

## Una Técnica Bayesiana y de Varianza Mínima para Segmentación del Lumen Arterial en Imágenes de Ultrasonido

Sergio Rogelio Tinoco-Martínez<sup>a</sup>, Felix Calderon<sup>a,\*</sup>, Carlos Lara-Alvarez<sup>a</sup>, Jaime Carranza-Madrigal<sup>b</sup>

<sup>a</sup>División de Estudios de Posgrado. Facultad de Ingeniería Eléctrica

<sup>b</sup>Escuela de Enfermería y Salud Pública.

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.

Santiago Tapia 403. Colonia Centro.

Morelia, Michoacán, México. C. P. 58000

### Resumen

Las enfermedades cardiovasculares (*ECVs*) son la causa principal de decesos en el mundo entero. Basada en el ultrasonido, la valoración principal de las *ECVs* es la medición de la íntima-media carotídea y de la función endotelial humeral. En este trabajo se proponen mejoras a la metodología automática de detección del lumen arterial, fundamental en las pruebas referidas, presentada en (Calderon et al., 2013); basada en grafos y detección de bordes. Se propone un criterio bayesiano para segmentar el árbol de expansión mínima del grafo creado con los puntos intermedios entre los bordes. El lumen se localiza aplicando sobre las trayectorias segmentadas tres criterios: de longitud, de oscuridad y, el propuesto, de varianza mínima. En 294 sonografías el error promedio en la detección de la pared humeral cercana es  $14.6 \mu\text{m}$  y desviación estándar  $17.0 \mu\text{m}$ . En la pared lejana es  $15.1 \mu\text{m}$  y desviación estándar  $14.5 \mu\text{m}$ . Nuestra metodología mantiene el desempeño superior a los resultados en la literatura reciente que la metodología original presenta; superándola en exactitud general. Copyright © 2014 CEA. Publicado por Elsevier España, S.L. Todos los derechos reservados.

**Palabras Clave:** Detección automática, ultrasonografía, carótida, humeral, lumen, bayesiano, varianza, grafos, ajuste polinomial

### 1. Introducción

Información reciente de la *Organización Mundial de la Salud (O.M.S.)* (Organización Mundial de la Salud, 2011) señala que las enfermedades cardiovasculares (*ECVs*) son la causa principal de decesos en el mundo entero. Las *ECVs* incluyen las enfermedades de las arterias coronarias, los accidentes cerebrovasculares, las enfermedades de las arterias periféricas, las fallas del corazón y la hipertensión.

El ultrasonido es una de las herramientas principales utilizadas para la prevención de las *ECVs*, esto se debe a que es una técnica no invasiva para el paciente, aunado a la rapidez relativa con la cual se examina mediante esta herramienta. La desventaja principal del ultrasonido es su dependencia en las habilidades del operador, el cual requiere de entrenamiento especial para interpretar la imagen de ultrasonido, que generalmente es muy ruidosa.

La patología más inquietante asociada a las *ECVs* es la *aterosclerosis*. La aterosclerosis es una degeneración progresiva que reduce el lumen de la arteria y provoca el engrosamiento de la pared arterial. El desarrollo progresivo de esta enfermedad se ha correlacionado con el incremento del riesgo de sufrir *ECVs*, lo cual implica que la vigilancia del proceso aterosclerótico es de importancia muy especial en la medicina práctica (Molinari et al., 2010b).

Basados en el ultrasonido, los marcadores principales con que se valoran las *ECVs* y la aterosclerosis son dos: la prueba de medición del grosor de la íntima-media carotídea (*IMT – Intima-Media Thickness*) (Amato et al., 2007), y la prueba de la función endotelial de la arteria humeral (*FEAH*) (Celermajer et al., 1994).

Las pruebas *IMT* y *FEAH* requieren de la detección del lumen arterial carotídeo y humeral, respectivamente, a fin de ejecutarse correctamente. En este sentido, Calderon et al. (Calderon et al., 2013) propusieron en 2013 un algoritmo basado en grafos para la detección automática del lumen arterial en imágenes de ultrasonido.

El algoritmo propuesto primero determina los bordes de la ecografía, para luego crear un grafo con los puntos intermedios

\*Autor en correspondencia.

Correos electrónicos: [stinoco@dep.fie.umich.mx](mailto:stinoco@dep.fie.umich.mx) (Sergio Rogelio Tinoco-Martínez), [calderon@umich.mx](mailto:calderon@umich.mx) (Felix Calderon), [carlos\\_lara24@yahoo.com](mailto:carlos_lara24@yahoo.com) (Carlos Lara-Alvarez), [jcmavocat@yahoo.com.mx](mailto:jcmavocat@yahoo.com.mx) (Jaime Carranza-Madrigal)

entre los puntos borde consecutivos (por columnas) detectados. Posteriormente, se calcula el árbol de expansión mínima del grafo y se realiza un proceso de segmentación de las trayectorias factibles de ser el lumen arterial, empleando únicamente un criterio de distancia entre nodos conectados.

La trayectoria que representa el lumen verdadero se selecciona de entre las trayectorias segmentadas, combinando dos criterios: un criterio de longitud y otro de oscuridad. Esto es, para el criterio de longitud se calcula el número de nodos en cada trayectoria y, para el de oscuridad, se obtiene el valor promedio de los tonos de gris de los píxeles en la ecografía que corresponden al área de cada trayectoria.

El área de cada trayectoria se delimita considerando que cada nodo que la constituye es un punto intermedio entre dos bordes; la unión de los conjuntos de puntos de un borde al otro, que corresponden a cada nodo perteneciente a la trayectoria, conforman el área de la misma.

El valor de los criterios de longitud y de oscuridad se normaliza al intervalo  $[0, 1]$ , en donde el valor 1 corresponde a la trayectoria con más nodos, para el criterio de longitud; y a la trayectoria con el promedio de tonos de gris más pequeño, para el criterio de oscuridad.

Finalmente, la trayectoria con el valor más alto de la suma de los valores de ambos criterios se selecciona como el lumen real del vaso de la arteria.

Calderon et al. señalan que su algoritmo presenta un desempeño superior a los resultados reportados en la literatura reciente en esta área. Sin embargo, el algoritmo adolece de varias deficiencias que pueden ser subsanadas. En este trabajo proponemos la solución a dos de ellas.

Lo que resta del presente trabajo está organizado de la manera siguiente: la sección 2 presenta una revisión breve de los trabajos más recientes en el área; la sección 3, plantea los problemas cuya solución proponemos en este artículo; la sección 4, detalla la prueba de hipótesis bayesiana empleada para la validación de la segmentación de trayectorias referida en la sección 3; la sección 5, describe el criterio de varianza mínima que se emplea para discriminar el lumen verdadero de la arteria en los casos de inconsistencia del criterio de longitud referidos en la sección 3; la sección 6, resume la metodología que se presenta en esta investigación para detección automática del lumen arterial en imágenes de ultrasonido; la sección 7, expone las pruebas realizadas y los resultados obtenidos en la aplicación de la metodología de la sección 6 sobre un conjunto de ecografías arteriales; y, la sección 8, resume las conclusiones alcanzadas con el trabajo realizado.

## 2. Trabajo Previo

En ausencia de placa de ateroma, el ultrasonido de modo-B muestra la pared de una arteria como un patrón regular que se correlaciona con las capas anatómicas. En la ultrasonografía el lumen arterial se puede observar como una región oscura flanqueada en su parte superior e inferior por franjas claras brillantes, las cuales conformarán bordes si se considera el perfil de intensidad de los píxeles. Bajo esta suposición, los trabajos presentados en la literatura para la segmentación del vaso arterial

aplican métodos diversos para ubicar estas zonas contrastadas y así determinar tanto el lumen como diferentes mediciones de la arteria.

Entre los primeros trabajos presentados para la determinación del vaso arterial, se encuentran los basados en detección de bordes (Pignoli y Longo, 1988; Touboul et al., 1992) y, posteriormente, en el gradiente de la imagen (Liguori et al., 2001; Stein et al., 2005; Fata et al., 2008). Los métodos comprendidos en estos rubros son rápidos en su cálculo pero sensibles al ruido, a la morfología de la arteria y requieren de intervención manual para obtener buenos resultados.

Otros enfoques al problema aplican la programación lineal (Schmidt y Wendelhag, 1999; Wendelhag et al., 1997, 1992, 1991) a fin de establecer una función de costo, basada en la combinación lineal de varias mediciones ponderadas calculadas sobre la ecografía, para segmentar la arteria y las capas que la conforman. Además, se ha propuesto (Liang et al., 2000) la aplicación de este método a diferentes escalas de la sonografía, para reducir el costo computacional del cálculo de la segmentación. Las técnicas en esta categoría pueden ser automatizadas completamente, lo cual limita la variabilidad en los resultados (Wendelhag et al., 1996; Furberg et al., 1994) debida a las habilidades y al cansancio del operador. Sin embargo, requieren del entrenamiento del sistema y son sensibles al ruido en la imagen que afecta directamente a la función de costo.

La técnica más empleada para la segmentación arterial son los contornos paramétricos activos (Williams y Shah, 1992; Xu et al., 2001; Kass et al., 1988; Ronfard, 1994; Blake y Isard, 2000; Cohen, 1991) o *serpientes*; la cual adapta un modelo lineal deformable a la frontera entre la capa íntima y el lumen arteriales. La mayoría de los trabajos (Loizou et al., 2007; Molinari et al., 2010a; Gutierrez et al., 2002; Cheng et al., 2002; Delsanto et al., 2007; Molinari et al., 2008) adoptan la formulación de las serpientes presentada en (Williams y Shah, 1992), pero también se emplean otras (Lobregt y Viergever, 1995; Cheng et al., 2002; Cohen, 1991; Lai y Chin, 1995; Xu y Prince, 1997, 1998). El uso de este método no se ha podido automatizar completamente; además es muy sensible al ruido, requiere de la afinación de los parámetros que definen a las serpientes y el resultado depende de los puntos iniciales elegidos así como del número de éstos.

Otra propuesta para localizar de manera automática el lumen arterial consiste en el cálculo de estadísticas locales sobre la intensidad de los píxeles de la imagen de ultrasonido, aunado al establecimiento de un umbral de aceptación/rechazo sobre la pertenencia de estos píxeles al área del lumen del vaso arterial (Delsanto et al., 2007, 2005). También se ha propuesto mejorar esta técnica (Molinari et al., 2008; Delsanto et al., 2006) empleando un clasificador de *K*-medias difuso para agrupar los píxeles analizados en los grupos: lumen, íntima-media o adventicia. Esta clasificación se emplea como inicialización para un método basado en serpientes que refine la detección de los bordes del vaso arterial.

La transformada Hough (Hough, 1962) también ha sido propuesta para la segmentación arterial (Golemati et al., 2005, 2007, 2004; Stoitsis et al., 2008), lo cual tiene la ventaja de poderse aplicar en imágenes de ultrasonido longitudinales o transver-

sales. En el primer caso se delimitan las líneas dominantes del límite entre el lumen y las paredes arteriales y, en el segundo caso, se delinea el mismo límite pero en forma de circunferencia. Sin embargo, aunque el cálculo de la transformada Hough es veloz, sólo es efectiva al procesar imágenes en las que la arteria aparezca en forma recta y horizontal.

Finalmente, de manera reciente se ha propuesto una técnica completamente automatizada que forma parte de una enfoque integrado para realizar la prueba *IMT* (Molinari et al., 2010a).

La segmentación del vaso arterial se realiza mediante la ubicación de los máximos locales en la intensidad de los píxeles en cada columna de la imagen de ultrasonido. Posteriormente, un discriminante lineal determina los píxeles que se ubican en las paredes de la arteria o *puntos semilla*. Los puntos semilla se conectan para formar segmentos de línea, los cuales a su vez y mediante un procedimiento inteligente, serán conectados si están alineados y cercanos entre sí o eliminados si se determinan cortos o falsos. El lumen arterial se encuentra analizando por pares los segmentos de línea sobrevivientes.

Para refinar la localización del lumen y las capas arteriales, se emplea un clasificador de *K*-medias difuso para agrupar, con base en su intensidad, los píxeles en cada columna de la ecografía. La clasificación se realiza en los grupos: lumen, íntima-media o adventicia. Siendo los límites del lumen, los puntos en la transición entre los grupos lumen e íntima-media.

La sección siguiente plantea las deficiencias que la metodología de Calderón et al. para la detección del lumen arterial en imágenes de ultrasonido presenta, y cuya solución proponemos en el presente artículo.

### 3. Planteamiento del Problema

En el trabajo presentado por Calderon et al. en (Calderon et al., 2013), los resultados obtenidos indican que el algoritmo planteado falla en reconocer el lumen arterial correcto en 85 de un total de 1,104 ecografías arteriales. Los fallos se deben a diversos factores, entre ellos y tal como se refiere en las conclusiones del mismo trabajo, a que el algoritmo enfrenta dificultades en reconocer un lumen arterial que tiene discontinuidades o cortes notorios en sus bordes.

Para ejemplificar el punto anterior, en la Fig. 1(a) se indican las trayectorias con posibilidad de ser seleccionadas como el lumen verdadero de la arteria en una ecografía de prueba, aplicando el algoritmo de Calderon et al. Al realizar la segmentación del árbol de expansión mínima del grafo mediante el criterio de distancia entre nodos conectados, se presenta una sobresegmentación que fragmenta en varias trayectorias la trayectoria correspondiente al lumen arterial verdadero (las numeradas como 2 y 3). Posteriormente, se elige equivocadamente la trayectoria 1 como la que representa al lumen arterial verdadero, basados en el criterio de longitud de la trayectoria.

La solución que proponemos a este problema, consiste en validar la segmentación por distancia entre nodos, mediante la prueba de hipótesis que se detalla en la sección 4.

La segunda deficiencia de la metodología presentada por Calderon et al. que proponemos solventar, consiste en compensar una inconsistencia que se presenta con el criterio de longitud

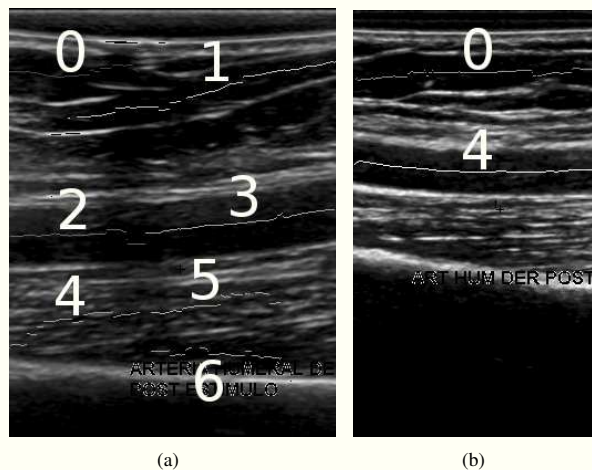


Figura 1: (a) Opciones factibles de ser seleccionadas como lumen arterial. (b) Ejemplo de inconsistencia en la metodología de detección del lumen arterial propuesta en (Calderon et al., 2013), relativa al criterio de longitud.

para discriminar el lumen arterial. En dicha metodología, cuando existen dos o más trayectorias con valores del criterio de longitud cercanos o iguales a 1.0, esto es, si al calcular el valor del criterio de longitud  $l_i$  para las trayectorias que representan opciones factibles de ser seleccionadas como el centro del lumen de la arteria, dos o más de éstos superan un cierto umbral  $u_{cl}$ , el algoritmo resulta incapaz de discernir la selección correcta. En caso contrario, la combinación lineal de los criterios de longitud y de oscuridad es capaz de realizar la detección de manera satisfactoria.

Para ejemplificar la inconsistencia en el algoritmo, la Tabla 1 presenta los valores de los criterios de selección del lumen arterial así como la combinación de ambos, correspondientes a la ecografía mostrada en la Fig. 1(b). Como se puede observar, si seleccionamos el lumen verdadero de la arteria atendiendo solamente al criterio de longitud, la trayectoria de la Fig. 1(b) marcada con 0 tiene un valor  $l_0 = 0.98661$ , mientras que la marcada con 4 tiene un  $l_4 = 1.0$ . Lo que implica que seleccionaríamos correctamente la trayectoria 4 como el lumen arterial. Por otra parte, si seleccionamos el lumen arterial verdadero atendiendo solamente al criterio de oscuridad, la trayectoria 0 tiene un valor de  $o_0 = 0.95766$ , mientras que la 4 lo tiene de  $o_4 = 0.87787$ . Lo que implica que seleccionaríamos incorrectamente la trayectoria 0 como el lumen arterial. Por último, la selección realizada por el método de Calderón et al. se basa en el valor máximo de la suma de ambos criterios; lo que indica que la trayectoria 0 tiene un valor de 1.94427, mientras que la trayectoria 4 tiene un valor de 1.87787. Esto implica que la trayectoria 0 se selecciona como el lumen del vaso de la arteria, lo cual es incorrecto para esta ecografía en particular.

Calderon et al. señalan que para el conjunto completo de sonografías de prueba, la combinación de los criterios de longitud y de oscuridad es la que mejores resultados reporta para elegir el lumen adecuado del vaso arterial.

Para solventar el problema anterior, sin afectar el desempeño global de la metodología, proponemos el empleo de un

Tabla 1: Criterios de selección para la ecografía de la Fig. 1(b)

Trayectoria	Criterios		
	Longitud	Obscuridad	Suma
0	0.98661	0.95766	1.94427
4	1.00000	0.87787	1.87787

tercer criterio de selección para estos casos: el criterio de varianza mínima. Este criterio se discute en la sección 5.

La sección siguiente describe en detalle el procedimiento para validación de la segmentación de trayectorias que se emplea como parte de la metodología de detección automática del lumen arterial que se presenta en este trabajo.

#### 4. Prueba de Hipótesis

En la sección 3 se analizó la sobresegmentación que el algoritmo propuesto por Calderon et al. genera en varias sonografías. Para reducir este efecto, planteamos validar la segmentación mediante una prueba de hipótesis (Sivia y Skilling, 2006).

Dados los conjuntos de puntos:

$$D_1 = \{p_i\}, p_i = [x_i, y_i]^T \quad y \quad D_2 = \{p_j\}, p_j = [x_j, y_j]^T \quad (1)$$

tal que  $D_1 \cap D_2 = \emptyset$ , de tamaño  $N_1$  y  $N_2$ , respectivamente; los cuales tienen asociadas las aproximaciones polinomiales correspondientes  $f(x_i; a_1)$  y  $f(x_j; a_2)$  dadas por:

$$f(x; a) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_mx^m \quad (2)$$

queremos demostrar una de las hipótesis siguientes:

**$H_0$ :** Los conjuntos  $D_1$  y  $D_2$  son particiones de un mismo conjunto  $D$  ( $D = D_1 \cup D_2$ ), por lo tanto, pueden ser caracterizados por una aproximación polinomial única  $f(x; a)$ .

**$H_1$ :** Los conjuntos  $D_1$  y  $D_2$  no son particiones de un mismo conjunto, por lo tanto, se caracterizan por dos aproximaciones polinomiales  $f(x_1; a_1)$  y  $f(x_2; a_2)$ , respectivamente.

El criterio de decisión será probabilista, por lo que la hipótesis  $H_0$  será válida si y sólo si se cumple (3). En caso contrario la hipótesis que se cumple será  $H_1$ .

$$P(H_0 | D_1, D_2) > P(H_1 | D_1, D_2) \quad (3)$$

Aplicando la regla de Bayes podemos expresar el criterio de decisión (3) como (4):

$$\frac{P(D_1, D_2 | H_0)P(H_0)}{P(D_1, D_2)} > \frac{P(D_1, D_2 | H_1)P(H_1)}{P(D_1, D_2)} \quad (4)$$

Ahora bien, supondremos que la probabilidad de ambas hipótesis es la misma,  $P(H_0) = P(H_1)$ ; por lo tanto, el criterio final de decisión lo expresamos de la forma:

$$P(D_1, D_2 | H_0) > P(D_1, D_2 | H_1) \quad (5)$$

Para poder utilizar el criterio de decisión (5), tenemos que estimar las probabilidades  $P(D_1, D_2 | H_0)$  y  $P(D_1, D_2 | H_1)$ . Comenzaremos por estimar  $P(D | H_0)$ , considerando que  $D$  es un solo conjunto de datos; para ello utilizaremos la regla de probabilidad total dada como:

$$P(D | H_0) = \int_{\Omega} P(D | a, H_0)P(a | H_0)d^m a \quad (6)$$

donde  $\Omega$  es el dominio de la función, la cual se integra en  $m$  dimensiones.

Supondremos también, que cualquier polinomio con parámetros  $a$  tiene la misma probabilidad de ser seleccionado, por lo tanto, sigue una distribución uniforme,  $P(a | H_0) = k_1$ ; y que los errores entre la aproximación  $f(x_i; a)$  y las mediciones reales  $y_i$ , siguen un modelo gaussiano con media cero y varianza  $\sigma^2$ , dado por (7).

$$P(D | a, H_0) = k_2 \exp\left(-\frac{E(a)}{2\sigma^2}\right) \quad (7)$$

donde  $E(a)$  es la suma de las diferencias al cuadrado, dado por:

$$E(a) = \sum_{i=1}^N (f(x_i; a) - y_i)^2 \quad (8)$$

Entonces, podemos escribir  $P(D | H_0)$  a partir de (6) y (7):

$$P(D | H_0) = k_1 k_2 \int_{\Omega} \exp\left(-\frac{E(a)}{2\sigma^2}\right) d^m a \quad (9)$$

Para resolver la integral dada por (9), hacemos la expansión en serie de Taylor en el punto  $a^*$ , que es la solución de mínimos cuadrados de (8):

$$E(a) = E(a^*) + \frac{1}{2}(a - a^*)^T \nabla^2 E(a^*)(a - a^*) \quad (10)$$

donde el gradiente  $\nabla E^T(a^*) = 0$ , dado que el vector de parámetros  $a^*$  es el óptimo de la función  $E(a)$ ; y el hessiano se define en (11).

$$\nabla^2 E(a^*) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N 1 & \sum_{i=1}^N x_i & \dots & \sum_{i=1}^N x_i^m \\ \sum_{i=1}^N x_i & \sum_{i=1}^N x_i^2 & \dots & \sum_{i=1}^N x_i^{m+1} \\ \sum_{i=1}^N x_i^2 & \sum_{i=1}^N x_i^3 & \dots & \sum_{i=1}^N x_i^{m+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^N x_i^m & \sum_{i=1}^N x_i^{m+1} & \dots & \sum_{i=1}^N x_i^{m+m} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Substituyendo (10) en (9), y resolviendo la integral de acuerdo con (A.1), obtenemos:

$$P(D | H_0) = K \sqrt{\frac{(4\pi\sigma^2)^m}{|\nabla^2 E(a^*)|}} \exp\left(-\frac{E(a^*)}{2\sigma^2}\right) \quad (12)$$

donde  $K = k_1 k_2$  es una constante de proporcionalidad, la cual consideraremos igual a 1.

Para el cálculo de la probabilidad  $P(D_1, D_2 | H_1)$ , asumiremos que los conjuntos de datos  $D_1$  y  $D_2$  fueron generados por modelos independientes, por lo que ésta puede escribirse:

$$P(D_1, D_2 | H_1) = P(D_1 | H_1)P(D_2 | H_1) \quad (13)$$

Sin embargo, dado que sólo tenemos un conjunto de datos  $D_1$  o  $D_2$ , podemos asumir:

$$P(D_1, D_2 | H_1) = P(D_1 | H_0)P(D_2 | H_0) \quad (14)$$

Las probabilidades  $P(D_1 | H_0)$  y  $P(D_2 | H_0)$  se calculan empleando (12), y el resultado que se obtiene para (14) es (15):

$$P(D_1, D_2 | H_1) = \frac{K^2(4\pi\sigma^2)^m}{\sqrt{|\nabla^2 E(a_1^*)||\nabla^2 E(a_2^*)|}} \exp\left(-\frac{E(a_1^*) + E(a_2^*)}{2\sigma^2}\right) \quad (15)$$

Con todos los elementos definidos, la prueba de hipótesis se puede determinar siguiendo los pasos del algoritmo siguiente.

#### 4.1. Algoritmo

Para determinar las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , dados los conjuntos de puntos  $D_1$  y  $D_2$ , se realizan los pasos siguientes:

1. Calcular el conjunto  $D = D_1 \cup D_2$ .
2. Calcular la solución de mínimos cuadrados de (8), para los vectores de parámetros  $a$ ,  $a_1$  y  $a_2$  relativos a los conjuntos  $D$ ,  $D_1$  y  $D_2$ ; respectivamente.
3. Determinar  $P(D | H_0)$ , utilizando (12); y  $P(D_1, D_2 | H_1)$ , utilizando (15).
4. Por último, unir los conjuntos  $D_1$  y  $D_2$  si  $P(D | H_0) > P(D_1, D_2 | H_1)$ , en caso contrario, dejar los conjuntos separados.

La sección siguiente describe el criterio de varianza mínima, referido en la sección 3, para la selección del lumen arterial en los casos en que el criterio de longitud es inconsistente.

### 5. Criterio de Varianza Mínima

En la sección 3 se puntualizó que si el valor del criterio de longitud supera el umbral  $u_{cl}$ , para dos o más de las trayectorias que representan opciones factibles de ser seleccionadas como el centro del lumen de la arteria; se presenta una inconsistencia en la metodología de detección del lumen arterial formulada por Calderon et al. en (Calderon et al., 2013). Por tal motivo, para estos casos proponemos utilizar un tercer criterio de discriminación del lumen arterial, al cual denominamos *criterio de varianza mínima*.

De acuerdo a las observaciones y al criterio de un radiólogo, podemos considerar que el lumen arterial presenta una curvatura suave en una ecografía, por lo que al detectar sus bordes en la imagen, el número de puntos borde atípicos será menor en comparación con el número existente en los bordes detectados de los canales o estructuras anatómicas que se asemejen a éste. Una manera de calcular esto es utilizando la varianza muestral de los puntos borde.

El cálculo de varianza lo realizaremos sobre los elementos de un conjunto  $S_u$ , formado por el conjunto de trayectorias cuyo número de puntos borde es mayor al 95% del número de puntos correspondiente a la estructura anatómica en la ecografía con la mayor cantidad de éstos.

Para nuestro modelo de ruido dado por (7), tenemos que la varianza muestral puede calcularse como:

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (f(x_i; a_j) - y_i)^2 \quad (16)$$

donde  $f(x_i; a_j)$  es la aproximación polinomial de mínimos cuadrados, a los puntos borde detectados para la  $j$ -ésima estructura anatómica en la ecografía.

Entonces, el criterio de varianza mínima determina que la trayectoria correspondiente al centro del lumen verdadero de la arteria, es aquella trayectoria dada por (17) que tenga el valor mínimo de la varianza muestral:

$$\min_j \sigma_j^2 = \sigma_j^2, \quad j \in \{1, 2, \dots, |S_u|\} \quad (17)$$

siendo  $|S_u|$  la cardinalidad del conjunto  $S_u$ .

Cabe señalar que el criterio de varianza mínima se emplea solamente en los casos en los que tengamos más de una trayectoria, es decir, que  $|S_u| > 1$ . En caso contrario, se emplea la combinación lineal de los criterios de longitud y obscuridad, tal y como lo proponen Calderon et al.

Para el caso de la ecografía en la Fig. 1(b), tenemos que las trayectorias 0 y 4 presentan longitudes similares; pero la varianza muestral, calculada con (16), proporciona un valor de  $\sigma_0 = 2.2321$  y de  $\sigma_4 = 0.3649$ . De lo anterior se desprende que el lumen arterial ha seleccionado es el dado por la trayectoria 4. La Fig. 2 presenta la imagen de ultrasonido, con la superposición de los bordes correspondientes al lumen arterial detectado, con base en este criterio de varianza mínima.



Figura 2: Bordes del lumen arterial detectado con el criterio de varianza mínima (se emplea un umbral de inconsistencia  $u_{cl} = 0.95$ ).

La próxima sección describe la metodología de Calderon et al. con los cambios que proponemos para la segmentación del lumen del vaso de la arteria en imágenes de ultrasonido.

### 6. Metodología

La metodología para la detección del lumen arterial en imágenes longitudinales de ultrasonido en modo-B, se resume

en este apartado; al mismo tiempo, se introduce la prueba de hipótesis de la sección 4 así como el criterio de varianza mínima de la sección 5.

### 6.1. Recorte Automático de la Ecografía

El procedimiento de detección automático del lumen arterial inicia con un recorte de la ecografía basado en histogramas. El recorte elimina la información no necesaria para el proceso de segmentación que el aparato de ultrasonido incluye al momento del examen sobre el paciente.

Se define una imagen  $I$  como un conjunto de píxeles  $I(p_i)$ , el cual representa el tono de gris en un punto, de coordenadas  $p_i = [x_i, y_i]^T$ , sobre la rejilla  $R$  de la imagen de tamaño  $N_{Cols} \times N_{Filas}$ . La imagen resultante del proceso de recorte automático se refiere como la imagen original  $I$ .

### 6.2. Detección de Bordes

La técnica que se expone, trabaja bajo la suposición de que el lumen arterial se presenta en la ultrasonografía como una zona oscura flanqueada arriba y abajo por áreas mucho más claras. En virtud de esta suposición, el segundo paso del proceso propone detectar los bordes de la imagen  $I$ , utilizando el algoritmo de detección de bordes de Canny (Canny, 1986).

Los bordes detectados se representan como el conjunto  $B$ , que contiene  $N_B$  puntos de coordenadas  $b_i = [x_i, y_i]^T$  tales que:

$$B = \{b_i \in R \mid g(b_i) = 1, \forall b_i \in R\} \quad (18)$$

donde  $g$  es una imagen binaria del mismo tamaño que  $I$ , con la información de los bordes detectados; la cual se define en (19).

$$g(b_i) \equiv g(x_i, y_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } b_i \text{ es un borde,} \\ 0 & \text{si no.} \end{cases} \quad (19)$$

### 6.3. Análisis de Bordes

El tercer paso del proceso consiste en analizar una columna  $c$  de la imagen  $g$ , que luce como un vector de 0's y 1's como muestra (20).

$$g(c, \dots) = [0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, \dots]^T \quad (20)$$

La representación de estos bordes se realiza almacenando sus coordenadas en un arreglo ordenado. Para la columna de bordes en (20), su representación está dada por (21).

$$\begin{aligned} \hat{B}_c &= \{[c, 3]^T, [c, 5]^T, [c, 9]^T, [c, 13]^T, [c, 16]^T, \dots\} \\ &= \{\hat{b}_k, \hat{b}_{k+1}, \hat{b}_{k+2}, \dots\} \end{aligned} \quad (21)$$

y la representación ordenada de todos los bordes de la imagen  $I$ , equivalente a (18), es (22).

$$\begin{aligned} \hat{B} &= \{\hat{B}_1, \hat{B}_2, \dots, \hat{B}_c, \dots, \hat{B}_{N_{Cols}}\} \\ &= \{\hat{b}_1, \hat{b}_2, \hat{b}_3, \dots, \hat{b}_k, \hat{b}_{k+1}, \hat{b}_{k+2}, \dots\} \end{aligned} \quad (22)$$

Con esto se tiene un par de puntos  $\langle \hat{b}_i, \hat{b}_{i+1} \rangle$  en cada columna en la imagen de bordes, candidatos a ser las fronteras del lumen arterial.

### 6.4. Reducción del Universo de Búsqueda del Lumen

El cuarto paso consiste en disminuir las opciones factibles de ser seleccionadas como el lumen arterial correcto, descartando las parejas de puntos bordes consecutivos cuyas distancias de separación sean inferiores a un umbral preestablecido  $A_{Min}$ .

En forma posterior, se define el conjunto de puntos de opciones factibles de ser seleccionadas como la luz arterial verdadera,  $B_L$ , basados en el conjunto ordenado de puntos  $\hat{B} \equiv B$ , de la manera siguiente:

$$B_L = \{\hat{b}_1, \hat{b}_2, \dots, \hat{b}_i, \hat{b}_{i+1}, \dots \mid (\hat{y}_{i+1} - \hat{y}_i) \geq A_{Min}, \hat{x}_i = \hat{x}_{i+1}\} \quad (23)$$

El conjunto  $B_L$  es un subconjunto del conjunto de bordes  $B$ , lo cual permite reducir el universo de búsqueda del lumen.

Se define, también, el conjunto  $V$  de puntos a la mitad de los posibles bordes del lumen, dados por el conjunto  $B_L$ , como:

$$V = \{v_i \mid v_i = \frac{\hat{b}_i + \hat{b}_{i+1}}{2}, \hat{x}_i = \hat{x}_{i+1}, \forall \hat{b}_i \in B_L\} \quad (24)$$

Así, para un punto  $v_i$  existe un par asociado  $\langle \hat{b}_i, \hat{b}_{i+1} \rangle$  tal que  $\hat{b}_i < v_i < \hat{b}_{i+1}$ , y los tres están en una misma columna de la imagen  $g$ .

La Fig. 3 muestra los puntos del conjunto  $B_L$  y los puntos en  $V$ , sobreimpuestos en la imagen original  $I$ . Los puntos del conjunto  $V$  son las opciones factibles de ser seleccionadas como el centro del lumen arterial real.

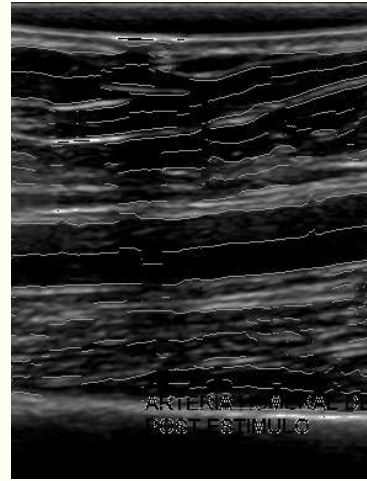


Figura 3: Puntos pertenecientes a los conjuntos  $B_L$  y  $V$ , sobreimpuestos en la imagen original  $I$ .

### 6.5. Construcción del Grafo

El quinto paso de la metodología construye un grafo no dirigido  $G = \{V, A\}$ , a partir del conjunto de puntos  $V$  definido en (24). El conjunto  $V$  representa los nodos y el conjunto  $A$  las aristas del grafo. Inicialmente se supone que todos los nodos están conectados, por lo cual, el número de aristas corresponde a las  $[N \times (N - 1)]/2$  posibles conexiones entre los  $N$  nodos (no se conecta un nodo consigo mismo). El *peso* de cada arista  $A_{ij}$ , será la distancia euclidiana  $d(v_i, v_j)$  entre los puntos del conjunto  $V$ , que ésta conecta.

### 6.6. Segmentación y Clasificación del Grafo

El sexto paso del algoritmo, segmenta y clasifica el grafo utilizando el peso  $d(v_i, v_j)$ , avalando los cortes mediante la prueba de hipótesis bayesiana expuesta en la sección 4; para ello, se calcula el árbol de expansión mínima para el grafo  $G$ , mediante el algoritmo de Kruskal (Kruskal, 1956). El árbol de expansión mínima  $G^+ = \{V, A^+\}$  es un subgrafo de  $G$ ; en el cual el conjunto de nodos se mantiene, pero el número de aristas  $|A^+|$  se reduce a las  $N - 1$  seleccionadas por el algoritmo de Kruskal. La Fig. 4 presenta el árbol de expansión mínima del grafo.

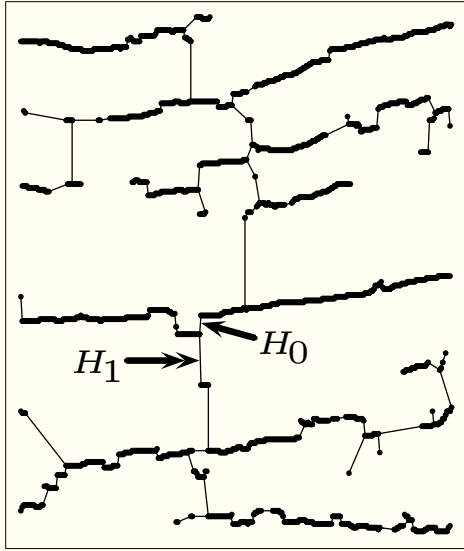


Figura 4: Árbol de expansión mínima del grafo creado con los puntos que indican opciones factibles de ser el centro del lumen real de la arteria. La flecha con punta doble, señalada como  $H_1$ , indica un ejemplo de arista a cortar; y la de una sola punta, señalada como  $H_0$ , indica un ejemplo de arista a mantener por cumplir la hipótesis  $H_0$  de la sección 4.

A fin de segmentar del grafo, la trayectoria que es el centro del lumen verdadero, se define en (25) el conjunto  $S$ , de  $N_G$  subgrafos conectados que resultan de segmentar el árbol de expansión mínima  $G^+$ , al realizar cortes en las aristas cuyas distancias  $d(v_i, v_j) > p_{Max}$  y que cumplen la hipótesis  $H_1$  (presentada en la sección 4) para los nodos correspondientes a los subgrafos  $G_i^+$  y  $G_j^+$ , que la arista  $A_{ij}$  conecta. En caso de que la hipótesis que se cumpla sea  $H_0$ , la arista  $A_{ij}$  se mantiene intacta, aún y cuando la distancia supere el umbral de corte.

Los cortes se efectúan empleando un recorrido en profundidad (Sedgewick y Wayne, 2011) sobre  $G^+$ .

$$S = \{G_1^+, G_2^+, \dots, G_{N_G}^+\} \quad (25)$$

La Fig. 4 presenta el árbol de expansión mínima del grafo, creado con los puntos que indican opciones factibles de ser seleccionadas como el centro del lumen real de la arteria. La flecha con punta doble, señalada como  $H_1$ , indica un ejemplo de arista que supera el umbral de distancia  $p_{Max}$  y que cumple la hipótesis  $H_1$  de la sección 4, por lo que será cortada. Por el contrario, la flecha de punta única, señalada como  $H_0$ , indica

un ejemplo de arista que, aunque supera el umbral de distancia  $p_{Max}$ , cumple la hipótesis  $H_0$ ; lo cual indica que permanecerá intacta.

### 6.7. Eliminación de Trayectorias Cortas

El séptimo paso radica en eliminar las trayectorias que corresponden a opciones muy cortas de lumen en la imagen, debidas a ruido o a capas de tejido muscular. Para esto, se eliminan los subgrafos  $G_i^+$  que presentan un número de nodos total, inferior a un umbral  $N_{Min}$ .

Posteriormente, se define el conjunto de subgrafos  $S^+$ , en el cual se han eliminado los subgrafos  $G_i^+$  con rutas cortas, de la manera que a continuación se indica:

$$S^+ = S - \{G_i^+ \in S \mid N_{S_i} < N_{Min}\} \quad (26)$$

$$i \in \{1, 2, \dots, N_G\}$$

siendo  $N_{S_i}$  el número de nodos del subgrafo  $G_i^+$ .

### 6.8. Criterios de Selección del Lumen Arterial

Dado que las opciones factibles de ser el lumen verdadero de la arteria se han disminuido considerablemente, pero aún existe más de una opción, la octava etapa del algoritmo consiste en discernir el lumen real mediante el cálculo de tres criterios: el criterio de longitud, el de varianza mínima y el criterio de obscuridad.

El criterio de longitud consiste en calcular el número total de nodos que pertenecen a cada subgrafo  $G_i^+ \in S^+$ , normalizado entre  $[0, 1]$ , de acuerdo con la ecuación siguiente:

$$l_i = \frac{N_{S_i}}{\max(N_{S_1}, N_{S_2}, \dots, N_{S_{|S^+|}})}, i \in \{1, 2, \dots, |S^+|\} \quad (27)$$

siendo  $|S^+|$  la cardinalidad del conjunto  $S^+$ . Note que un  $l_k = 1.0$  representa que la  $k$ -ésima trayectoria es la más larga.

Ahora bien, si al momento de realizar el cálculo del criterio de longitud  $l_i$  para cada subgrafo  $G_i^+$ , se tiene que más de un  $l_i > u_{cl}$ ; emplearemos el criterio de varianza mínima expuesto en la sección 5, a fin de determinar el lumen arterial correcto de la ecografía. En caso contrario, el criterio de selección del lumen de la arteria estará basado en la combinación lineal de los criterios de longitud y de obscuridad.

Para el criterio de obscuridad se calcula primero el valor promedio  $\mu_j$  de los tonos de gris del área correspondiente a cada subgrafo  $G_j^+ \in S^+$ . Para ello, se recorre el subgrafo en cada uno de sus puntos  $v_i$ , y se barre por columnas en los intervalos  $[\hat{b}_i, \hat{b}_{i+1}]$  (de acuerdo con (24)) de la imagen original  $I$ , tal y como se formula a continuación:

$$\mu_j = \frac{1}{N_{S_j^+}} \sum_{\forall v_i \in G_j^+} \left[ \frac{1}{\hat{y}_{i+1} - \hat{y}_i + 1} \sum_{\forall p \in [\hat{b}_i, \hat{b}_{i+1}]} I(p) \right] \quad (28)$$

$$\forall j \in \{1, 2, \dots, |S^+|\}$$

siendo  $N_{S_j^+}$  el número de nodos en el subgrafo  $S_j^+$ .

El valor promedio más bajo indica el subgrafo que representa el lumen arterial, bajo la suposición en la que trabaja la

metodología de que éste es una región oscura. Calculado el promedio, el criterio de oscuridad se expresa en (29).

$$o_i = 1 - \frac{\mu_i}{\max(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{|S^+|})} \quad (29)$$

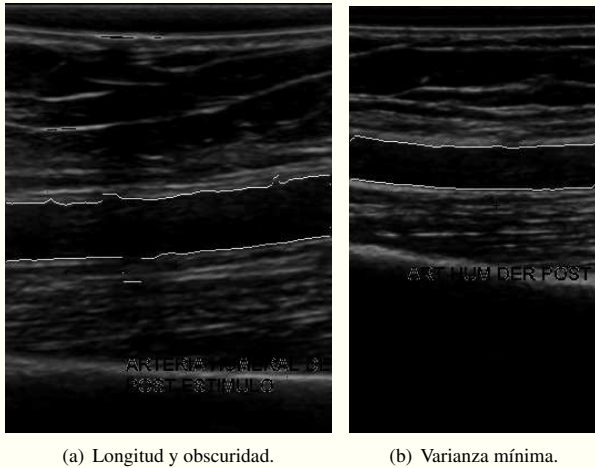
$$\forall i \in \{1, 2, \dots, |S^+|\}$$

El criterio de oscuridad, al igual que el de longitud, se normaliza al intervalo  $[0, 1]$  a fin de poderlos combinar y estar en posibilidad de determinar el subgrafo más largo con el área correspondiente más oscura. Es decir, el subgrafo correspondiente al centro del lumen verdadero de la arteria es aquél que tenga el valor máximo de la suma de ambos criterios:

$$\max_i l^* = (l_i + o_i) \quad (30)$$

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, |S^+|\}$$

La Fig. 5 presenta dos ejemplos de ecografías arteriales con la sobreposición de los bordes correspondientes al lumen detectado en cada caso. En la Fig. 5(a), correspondiente a la Fig. 1(a), se presenta un ejemplo de detección con base en los criterios de longitud y de oscuridad. En la Fig. 5(b), correspondiente a la Fig. 1(b), se presenta un ejemplo de detección con base en el criterio de varianza mínima.



(a) Longitud y oscuridad.

(b) Varianza mínima.

Figura 5: Dos casos de lumen arterial detectado con los criterios de selección de longitud, de oscuridad y de varianza mínima.

### 6.9. Ajuste Polinomial Robusto

El noveno y último paso de la técnica propuesta para detección del lumen arterial, ajusta un polinomio  $f(x; a)$  de grado  $m$ , mediante el método de mínimos cuadrados, a cada uno de los conjuntos de puntos de los bordes del lumen detectado del vaso arterial. Esto es, a los conjuntos de puntos bordes  $\langle \hat{b}_i, \hat{b}_{i+1} \rangle$ , relacionados con los puntos  $v_{i^*} \in G_{i^*}^+$ .

El ajuste polinomial se realiza primeramente al conjunto de puntos bordes  $\hat{b}_{i^*}$ , correspondientes al borde  $f_C(\hat{x})$  entre el lumen y la pared cercana de la arteria; y, posteriormente, al conjunto de puntos bordes  $\hat{b}_{i^*+1}$ , correspondientes al borde  $f_L(\hat{x})$  entre el lumen y la pared lejana de la arteria.

Con la finalidad de robustecer el ajuste polinomial contra el ruido en la ecografía, el cual afecta sensiblemente a la solución por el método de mínimos cuadrados, se dirige la estimación de los parámetros del modelo polinomial, por medio del algoritmo *RANdom SAmple Consensus* (RANSAC) (Fischler y Bolles, 1981).

El método RANSAC realiza el ajuste polinomial  $f(x; a)$  empleando sólo  $m + 1$  puntos diferentes (para garantizar la independencia lineal); elegidos al azar de entre los  $n$  puntos totales. Además, se calcula un *conjunto de consenso* verificando, para los  $n - (m + 1)$  puntos restantes, cuántos de ellos cumplen con que:

$$|f(x_i; a) - y_i| < \xi \quad (31)$$

donde  $\xi$  es un umbral preestablecido de error, entre la solución de ajuste y el dato real. Este proceso se repite hasta que se haya realizado un número predeterminado de veces o hasta que el número de puntos en el conjunto de consenso supere un porcentaje prefijado, con respecto a los  $n$  totales.

RANSAC elige el modelo con el conjunto de consenso mayor a fin de realizar el ajuste final; empleando todos los puntos pertenecientes a este conjunto para calcular una última solución de mínimos cuadrados.

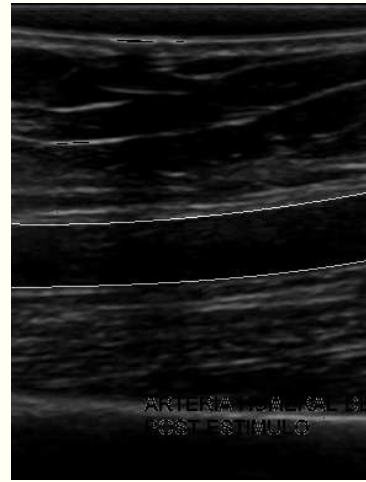


Figura 6: Ajuste polinomial sobre los puntos de los bordes del lumen arterial presentados en la Fig 5(a).

La Fig. 6 muestra la imagen con las aproximaciones polinomiales ajustadas mediante el método de mínimos cuadrados y el algoritmo RANSAC, sobre los puntos de los bordes del lumen arterial presentados en la imagen de la Fig. 5(a). Las aproximaciones polinomiales robustas, correspondientes a la Fig. 5(b), se presentaron en la Fig 2.

Descrita la metodología de detección del lumen arterial propuesta, la sección siguiente detalla las pruebas y resultados obtenidos de su aplicación.

## 7. Pruebas y Resultados

Con el deseo de realizar una comparación justa entre la metodología propuesta en (Calderon et al., 2013) y la metodología

presentada en este trabajo, reproducimos fielmente las pruebas realizadas en el trabajo original.

### 7.1. Material

Las pruebas realizadas se llevaron a cabo sobre la misma base de datos de imágenes proporcionada por el laboratorio *Centro Unión* de Morelia, Michoacán, México. Dicha base consiste de 1,104 imágenes longitudinales de ultrasonido en modo-B bidimensionales de las arterias carótida y humeral. Todas las imágenes del conjunto se transfirieron a la computadora a través de un puerto de comunicación DICOM comprimidas logarítmicamente a una escala de grises de 8 bits (256 tonos de gris). Además, la resolución axial de las ecografías es de  $76.9 \mu\text{m}$  por píxel.

### 7.2. Pruebas y Resultados

Los resultados obtenidos en la etapa de pruebas se lograron ajustando los parámetros de la metodología de la forma siguiente:  $A_{Min} = 20$  píxeles,  $p_{Max} = 10$  píxeles,  $N_{Min} = 100$  nodos, grado de los polinomios de ajuste  $m = 3$ ,  $\xi = 2$  píxeles, un umbral del conjunto de consenso del 90% y 150,000 repeticiones en el algoritmo RANSAC,  $\sigma = 32.0$  para la prueba de hipótesis bayesiana, y el umbral  $u_{cl} = 0.95$ .

La prueba inicial consiste en aplicar nuestra metodología sobre cada una de las 1,104 imágenes de la base de datos, para luego verificar cualitativamente el porcentaje de las mismas en las que se selecciona el patrón correcto de zona oscura flanqueado arriba y abajo por zonas más claras.

El resultado de esta etapa indica que la detección del patrón arterial correcto falla en 51 de las 1,104 imágenes. Mientras tanto, la propuesta de Calderon et al. falla en 85 de estas mismas 1,104 ecografías. Esto es, con las soluciones que proponemos a los problemas detallados en la sección 3, detectamos acertadamente el lumen arterial en 34 imágenes más, de lo que el algoritmo original detecta.

Las pruebas siguientes se efectúan sobre las 294 ecografías del conjunto general que cuentan con mediciones establecidas manualmente por un médico radiólogo. El proceso reside en aplicar nuestra técnica a cada imagen y obtener los bordes del lumen del vaso de la arteria en forma parametrizada. Teniendo el polinomio de ajuste del borde de la pared arterial cercana  $f_C(\hat{x})$ , calculamos el error entre el punto señalado por el radiólogo  $[x_C, y_C]^T$  y nuestra estimación, de la manera siguiente:

$$error_C = |y_C - f_C(x_C)| \quad (32)$$

Posteriormente, el proceso se repite para calcular el error entre la estimación del radiólogo  $[x_L, y_L]^T$  y nuestra aproximación polinomial  $f_L(\hat{x})$ , referido a la pared arterial lejana:

$$error_L = |y_L - f_L(x_L)| \quad (33)$$

Los resultados del error promedio y desviación estándar obtenidos en estas pruebas se presentan en la Tabla 2, para las mediciones dadas en micrómetros ( $\mu\text{m}$ ); y en la Tabla 3, para las mediciones dadas en píxeles.

Calderon et al. señalan que de los resultados reportados en la literatura reciente sobre la detección del lumen arterial,

Tabla 2: Error en las mediciones interfaz lumen-íntima (en micrómetros)

$\mu\text{m}$	Interfaz lumen-íntima	
	Pared cercana	Pared lejana
<b>Promedio</b>	14.6	15.1
<b>Desviación estándar</b>	17.0	14.5

Tabla 3: Error en las mediciones interfaz lumen-íntima (en píxeles)

Píxeles	Interfaz lumen-íntima	
	Pared cercana	Pared lejana
<b>Promedio</b>	1.8	1.9
<b>Desviación estándar</b>	2.2	1.9

la técnica automática que logra el mejor desempeño (Molinari et al., 2009) presenta un promedio de error en la pared lejana de  $35.0 \mu\text{m} \pm 32.0 \mu\text{m}$ . Además, que la técnica semiautomática mejor desempeñada (Destrempes et al., 2009) presenta un promedio de error en la misma pared de  $21.0 \mu\text{m} \pm 13.0 \mu\text{m}$ . Con relación a la pared arterial cercana, se señala que sólo en (Molinari et al., 2008) se indica el error promedio obtenido, el cual fue de  $75.0 \mu\text{m} \pm 56.3 \mu\text{m}$ .

Con fundamento en los resultados presentados en las Tablas 2 y 3, la metodología que proponemos en el presente trabajo mantiene la superioridad de la propuesta de Calderon et al. sobre el desempeño reportado por las investigaciones revisadas en (Molinari et al., 2010c).

Con relación al desempeño comparativo en estas pruebas, de la metodología propuesta por Calderon et al. en contra de la que proponemos, se tiene que la primera genera en la pared arterial cercana una diferencia promedio, entre la ubicación señalada por el radiólogo y la ubicación automática; de  $13.9 \mu\text{m}$ , con una desviación estándar de  $12.3 \mu\text{m}$ ; y, en la pared arterial lejana, de  $15.4 \mu\text{m}$ , con una desviación estándar de  $15.0 \mu\text{m}$ . Esto es, de acuerdo con lo antedicho y los resultados mostrados en la Tabla 2, nuestra metodología genera una mejora promedio de  $0.3 \mu\text{m}$  en la ubicación de la pared arterial lejana, sobre la metodología original.

Por otro lado, con relación a la detección de la pared arterial cercana, nuestra propuesta genera un detrimento promedio en su ubicación de  $0.7 \mu\text{m}$ , con relación a la metodología original. Sin embargo, este resultado se genera a costa de detectar el lumen correctamente en 34 ecografías adicionales, esto es, adicionales a las ecografías en las que la metodología original puede detectar el lumen apropiadamente. Más aún, este número adicional de imágenes, claramente, consiste de ecografías más ruidosas o con características que generan mayor dificultad en el proceso de discriminación del vaso arterial; lo cual se contabiliza notoriamente en los resultados señalados para nuestro algoritmo, y en fallos de detección para el algoritmo de Calderon et al.

Al igual que para los resultados obtenidos por la metodología original, reconocemos que los datos presentados en las Tablas 2 y 3, no incluyen el rendimiento de nuestra técnica con relación a las 51 imágenes en las que no se ubica el lumen arterial correcto. Los datos del desempeño de nuestra metodología sobre estas 51 imágenes, se presentan en las Tablas 4 y 5.

Tabla 4: Error en las mediciones interfaz lumen-íntima para las imágenes con error en la detección del lumen arterial (en micrómetros)

$\mu\text{m}$	Interfaz lumen-íntima	
	Pared cercana	Pared lejana
Promedio	521.9	547.0
Desviación estándar	564.6	570.1

Tabla 5: Error en las mediciones interfaz lumen-íntima para las imágenes con error en la detección del lumen arterial (en píxeles)

Píxeles	Interfaz lumen-íntima	
	Pared cercana	Pared lejana
Promedio	59.8	62.8
Desviación estándar	61.9	63.1

## 8. Conclusiones

En este estudio se presentó una técnica para la detección automática del lumen arterial en ecografías carotídeas y humerales. La técnica presentada propone un criterio bayesiano y un criterio de varianza mínima con la finalidad de subsanar algunas deficiencias importantes en la metodología formulada por Calderon et al. en (Calderon et al., 2013).

La metodología presentada en este trabajo, al igual que la metodología original, es robusta con relación a la morfología y orientación de la arteria en una imagen de ultrasonido pero, además y a diferencia de la propuesta original, es robusta con relación a discontinuidades o cortes en los bordes del vaso arterial. Aún así, es vulnerable contra patologías o características ecogénicas anormales de la arteria.

Cabe señalar que tanto nuestra propuesta como la original, encuentran el límite de su aplicación en el algoritmo de detección de bordes de Canny. Si este algoritmo es incapaz de detectar los bordes de la arteria, por ejemplo debido a ruido, la metodología de detección del lumen arterial también será incapaz de seleccionar el lumen correcto del vaso de la arteria.

Finalmente, debido a que en las pruebas efectuadas se añadió el umbral del conjunto de consenso como criterio de finalización de las repeticiones del método RANSAC, nuestra técnica procesa cada imagen en análisis en un tiempo variable de hasta 30 segundos, disminuyendo el tiempo de ejecución con relación a los tiempos señalados por Calderon et al. para su algoritmo. No obstante, pensamos que la ejecución en tiempo real es factible, optimizando el proceso y haciendo uso del procesamiento en paralelo.

## English Summary

### A Bayesian and Minimum Variance Technique for Arterial Lumen Segmentation in Ultrasound Imaging

#### Abstract

Cardiovascular diseases (CVDs) are the worldwide leading cause of deaths. Based on ultrasound, the primary assessment of CVDs is measurement of the carotid intima-media thickness

and brachial endothelial function. In this work we propose improvements to the automatic arterial lumen detection methodology, fundamental for the cited tests, presented in (Calderon et al., 2013); based on graphs and edge detection. We propose a bayesian approach for segmenting the minimum spanning tree of the graph created with intermediate points between edges. Lumen is located applying three criteria on segmented trajectories: length, dark and, our proposal, minimum variance. In 294 sonograms, mean error in brachial near wall detection was  $14.6 \mu\text{m}$  and standard deviation of  $17.0 \mu\text{m}$ . For far wall it was  $15.1 \mu\text{m}$  and standard deviation of  $14.5 \mu\text{m}$ . Our methodology maintains superior performance to results in recent literature that the original methodology presents; but surpasses it in overall accuracy.

#### Keywords:

Automatic detection, ultrasonography, carotid, brachial, lumen, bayesian, variance, graphs, polynomial fitting

## Referencias

- Amato, M., Montorsi, P., Ravani, A., Oldani, E., Galli, S., Ravagnani, P. M., Tremoli, E., Baldassarre, D., September 2007. Carotid intima-media thickness by B-mode ultrasound as surrogate of coronary atherosclerosis: Correlation with quantitative coronary angiography and coronary intravascular ultrasound findings. *European Heart Journal* 28 (17), 2094–2101.
- Blake, A., Isard, M., 2000. Active contours. Springer-Verlag.
- Calderon, F., Tinoco-Martínez, S. R., Carranza-Madriral, J., October - December 2013. Un algoritmo basado en grafos para la detección automática de la luz arterial en imágenes ultrasonográficas. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* 10 (4), 423–433.
- Canny, J., November 1986. A computational approach to edge detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence PAMI-8* (6), 679–698.
- Celermajer, D. S., Sorensen, K. E., Bull, C., Robinson, J., Deanfield, J. E., 1994. Endothelium-dependent dilation in the systemic arteries of asymptomatic subjects relates to coronary risk factors and their interaction. *Journal of the American College of Cardiology* 24 (6), 1468 – 1474.
- Cheng, D. C., Schmidt-Trucksass, A., Cheng, K. S., Burkhardt, H., 2002. Using snakes to detect the intimal and adventitial layers of the common carotid artery wall in sonographic images. *Computer Methods and Programs in Biomedicine* 67 (1), 27–37.
- Cohen, L. D., 1991. On active contour models and balloons. *Computer Vision Graphics Image Processing Image Understanding* 53 (2), 211–8.
- Delsanto, S., Molinari, F., Giustetto, P., Liboni, W., Badalamenti, S., 2005. CULEX-Completely User-independent Layers EXtraction: ultrasonic carotid artery images segmentation. *Proceedings of the 2005 IEEE Engineering in Medicine and Biology Society 27th Annual Conference* 6, 6468–71.
- Delsanto, S., Molinari, F., Giustetto, P., Liboni, W., Badalamenti, S., Suri, J. S., 2007. Characterization of a completely user-independent algorithm for carotid artery segmentation in 2-D ultrasound images. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 56 (4), 1265–74.
- Delsanto, S., Molinari, F., Liboni, W., Giustetto, P., Badalamenti, S., Suri, J. S., 2006. User-independent plaque characterization and accurate IMT measurement of carotid artery wall using ultrasound. *Proceedings of the 2006 IEEE Engineering in Medicine and Biology Society 28th Annual International Conference* 1, 2404–7.
- Destremes, F., Meunier, J., Giroux, M. F., Soulez, G., Cloutier, G., 2009. Segmentation in ultrasonic B-mode images of healthy carotid arteries using mixtures of Nakagami distributions and stochastic optimization. *IEEE Transactions on Medical Imaging* 28 (2), 215–29.
- Faita, F., Gemignani, V., Bianchini, E., Giannarelli, C., Ghiadoni, L., Demi, M., 2008. Real-time measurement system for evaluation of the carotid intima-media thickness with a robust edge operator. *Journal of Ultrasound in Medicine* 27 (9), 1353–61.
- Fischler, M. A., Bolles, R. C., June 1981. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. *Communications of the ACM* 24, 381–395.

- Furberg, C. D., Byington, R. P., Craven, T. E., 1994. Lessons learned from clinical trials with ultrasound end-points. *Journal of Internal Medicine* 236 (5), 575–80.
- Golemati, S., Stoitsis, J., Balkizas, T., Nikita, K., 2005. Comparison of B-mode, M-mode and Hough transform methods for measurement of arterial diastolic and systolic diameters. *Proceedings of the 2005 IEEE Engineering in Medicine and Biology Society 27th Annual Conference* 2 (1), 1758–61.
- Golemati, S., Stoitsis, J., Sifakis, E. G., Balkizas, T., Nikita, K. S., 2007. Using the Hough transform to segment ultrasound images of longitudinal and transverse sections of the carotid artery. *Ultrasound in Medicine and Biology* 33 (12), 1918–32.
- Golemati, S., Tegos, T. J., Sassano, A., Nikita, K. S., Nicolaides, A. N., 2004. Echogenicity of B-mode sonographic images of the carotid artery: work in progress. *Journal of Ultrasound in Medicine* 23 (5), 659–69.
- Gutierrez, M. A., Pilon, P. E., Lage, S. G., Kopel, L., Carvalho, R. T., Furuie, S. S., 2002. Automatic measurement of carotid diameter and wall thickness in ultrasound images. *Computers in Cardiology* 29, 359–62.
- Hough, P. V. C., 1962. Method and means for recognizing complex patterns. U. S. Patent No. 3069654.
- Kass, M., Witkin, A., Terzopoulos, D., 1988. Snakes: Active contour models. *Int. Journal of Computer Vision* 1, 321–31.
- Kruskal, J. B., 1956. On the shortest spanning subtree of a graph and the traveling salesman problem. *En: Proceedings of the American Mathematical Society*. pp. 48–50.
- Lai, K. F., Chin, R. T., 1995. Deformable contours-modeling and extraction. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 17 (11), 1084–90.
- Liang, Q., Wendelhag, I., Wikstrand, J., Gustavsson, T., 2000. A multiscale dynamic programming procedure for boundary detection in ultrasonic artery images. *IEEE Transactions on Medical Imaging* 19(2), 127–42.
- Liguori, C., Paolillo, A., Pietrosanto, A., 2001. An automatic measurement system for the evaluation of carotid intima-media thickness. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 50 (6), 1684–91.
- Loibregt, S., Viergever, M. A., 1995. A discrete dynamic contour model. *IEEE Transactions on Medical Imaging* 14 (1), 12–24.
- Loizou, C. P., Pattichis, C. S., Pantziaris, M., Tyllis, T., Nicolaides, A., 2007. Snakes based segmentation of the common carotid artery intima media. *Medical and Biological Engineering and Computing* 45 (1), 35–49.
- Molinari, F., Delsanto, S., Giustetto, P., Liboni, W., Badalamenti, S., Suri, J. S., 2008. Advances in diagnostic and therapeutic ultrasound imaging. Artech House, Norwood, MA, Ch. User-independent plaque segmentation and accurate intima-media thickness measurement of carotid artery wall using ultrasound, pp. 111–140.
- Molinari, F., Liboni, W., Giustetto, P., Badalamenti, S., Suri, J. S., 2009. Automatic Computer-based Tracings (ACT) in longitudinal 2-D ultrasound images using different scanners. *Journal of Mechanics in Medicine and Biology* 9 (4), 481–505.
- Molinari, F., Zeng, G., S., J., 2010a. An integrated approach to computer-based automated tracing and its validation for 200 common carotid arterial wall ultrasound images: a new technique. *Journal of Ultrasound in Medicine* 29 (3), 399–418.
- Molinari, F., Zeng, G., Suri, J. S., 2010b. Atherosclerosis Disease Management. Springer, Ch. An Integrated Approach to Computer-Based Automated Tracing and IMT Measurement for Carotid Artery Longitudinal Ultrasound Images, pp. 221–251.
- Molinari, F., Zeng, G., Suri, J. S., 2010c. Atherosclerosis Disease Management. Springer, Ch. Techniques and challenges in intima-media thickness measurement for carotid ultrasound images: a review, pp. 281–324.
- Organizacion Mundial de la Salud, Enero 2011. Enfermedades cardiovasculares. <http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs317/es/index.html>.
- Pignoli, P., Longo, T., 1988. Evaluation of atherosclerosis with b-mode ultrasound imaging. *The Journal of nuclear medicine and allied sciences* 32 (3), 166–73.
- Ronfard, R., 1994. Region based strategies for active contour models. *International Journal of Computer Vision* 13 (2), 229–51.
- Schmidt, C., Wendelhag, I., 1999. How can the variability in ultrasound measurement of intima-media thickness be reduced? studies of interobserver variability in carotid and femoral arteries. *Clinical Physiology* 19 (1), 45–55.
- Sedgewick, R., Wayne, K., 2011. Algorithms. Pearson Education, Inc.
- Sivia, D. S., Skilling, J., 2006. Data Analysis: A Bayesian Tutorial. Oxford University Press, USA.
- Stein, J. H., Korcarz, C. E., Mays, M. E., Douglas, P. S., Palta, M., Zhang, H., LeCaire, T., Paine, D., Gustafson, D., Fan, L., 2005. A semiautomated ultrasound border detection program that facilitates clinical measurement of ultrasound carotid intima-media thickness. *Journal of the American Society of Echocardiography* 18 (3), 244–51.
- Stoitsis, J., Golemati, S., Kendros, S., Nikita, K. S., 2008. Automated detection of the carotid artery wall in B-mode ultrasound images using active contours initialized by the Hough transform. *Proceedings of the 2008 IEEE Engineering in Medicine and Biology Society 30th Annual International Conference* 2008, 3146–9.
- Strang, G., 2006. Álgebra lineal y sus aplicaciones, 4th Edición. Thomson.
- Touboul, P. J., Prati, P., Yves Scarabin, P., Adrai, V., Thibout, E., Ducimetiere, P., 1992. Use of monitoring software to improve the measurement of carotid wall thickness by b-mode imaging. *Journal of Hypertension* 10 (Supplement 5), S37–42.
- Wendelhag, I., Gustavsson, T., Suurkula, M., Berglund, G., Wikstrand, J., 1991. Ultrasound measurement of wall thickness in the carotid artery: fundamental principles and description of a computerized analysing system. *Clinical Physiology* 11 (6), 565–77.
- Wendelhag, I., Liang, Q., Gustavsson, T., Wikstrand, J., 1997. A new automated computerized analyzing system simplifies readings and reduces the variability in ultrasound measurement of intima-media thickness. *Stroke* 28 (11), 2195–200.
- Wendelhag, I., Wiklund, O., Wikstrand, J., 1992. Arterial wall thickness in familial hypercholesterolemia. ultrasound measurement of intima-media thickness in the common carotid artery. *Arteriosclerosis, Thrombosis, and Vascular Biology* 12 (1), 70–7.
- Wendelhag, I., Wiklund, O., Wikstrand, J., 1996. On quantifying plaque size and intima-media thickness in carotid and femoral arteries. comments on results from a prospective ultrasound study in patients with familial hypercholesterolemia. *Arteriosclerosis, Thrombosis, and Vascular Biology* 16 (7), 843–50.
- Williams, D. J., Shah, M., 1992. A fast algorithm for active contours and curvature estimation. *Computer Vision Graphics and Image Processing: Image Understanding* 55 (1), 14–26.
- Xu, C., Prince, J. L., 1997. Gradient vector flow: A new external force for snakes. *Proceedings of the 1997 IEEE Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'97) Computer Society Conference* 1997, 66–71.
- Xu, C., Prince, J. L., 1998. Snake, shapes, and gradient vector flow. *IEEE Transactions on Image Processing* 7 (3), 359–69.
- Xu, C., Yezzi, A., Prince, J. L., 2001. A summary of geometric level set analogues for a general class of parametric active contour and surface models. *En: Proceedings of the 1st. IEEE Workshop on Variational and Level Set Methods in Computer Vision*. pp. 104–11.

## Apéndice A. Fórmulas Importantes

La integral de una exponencial con una variable  $x \in \mathbb{R}^n$  en  $n$  dimensiones, se calcula como (Sivia y Skilling, 2006):

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(x^T A x) d^n x = \sqrt{\frac{(2\pi)^n}{|A|}} \quad (\text{A.1})$$

El determinante de una matriz  $A$  multiplicada por un escalar  $k$ , está dado por (Strang, 2006):

$$|kA| = k^n |A| \quad (\text{A.2})$$