Rodríguez, D., Calendini, P., 2014b. Ecu oriented models for NO_x prediction. part 1: A mean value engine model for NO_x prediction. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering Online*. DOI: 10.1177/0954407014550191
- Guardiola, C., Pla, B., Blanco-Rodríguez, D., Eriksson, L., 2013a. A computationally efficient kalman filter based estimator for updating look-up tables applied to NO_x estimation in diesel engines. *Control Engineering Practice* 21 (11), 1455–1468.
- Guardiola, C., Pla, B., Blanco-Rodríguez, D., Mazer, A., Hayat, O., 2013b. A bias correction method for fast fuel-to-air ratio estimation in diesel engines. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering* 227 (8), 1099–1111.
- Hewer, G., 1973. Analysis of a discrete matrix riccati equation of linear control and kalman filtering. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 42, 226–236.
- Höckerdal, E., Frisk, E., Eriksson, L., 2009. Observer design and model augmentation for bias compensation with a truck engine application. *Control Engineering Practice* 17 (3), 408–417.
- HORIBA, August 2001. Horiba MEXA-7000DEGR instruction manual.
- Hsieh, M.-F., Wang, J., 2011. Design and experimental validation of an extended kalman filter-based NO_x concentration estimator in selective catalytic reduction system applications. *Control Engineering Practice* 19 (4), 346–353.
- Johnson, T., 2012. Vehicular emissions in review. *SAE Technical Paper* 2012-01-0368 5 (2).
- Kalman, R., 1960. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of Basic Engineering* 82 (35-45).
- Kalman, R., Bucy, R., 1961. New results in linear filtering and prediction theory. *Journal of Basic Engineering*, 95–108.
- Karlsson, M., Ekholm, K., Strandh, P., Tunestål, P., Johansson, R., 2010. Dynamic mapping of diesel engine through system identification. In: *Proc. American Control Conference*. Baltimore, MD.
- Kato, N., Nakagaki, K., Ina, N., 1996. Thick film ZrO₂ NO_x sensor. *SAE Technical Paper* 960334.
- Khaleghi, B., Khamis, A., Karray, F., Razavi, S., 2013. Multisensor data fusion: A review of the state-of-the-art. *Information Fusion* 14 (1), 28–44.
- Lainiotis, D., Assimakis, N., Katsikas, S., 1994. A new computationally effective algorithm for solving the discrete riccati equation. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 3, 868–895.
- Nash Jr., R., 1967. The general solution to a second order optimal filtering problem. *Proceedings of the IEEE* 55, 93–94.
- Payri, F., Luján, J., Guardiola, C., Pla, B., 2012. A challenging future for the ic engine: New technologies and the control role. *Keynote in ECOSM 2012 Workshop on Engine and Powertrain Control, Simulation and Modeling*.
- Polóni, T., Rohal'-Ilkiv, B., Alberer, D., del Re, L., Johansen, T., 2012. Comparison of Sensor Configurations for Mass Flow Estimation of Turbocharged Diesel Engines. Vol. 418 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*.
- Schilling, A., 2008. Model-based detection and isolation of faults in the air and fuel paths of common-rail di diesel engines equipped with a lambda and a nitrogen oxides sensor. Ph.D. thesis, ETH-Zürich.
- Schilling, A., Amstutz, A., Onder, C., Guzzella, L., 2006. A real-time model for the prediction of the NO_x emissions in DI diesel engines. In: *Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Control Applications*. Munich, Germany.
- Simon, D., 2001. Kalman filtering. *Embedded Systems Programming* 14, no. 6, 72–79.
- Smith, J., 2000. Demonstration of a fast response on-board NO_x sensor for heavy-duty diesel vehicles. swri project no. 03-02256 contract no. 98-302. Tech. rep., Southwest Research Institute Engine and Vehicle Research Division P.O. Box 28510 San Antonio, Texas 78228-0510.
- Sudano, J., 1995. Analytical solution for a steady-state kalman filter tracker with random power spectral density process noise. In: *Aerospace and Electronics Conference. NAECON 1995., Proceedings of the IEEE National* 748-751 vol.2.
- Surenahalli, H., Parker, G., Johnson, J., Devarakonda, M., 2012. A kalman filter estimator for a diesel oxidation catalyst during active regeneration of a cpf. In: *Proceedings of the American Control Conference*. pp. 4969–4974.
- Trimboli, S., Di Cairano, S., Bemporad, A., Kolmanovsky, I., 2012. Model Predictive Control with Delay Compensation for Air-to-Fuel Ratio Control. Vol. 423 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2012.
- Tschanz, F., Amstutz, A., Onder, C., Guzzella, L., 2012. Feedback control of particulate matter and nitrogen oxide emissions in diesel engines. *Control Engineering Practice* In Press.
- Westlund, A., Åmströng, H., 2009. Fast physical prediction of no and soot in diesel engines. *SAE Technical Paper* 2009-01-1121.
- Winkler-Ebner, B., Hirsch, M., del Re, L., Klinger, H., Mistelberger, W., 2010. Comparison of virtual and physical NO_x-sensors for heavy duty diesel engine application. *SAE International Journal of Engines* 3 (1), 1124–1139. DOI: 10.4271/2010-01-1296
- Yan, F., Wang, J., 2012. Pressure-based transient intake manifold temperature reconstruction in diesel engines. *Control Engineering Practice* 20 (5), 531–538.
- Zhou, G., Jørgensen, J., Duwig, C., Huusom, J., 2012. State estimation in the automotive scr deNO_x process. In: *IFAC Proceedings Volumes*. Vol. 8. pp. 501–506.

Apéndice A. Símbolos matemáticos y acrónimos

Variable	Descripción	Unidad
y	Medida de sensor	ppm
x	Vector de estado	ppm
u	Entrada del modelo en espacio de estados (NO _x)	ppm
x_e	Observación del estado	ppm
x_f	Modelado de respuesta del sensor	ppm
A, B, C, D	Matrices del sistema en espacio de estados	-
K	Ganancia del filtro de Kalman	-
σ_w^2	Varianza del proceso	-
σ_v^2	Varianza de la salida del proceso	-
P	Matriz de covarianzas del filtro de Kalman	-
Q	Matriz de ruidos del proceso	-
r	Ruido de la salida del sistema	-
τ	Retraso del sensor	s (or ms)
a	Parámetro de tiempo de respuesta discreta del sensor	-
k	Instante discreto	-
z	Variable de transformada Z	-
$NO_{x,m}$	Resultado del modelo de NO _x	ppm
m_f	Masa de combustible inyectado	mg/str
n	Régimen de giro del motor	rpm

Acrónimos	Descripción
ECU	Electronic control unit, Unidad de control electrónico
EKF	Extended Kalman filter, Filtro de Kalman extendido
EURO	Normativas Europeas de emisiones
KF	Kalman filter, Filtro de Kalman
LNT	Lean NO _x trap, Trampa de NO _x
NEDC	Nuevo ciclo europeo de conducción
	New European driving cycle
NO _x	Óxidos de nitrógeno (NO + NO ₂)
SCR	Catalizador de reducción selectiva
	Selective catalyst reduction
SOI	Start of injection, avance en la inyección