

Seguimiento de trayectorias de un robot móvil (3,0) mediante control acotado

J.F. Guerrero-Castellanos^a, M. G. Villarreal-Cervantes^b, J. P. Sánchez-Santana^{a,c}, S. Ramírez-Martínez^a

^aFacultad de Ciencias de la Electrónica, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP), Ciudad universitaria, C. P. 72570, Puebla, México

^bCIDETEC, Instituto Politécnico Nacional, Av. Juan de Dios Bátiz s/n, Col. Nueva Industrial Vallejo, Deleg. Gustavo A. Madero, C.P. 07700, México D.F.

^cUniversidad Politécnica de Puebla (UPPUE), Tercer Carril del Ejido "Serrano" s/n, San Mateo Cuanalá, Juan C. Bonilla, C. P. 72640, Puebla, México.

Resumen

El presente trabajo aborda el problema de seguimiento de trayectoria para el robot (3,0) basado en su modelo cinemático y propone una solución mediante el diseño de una estrategia de control que a priori toma en cuenta las cotas máximas permitidas de la señal de control *i.e.* la velocidad lineal y angular máximas que puede alcanzar el robot móvil. El objetivo es maximizar el uso de los actuadores sin poner en riesgo la estabilidad del sistema. La ley de control no lineal resultante se compone de un compensador no lineal basado en el modelo cinemático y de funciones de saturación anidadas. Esta ley de control contiene parámetros de sintonización que permiten que las trayectorias de la dinámica del error ingresen a una vecindad del origen, en un tiempo finito y se mantengan de ahí en adelante. Resultados experimentales sustentan los resultados teóricos, muestran el desempeño del sistema de control en lazo cerrado y lo comparan con una estrategia que no toma en cuenta los límites de la señal de control. Debido a su simplicidad, la estrategia de control propuesta permite ser implementada en sistemas embebidos con bajo coste computacional. Copyright © 2014 CEA. Publicado por Elsevier España, S.L. Todos los derechos reservados.

Palabras Clave:

Robot móvil (3,0), control acotado, función de saturación, control no lineal, seguimiento de trayectoria.

1. Introducción

En los últimos años los avances en sensores, actuadores, sistemas de cómputo embebido, sistemas de comunicaciones y sistemas de alimentación, han permitido que se mantenga un fuerte interés por la robótica móvil terrestre (Dierks and Jagannathan, 2007; Yandong et al., 2010; Shen et al., 2011; Saindon et al., 2011; Arias et al., 2011), y en particular, por el robot móvil omnidireccional también conocido como robot móvil (3,0). Este interés se debe a las múltiples aplicaciones en las que este tipo de vehículos pueden ser considerados, operando de manera individual (Rivera, 2006; Velasco-Villa et al., 2007; El-Shenawy et al., 2008) o cooperativa como es el caso del robot manipulador paralelo móvil omnidireccional propuesto en (Villarreal-Cervantes et al., 2012a). A diferencia de los robots no-holónomos (e.g. configuración diferencial o Ackerman) que requieren previamente un movimiento de rotación antes de realizar la traslación (Araújo et al., 2014), el robot móvil (3,0) posee "total movilidad en el plano", lo que significa que en

cualquier instante se puede mover en cualquier dirección independientemente de su orientación. Esta capacidad los hace muy atractivos en ambientes dinámicos donde una gran capacidad de movilidad y respuesta es deseable (Villarreal-Cervantes et al., 2012a).

En general el desarrollo de algoritmos de control de movimiento de los robots móviles se clasifican en dos categorías: el control basado en el modelo dinámico (Cañas et al., 2014) y el control basado en el modelo cinemático (Campion and Bastin, 1996; Sira-Ramírez et al., 2011). Un modelo dinámico describe directamente la relación entre las fuerzas y pares generados por cada uno de los motores conjuntamente con las ruedas y el movimiento del robot. En este caso los pares aplicados a cada rueda son considerados la entrada del sistema y el movimiento del robot, en términos de posición y velocidad angular y lineal, la salida. Una gran número de trabajos han abordado este enfoque con sólidos resultados (Rivera, 2006). Desafortunadamente, este enfoque muestra algunas desventajas, ya que en general las leyes de control son dependientes del modelo por lo que las variaciones dinámicas causadas por los cambios en el momento de inercia del robot o cambio en los parámetros del sistema debido a imperfecciones mecánicas o desgaste, hacen que la robustez del sistema en lazo cerrado esté altamente comprometida y los algoritmos de control sean complejos y difíciles de implemen-

Correos electrónicos: fguerrero@ece.buap.mx (J.F. Guerrero-Castellanos), mvillarreal@ipn.mx (M. G. Villarreal-Cervantes), jose.sanchez@uppuebla.edu.mx (J. P. Sánchez-Santana), sramirez@ece.buap.mx (S. Ramírez-Martínez)
URL: www.fguerrero.ece.buap.mx (J.F. Guerrero-Castellanos)

tar en sistemas embebidos donde el poder de cálculo se reduce. Asumiendo que no existe deslizamiento de las ruedas, que el terreno es totalmente plano y que se tienen los sensores suficientes, el uso del modelo cinemático en el desarrollo de leyes de control es bastante útil ya que la estructura de los mismos resultan relativamente simples y fáciles a implementar. Bajo este enfoque, las entradas del sistema son las velocidades angulares en cada una de las ruedas del robot y se considera como salida la velocidad lineal y angular del centro de masas del robot. En este caso el comportamiento dinámico de los actuadores se considera lo suficientemente rápido, en comparación al comportamiento dinámico del robot mismo, lo que permite ser ignorado. De esta forma se asume que las velocidades deseadas en cada una de las ruedas se pueden alcanzar inmediatamente, es decir, la respuesta del motor es instantánea. Sin embargo, estas consideraciones son bastante conservativas ya que en la realidad existe un límite en la respuesta dinámica del actuador lo que puede degradar el desempeño en los movimientos del robot, sobre todo cuando las leyes de control son discontinuas. Otro aspecto fundamental en el control de robots es el aspecto estático de los actuadores, es decir, los límites de saturación. Puesto que en la práctica las velocidades que puede alcanzar cualquier motor están acotadas por las características físicas, estos límites deben ser tomados en cuenta dentro del diseño del control, ya que de lo contrario estos efectos pueden provocar un desempeño pobre e incluso la inestabilidad del sistema en lazo cerrado (Scolari Conceição et al., 2006; Indiveri et al., 2006).

El desarrollo de leyes de control que permitan obtener señales de control acotadas es de constante interés ya que todos los dispositivos de control (actuadores) están sujetos a restricciones de amplitud, fuerzas, torques, voltaje, flujo, etc. En realidad, todas las entradas físicas en cada tecnología están restringidas, así que es una necesidad, el diseño de controladores que tomen en cuenta estas características.

En las últimas décadas, varios métodos se han propuesto para el diseño de este tipo de controladores con un enfoque completamente no lineal. Este eje fue iniciado por (Teel, 1992), quien propone un control basado en funciones de saturación anidadas para la estabilización de la cadena de integradores. A partir de éste, varios trabajos fueron desarrollados extendiendo los resultados y proponiendo mejoras respecto a la velocidad de convergencia y robustez (Sussmann et al., 1994; Johnson and Kannan, 2003; Marchand and Hably, 2005; Kaliora and Astolfi, 2005; Yong and Ru-Ning, 2010) y aplicados en una gran cantidad de áreas, como la robótica de manipuladores (Álvarez et al., 2003), ingeniería civil (Arfiadi and Hadi, 2006), robótica aérea y terrestre (Guerrero-Castellanos et al., 2011; Rifai et al., 2012; Chaos et al., 2013) y sistemas con retardos (Fischer et al., 2013). Sin embargo, hasta donde llega el conocimiento de los autores, no se ha encontrado en la literatura estrategias de control no lineal para el robot (3,0) que permita obtener señales de control acotadas de manera explícita y que garantice la convergencia asintótica global de las trayectorias del sistema en lazo cerrado a las trayectorias deseadas.

El presente trabajo aborda el problema de seguimiento de trayectoria para el robot (3, 0) y propone una solución mediante el diseño de una estrategia de control que a priori toma en cuenta

las cotas máximas permitidas de la señal de control *i.e.* la velocidad lineal y angular máximas que puede alcanzar el robot móvil. Esto permite maximizar el uso de los actuadores, sin poner en riesgo la estabilidad del sistema. El resultado es una ley de control no lineal relativamente simple basada en funciones de saturación anidadas que permite ser implementada en sistemas embebidos con bajo poder computacional. Además, la ley de control contiene parámetros de sintonización que permiten modificar la velocidad de convergencia de las trayectorias del sistema en lazo cerrado.

El artículo está organizado de la siguiente manera: en la sección 2 se establece el modelo cinemático del robot móvil. La sección 3 corresponde al diseño de la estrategia de control. En la sección 4 se presenta el prototipo experimental y se analizan los resultados experimentales obtenidos. Finalmente, las conclusiones y perspectivas se presentan en la sección 5.

2. Modelo Cinemático

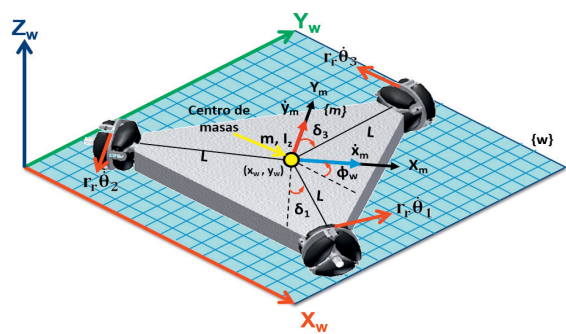
De acuerdo a la clasificación establecida por Campion and Bastin (1996) el robot móvil (3,0) es un robot holónomo con tres ruedas omnidireccionales que tiene la capacidad de moverse en cualquier dirección con cualquier orientación. Presenta tres grados de movilidad y no contempla grado de direccionalidad.

La representación esquemática del robot móvil (3,0), se muestra en la Figura 1. Un sistema de coordenadas inercial $\{w\}$ y un sistema de coordenadas $\{m\}$ se fijan en el plano de movimiento y en el robot móvil, respectivamente. Sea $\dot{\eta}_w = [\dot{x}_w \ \dot{y}_w \ \dot{\phi}_w]^T$ y $\dot{\eta}_m = [\dot{x}_m \ \dot{y}_m \ \dot{\phi}_m]^T$ la velocidad lineal y angular del robot móvil con respecto al sistema de coordenadas inercial $\{w\}$ y al sistema de coordenadas del móvil $\{m\}$, respectivamente. Se asume que el robot móvil tiene una estructura rígida, con ruedas que no se deforman, no deslizan y su movimiento es en un plano horizontal (suelo) con un punto de contacto entre la rueda y el suelo; considerando los ángulos descritos por el eje Y_m y el eje axial de la rueda como $\delta_1 = \frac{\pi}{6}$ y $\delta_3 = \frac{\pi}{3}$ (ver Figura 1), el modelo cinemático se puede representar en (1). Cabe mencionar que los valores de los ángulos δ_1 y δ_2 forman parte del diseño del robot móvil ya que maximizan su destreza (Villarreal-Cervantes et al., 2012b).

$$\begin{aligned}\dot{x}_w &= \dot{x}_m \cos \phi_w - \dot{y}_m \sin \phi_w \\ \dot{y}_w &= \dot{x}_m \sin \phi_w + \dot{y}_m \cos \phi_w \\ \dot{\phi}_w &= \dot{\phi}_m\end{aligned}\quad (1)$$

El mapeo entre la velocidad lineal de las ruedas y la velocidad angular y lineal del sistema de coordenadas del robot móvil se representa en (2) donde $\dot{\theta} = [\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3]^T$ es la velocidad angular de las ruedas, $r_r = 0.0625m$ es el radio de las ruedas y la distancia entre el centro geométrico del móvil y la rueda se representa como $L = 0.287m$.

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_1 r_r &= \frac{1}{2} \sqrt{3} \dot{x}_m + \frac{1}{2} \dot{y}_m + L \dot{\phi}_m \\ \dot{\theta}_2 r_r &= -\dot{y}_m + L \dot{\phi}_m \\ \dot{\theta}_3 r_r &= -\frac{1}{2} \sqrt{3} \dot{x}_m + \frac{1}{2} \dot{y}_m + L \dot{\phi}_m\end{aligned}\quad (2)$$



3. Los parámetros $a_{i1}, a_{i2} \in \mathbb{R}^+$ son parámetros de sintonización y permiten regular la velocidad de convergencia a cero de las trayectorias de la dinámica del error. Además, y como se observa en la demostración, cuando las trayectorias de la dinámica del error se encuentran en una vecindad del origen y las funciones de saturación se encuentran funcionando en la región lineal, los parámetros $a_{i1}, a_{i2} \in \mathbb{R}^+$ se convierten en los polos de la dinámica del error en lazo cerrado.

Observación 2. De acuerdo a (4) y al resultado mencionado en el Teorema anterior, las señales de control i.e. la velocidad lineal y angular, quedan acotadas de acuerdo a (10), donde $\max(\star)$ es el elemento con el valor más grande del vector \star .

$$\begin{aligned} |u_1| &\leq \max(M_{13}, M_{23}, 0.707(M_{13} + M_{23})) \\ |u_2| &\leq \max(M_{13}, M_{23}, 0.707(M_{13} + M_{23})) \\ |u_3| &\leq M_{33} \end{aligned} \quad (10)$$

Observación 3. Como fue mencionando en la sección 2, el mapeo entre la velocidad lineal de las ruedas y la velocidad angular y lineal del sistema de coordenadas del robot móvil se representa mediante (2). Entonces, de acuerdo a la relación (10), las velocidades angulares de las ruedas del robot quedan acotadas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} |\dot{\theta}_1| &\leq \frac{1}{r_r} \left(\frac{1 + \sqrt{3}}{2} \max(M_{13}, M_{23}, 0.707(M_{13} + M_{23})) + LM_{33} \right) \\ |\dot{\theta}_2| &\leq \frac{1}{r_r} (\max(M_{13}, M_{23}, 0.707(M_{13} + M_{23})) + LM_{33}) \\ |\dot{\theta}_3| &\leq \frac{1}{r_r} \left(\frac{1 + \sqrt{3}}{2} \max(M_{13}, M_{23}, 0.707(M_{13} + M_{23})) + LM_{33} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

4. Resultados experimentales

La estrategia de control propuesta fue implementada experimentalmente en el robot móvil (3,0) que se muestra en la Fig. 2. El prototipo fue diseñado y manufacturado en el Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en Cómputo del Instituto Politécnico Nacional, México. D.F. El robot móvil cuenta con una tarjeta madre de la marca Gigabyte modelo Mini-ITX GA-D425TUD dotada de un procesador Intel® Atom™ D525, 4GB de RAM, 250GB disco duro, una tarjeta de adquisición de datos de la marca Sensoray modelo 626, tres controladores de potencia de la marca Advanced Motion modelo 12A8 y dos baterías de ácido-plomo de 12 Voltios a 12Ah.

Con el propósito de obtener la posición y velocidad del origen del sistema de coordenadas del robot móvil $\{m\}$ con respecto al sistema de referencia inercial $\{w\}$ y denotadas por $\bar{n}_w = [\bar{x}_w(t) \ \bar{y}_w(t) \ \bar{\phi}_w(t)]^T$ y $\dot{\bar{n}}_w = [\dot{\bar{x}}_w(t) \ \dot{\bar{y}}_w(t) \ \dot{\bar{\phi}}_w(t)]^T$, respectivamente, se implementó un sistema de localización absoluta con base en odometría. Así, para un tiempo de muestreo Δt , la posición absoluta del robot móvil se estima mediante (12) - (14), donde $\Delta S_i \ \forall i \in \{1, 2, 3\}$, es el desplazamiento lineal de la i -ésima rueda.

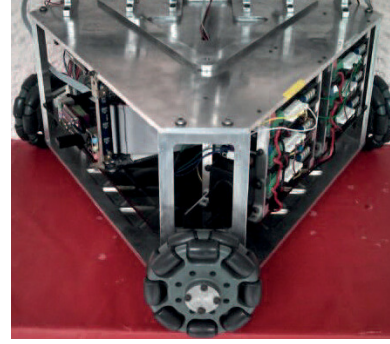


Figura 2: Prototipo experimental.

$$\begin{aligned} \bar{x}_w(t + \Delta t) &= \bar{x}_w(t) - \frac{1}{3} \Delta S_1 (\sin \bar{\phi}_w(t) + \sqrt{3} \cos \bar{\phi}_w(t)) \\ &\quad - \frac{1}{3} \Delta S_3 (\sin \bar{\phi}_w(t) - \sqrt{3} \cos \bar{\phi}_w(t)) \\ &\quad + \frac{2}{3} \Delta S_2 \sin \bar{\phi}_w(t) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \bar{y}_w(t + \Delta t) &= \bar{y}_w(t) + \frac{1}{3} \Delta S_1 (\cos \bar{\phi}_w(t) + \sqrt{3} \sin \bar{\phi}_w(t)) \\ &\quad + \frac{1}{3} \Delta S_3 (\cos \bar{\phi}_w(t) - \sqrt{3} \sin \bar{\phi}_w(t)) \\ &\quad - \frac{2}{3} \Delta S_2 \cos \bar{\phi}_w(t) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\bar{\phi}_w(t + \Delta t) = \bar{\phi}_w(t) + \frac{1}{3L} (\Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3) \quad (14)$$

Es necesario mencionar que la velocidad de cada motor del robot móvil se controla de forma local mediante un control proporcional integral (PI). De esta forma, la estrategia de control adquiere una estructura en cascada, siendo el control en el lazo interno cada uno de los controles PI y el control en el lazo externo el propuesto mediante (4) y (9). La Fig. 3 muestra el diagrama a bloques de la implementación de la estrategia de control.

Para realizar los experimentos, se seleccionó el tiempo de muestreo $\Delta t = 5ms$ y las ganancias del controlador PI para la velocidad angular de las ruedas (lazo interno de control) como $k_{p_i} = 0.7$, $k_{i_i} = 2.5 \ \forall i \in \{1, 2, 3\}$. Además, experimentalmente se observó que la máxima velocidad angular de los motores es de 4.3 rad/s , así para satisfacer la desigualdad (11) se obtienen los siguientes parámetros de la función de saturación $\sigma_{M_{ij}}$: $M_{11} = 0.012$, $M_{12} = 0.027$, $M_{13} = 0.1565$, $M_{21} = 0.015$, $M_{22} = 0.030$, $M_{23} = 0.1615$, $M_{31} = 0.052$, $M_{32} = 0.117$, $M_{33} = 0.517$. Los parámetros restantes de la ley de control acotado se establecen de la siguiente manera: $a_{11} = 1$, $a_{12} = a_{22} = 0.3$, $a_{21} = 2$, $a_{31} = 10$, $a_{32} = 1$. Note que estos últimos parámetros permiten regular la velocidad de convergencia, ya que representan los valores propios del sistema en lazo cerrado cuando las funciones de saturación trabajan en su región lineal.

La trayectoria deseada a seguir por el robot móvil (3,0) se parametriza mediante una lemniscata de Bernoulli contenida en

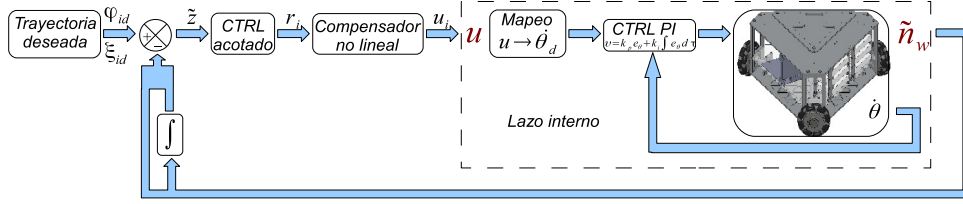


Figura 3: Diagrama a bloques de la estrategia de control acotado.

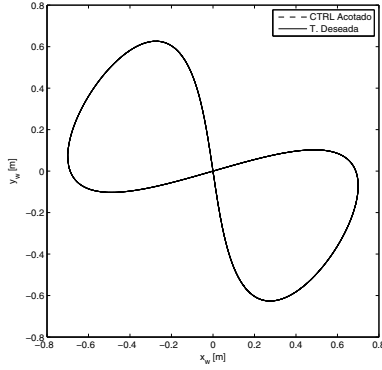


Figura 4: Posición deseada (línea continua) y real (línea discontinua) del centro de masa del robot móvil, expresado en el sistema de referencia inercial $\{w\}$ considerando el sistema de control acotado.

un área de $1.4m \times 1.4m$, centrada en $(0,0)$ y con un periodo de $50s$ (tiempo en el que el robot móvil $(3,0)$ debe realizar un recorrido completo de la trayectoria). Además, la orientación del robot móvil debe seguir una señal sinusoidal con amplitud de $\pi \text{ rad}$ y periodo de $50s$. Dicha trayectoria se describe en (15).

$$\begin{aligned}\xi_{1d} &= 0.2161 \sin(0.2513t) - 0.5890 \sin(0.1256t) \\ \xi_{2d} &= 0.3365 \sin(0.2513t) + 0.3782 \sin(0.1256t) \\ \xi_{3d} &= \pi \sin(0.1256t)\end{aligned}\quad (15)$$

En la Fig. 4 y la Fig. 5 se muestran los resultados experimentales del desempeño del sistema de control propuesto en el seguimiento de la trayectoria sobre el plano X_w-Y_w y alrededor del eje Z_w (posición angular ϕ_w), respectivamente. Además la Fig. 6a y Fig. 6b muestran la evolución de la magnitud del vector de error de posición lineal: $e_{xy} = \|[\tilde{z}_{12} \ \tilde{z}_{22}]^T\|$ y la magnitud del error de posición angular: $e_\phi = \|\tilde{z}_{32}\|$, respectivamente. Note que estas magnitudes evolucionan en una vecindad de cero, lo cual indica que el sistema en lazo cerrado tiene el comportamiento deseado.

Con el propósito de evaluar las ventajas del esquema de control propuesto con respecto a un esquema clásico, se propone un segundo experimento considerando una trayectoria deseada descrita en (16), cuya diferencia con la trayectoria mostrada en (15) radica en el periodo. La intención es obligar que el robot móvil recorra la trayectoria completa ahora en $40s$, en lugar de $50s$ como en el caso anterior, y en consecuencia obligar que la velocidad deseada de las ruedas 1 y 3 del robot móvil alcance el valor de velocidad angular máxima permitida por los motores,

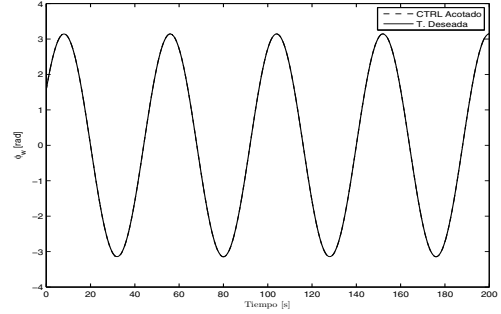


Figura 5: Evolución de la posición angular deseada (línea continua) y real (línea discontinua) del robot móvil considerando el sistema de control acotado.

i.e., $|\dot{\theta}_{dk}| \geq |\dot{\theta}_{dk}^{max}| = 4.3 \text{ rad/s}$ con $k \in \{1, 3\}$.

$$\begin{aligned}\xi_{1d} &= 0.2161 \sin(0.3141t) - 0.5890 \sin(0.1570t) \\ \xi_{2d} &= 0.3365 \sin(0.3141t) + 0.3782 \sin(0.1570t) \\ \xi_{3d} &= \pi \sin(0.1570t)\end{aligned}\quad (16)$$

Los resultados experimentales usando la estrategia de control acotado propuesto, el cual es una ley de control no lineal, se compara con un enfoque totalmente lineal, el cual tiene una estructura similar a la ley de control (9), pero cuya diferencia radica en que no se consideran las funciones de saturación $\sigma_{M_{ij}}$, esto significa que no existen cotas M_{ij} en la señal de control, i.e. $M_{ij} = \infty \forall i, j \in \{1, 2, 3\}$. En lo que sigue se le nombra a esta última estrategia de control como *control no acotado*, mientras que al propuesto se le llamará simplemente *control acotado*. Note que los valores de los parámetros de sintonización $a_{i1}, a_{i2} \in \mathbb{R}^+$ se mantienen sin cambios para ambas estrategias.

En la Fig. 7 y la Fig. 8 se muestran y comparan los resultados experimentales del desempeño de ambas estrategias de control en el seguimiento de la trayectoria sobre el plano X_w-Y_w y alrededor del eje Z_w (posición angular ϕ_w), respectivamente. La Fig. 9a y Fig. 9b muestran la evolución de la magnitud del vector de error de posición lineal: $e_{xy} = \|[\tilde{z}_{12} \ \tilde{z}_{22}]^T\|$ y la magnitud del error de posición angular: $e_\phi = \|\tilde{z}_{32}\|$, respectivamente. De la misma forma, en la Tabla 1 se muestra el promedio (*mean*) y la desviación estándar (*std*) del error de posición lineal y angular, datos obtenidos mediante diez ejecuciones de ambas estrategias de control sobre la plataforma experimental. Se observa claramente que el promedio y la desviación estándar del error de posición lineal del control acotado es menor que del control no acotado. El error originado por la estrategia de control no acotado es muy visible en el plano $X_w - Y_w$ (ver Fig.

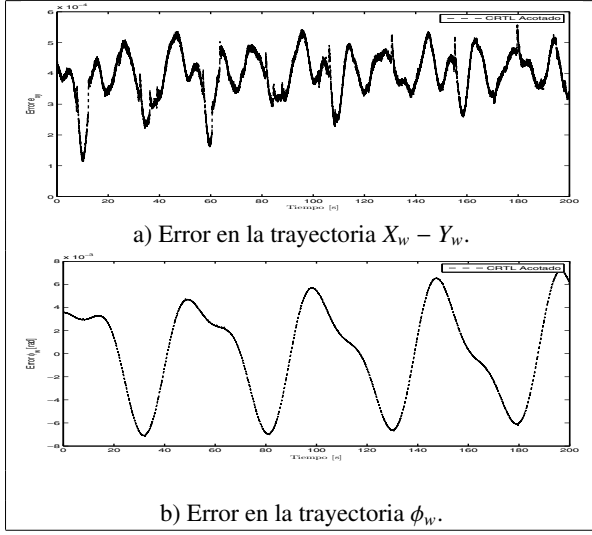


Figura 6: Evolución de las variables de error de posición lineal y angular para la trayectoria (15).

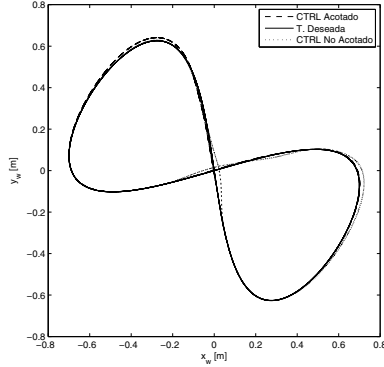


Figura 7: Posición deseada (línea continua) y real del centro de masa del robot móvil, expresado en el sistema de referencia inercial $\{w\}$ considerando el sistema de control acotado (línea discontinua) y el sistema de control no acotado (línea de puntos).

7). Se observa en la misma Tabla que el promedio del error de posición angular e_ϕ es menor en el caso del sistema de control acotado, aunque su desviación estándar aumenta ligeramente en comparación con el sistema de control no acotado debido a que se presenta un pico de error de posición angular cada 20s aproximadamente (ver Fig. 9b), el cual se origina por el acoplamiento de las señales de control.

Como se mencionó al inicio de esta sección, la estrategia de control posee una estructura en cascada, siendo el control en el lazo interno cada uno de los controles PI que controlan la velocidad angular de los motores y el control en el lazo externo, el propuesto mediante (4) y el control acotado (9), así como el control no acotado descrito anteriormente. La Fig. 10 muestra la evolución de las velocidades angulares deseadas utilizando el control acotado y el control no acotado. Note que en el caso del control acotado, las velocidades angulares deseadas nunca sobrepasarán el límite establecido ($|\dot{\theta}_{d_k}^{max}| = 4.3 \text{ rad/s}$, \forall

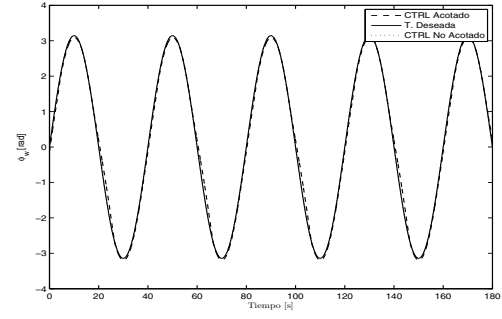


Figura 8: Evolución de la posición angular deseada (línea continua) y real del robot móvil considerando el sistema de control acotado (línea discontinua) y el sistema de control no acotado (línea de puntos).

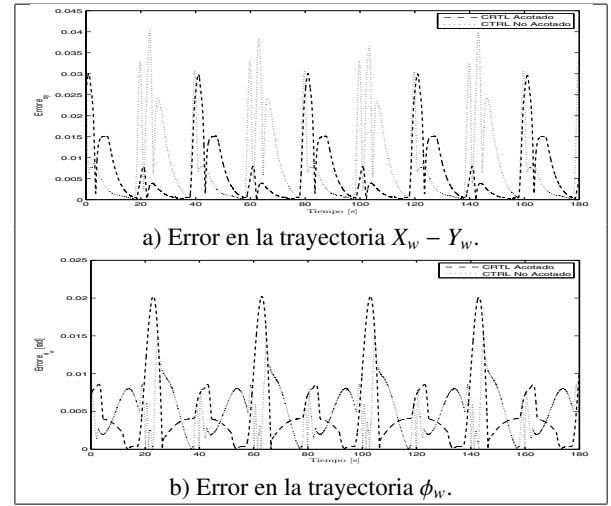
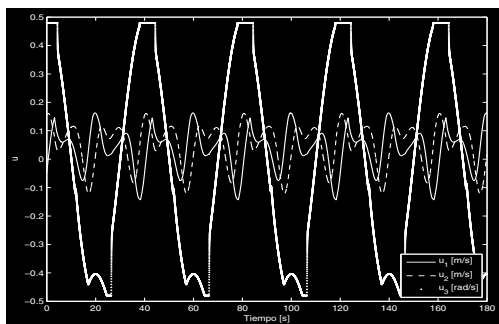
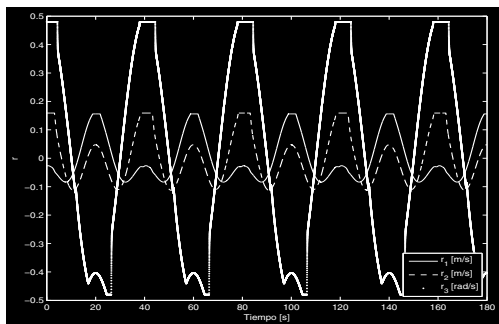
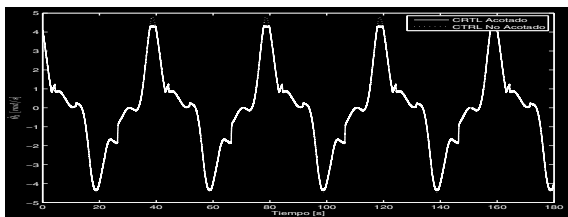
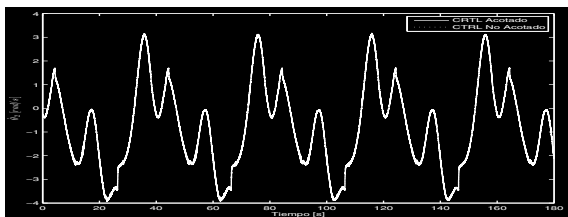
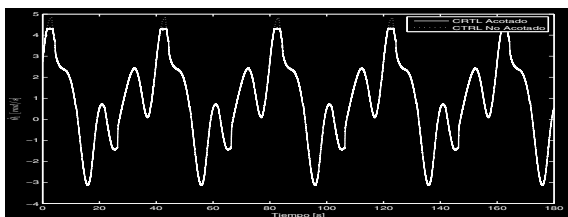


Figura 9: Evolución de las variables de error de posición lineal y angular, considerando el sistema de control acotado (línea discontinua) y el sistema de control no acotado (línea de puntos).

$k \in \{1, 2, 3\}$), puesto que los límites de las funciones de saturación fueron seleccionadas de acuerdo a estos límites físicos (ver Observación 2 y 3). Sin embargo, en el caso del control no acotado, las velocidades angulares deseadas no tienen ninguna restricción y en consecuencia se corre el riesgo que éstas sobrepasen el valor máximo permitido, como es el caso mostrado durante los instantes 40s, 80s, 120s, para la rueda 1 y 3 (ver Fig. 10a y Fig. 10b). Es necesario mencionar que durante estos instantes los controladores PI provocan la saturación de los motores y que el lazo de control externo se abra, dejando al sistema en lazo abierto temporalmente (Aström and Murray (2010), Cap.10). Este efecto provoca precisamente los errores en posición lineal y angular descritos anteriormente. En el caso de que el sistema se mantenga en lazo abierto, durante un tiempo considerable, la inestabilidad podría ocurrir. Afortunadamente, esto no pasa con el control acotado ya que los límites máximos permitidos por los actuadores son tomados en cuenta a priori en el diseño del control, dotando al sistema de control de robustez.

Finalmente, la evolución de las señales de control (9) i.e.



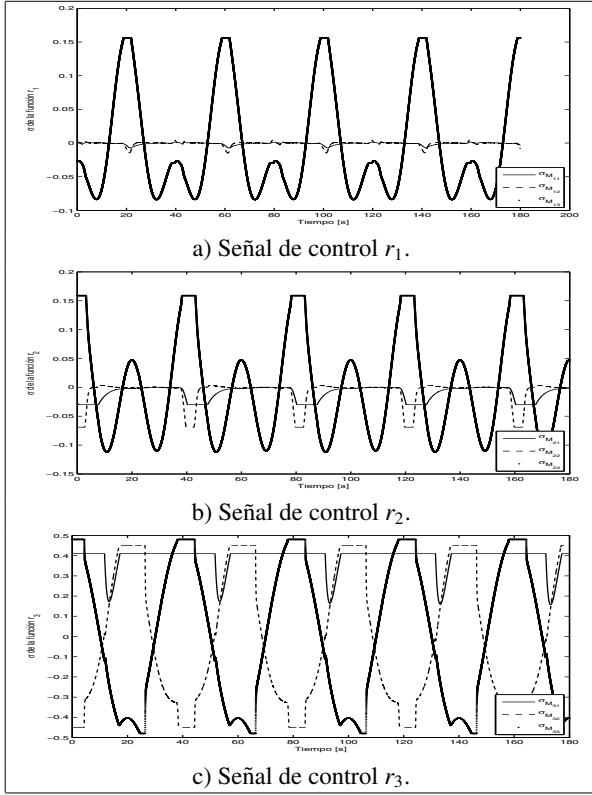


Figura 13: Evolución de las tres funciones de saturación anidadas que conforman la señal de control acotado

control. Los resultados experimentales muestran la efectividad de la estrategia de control acotado con respecto a un control no acotado; el promedio de la magnitud del vector de error de la posición lineal y angular para el control propuesto en este trabajo son: $mean(e_{xy}) = 6.78e-3$, $mean(e_\phi) = 5.20e-03$ respectivamente, mientras que para un control con señales de control no acotadas son: $mean(e_{xy}) = 8.91e-3$, $mean(e_\phi) = 6.33e-03$. En el futuro se explorará el diseño de un control disparado por eventos (Guerrero-Castellanos et al., 2014) para la estabilización y/o seguimiento de trayectorias para el robot (3,0) y donde los métodos de navegación combinen la odometría, sistemas de navegación inercial y GPS.

English Summary

Trajectory tracking of a mobile robot (3,0) by means of bounded control.

Abstract

The present work deals with the tracking problem of a mobile robot (3,0) based on the kinematic model and proposes a control strategy that takes into account a priori input signals bounds *i.e.* the linear and angular velocity of the robot. The objective of this control approach is to maximize the effectiveness of the actuators without taking a risk in the system stabi-

lity. The resulting nonlinear control is composed of a nonlinear compensator based on the kinematic model and nested saturation approach. The control law can be tuned to force the error dynamics trajectories to enter in a neighborhood of the origin in a finite time and remain thereafter. Experimental results show the performance of the closed loop system. Furthermore, owing to simplicity, the proposed control law is suitable for application where on-board computational resources are limited.

Keywords:

Mobile robot (3,0), bounded control, nested function, nonlinear control, trajectory tracking.

Agradecimientos

El primer autor agradece a la Vicerrectoría de Investigación y Estudios de Posgrado de la BUAP por el apoyo brindado en esta investigación bajo el proyecto GUCJING14-I. El segundo autor agradece el apoyo de la Comisión de Operación y Fomento de Actividades Académicas (COFAA) y a la Secretaría de Investigación y Posgrado (SIP) del Instituto Politécnico Nacional bajo los proyectos No. 20131053, 20140926 y al CONACYT bajo el apoyo 182298. El tercer autor agradece el apoyo brindado por Facultad de Ciencias de la Electrónica de la BUAP y a la UPPUE por el otorgamiento del año sabático que permitió la culminación del presente trabajo. El cuarto autor agradece al CONACYT por la beca de estudios de maestría.

Apéndice A. Demostración del Teorema 1

Demostración. Dada la ley de control, si la magnitud de $\dot{\xi}_{id}$ cumple siempre con $|\dot{\xi}_{id}| \leq M_{i3} - \delta_i$ para todo $t > t_0$ con $M_{i2} \leq \delta_i$, entonces $\sigma_{M_{i3}}(\cdot)$ se encuentra funcionando en la región lineal, resultando (A.1).

$$\begin{aligned} \dot{z}_{i1} &= \tilde{z}_{i2} \\ \dot{z}_{i2} &= -\sigma_{M_{i2}}(a_{i1}\tilde{z}_{i2} + \sigma_{M_{i1}}(a_{i2}\tilde{z}_{i2} + a_{i1}a_{i2}\tilde{z}_{i1})) \end{aligned} \quad (A.1)$$

Para proseguir con la demostración, se define el siguiente cambio de variables:

$$\zeta_{i1} = a_{i1}a_{i2}\tilde{z}_{i1} - a_{i2}\tilde{z}_{i2}, \quad \zeta_{i2} = a_{i1}\tilde{z}_{i2} \quad (A.2)$$

En consecuencia, el sistema (A.1) se escribe como:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_{i1} &= a_{i2}[\zeta_{i2} - \sigma_{M_{i2}}(\zeta_{i2} + \sigma_{M_{i1}}(\zeta_{i1}))] \\ \dot{\zeta}_{i2} &= -a_{i1}\sigma_{M_{i2}}(\zeta_{i2} + \sigma_{M_{i1}}(\zeta_{i1})) \end{aligned} \quad (A.3)$$

Con el fin de analizar la convergencia de las variables del sistema, considere primeramente la evolución del estado ζ_{i2} . Considere la función candidata de Lyapunov $V_{i2} = \zeta_{i2}^2$. Derivando esta función y evaluándola a lo largo de las trayectoria de ζ_{i2} , se obtiene $\dot{V}_{i2} = 2\zeta_{i2}\dot{\zeta}_{i2} = -2a_{i1}\zeta_{i2}\sigma_{M_{i2}}(\zeta_{i2} + \sigma_{M_{i1}}(\zeta_{i1}))$. Suponiendo que $|\zeta_{i2}| > 2M_{i1}$, *i.e.* $|\zeta_{i2}| \in [2M_{i1}, +\infty]$, lo que implica que

