

Análisis del deslizamiento en el punto de apoyo de un robot bípedo de 5-gdl

J.A. Vazquez*, M. Velasco-Villa.

CINVESTAV-IPN, Departamento de Ingeniería Eléctrica
Sección de Mecatrónica, A.P. 14-740, 07000, México D.F., México.

Resumen

En los análisis de los diversos problemas que la locomoción bípeda representa, es común la consideración de hipótesis específicas para evaluar el desempeño de un robot en un ambiente de trabajo particular. Una de estas hipótesis consiste en omitir un eventual deslizamiento, que puede existir entre los puntos o superficies de contacto de un robot bípedo con el suelo. Aunque en situaciones prácticas esta dinámica puede ser despreciable, la velocidad relativa generada por un posible deslizamiento depende tanto de las características de fricción en el punto de contacto, como de la misma dinámica del sistema. Este trabajo se enfoca en el análisis de la dinámica de deslizamiento de un robot bípedo en su punto de apoyo durante la ejecución de su ciclo de marcha. Se considera un robot sólo con articulaciones de rodilla y cadera en cada pata, por lo que, dada la ausencia de articulación de tobillo, el contacto con la superficie es considerado puntual. Se desarrollan algunas expresiones analíticas para determinar las condiciones del fenómeno de deslizamiento al considerar un grado de libertad adicional de tipo traslacional en el extremo de la pata de apoyo. Copyright © 2013 CEA. Publicado por Elsevier España, S.L. Todos los derechos reservados.

Palabras Clave:

Robótica, Fricción viscosa, Modelo dinámico, Control basado en modelo

1. Introducción

Los sistemas de locomoción bípeda han sido estudiados desde diferentes perspectivas. Existen trabajos que se enfocan en problemas como la obtención de un modelo descriptivo del sistema; en el diseño de trayectorias de referencia para el ciclo de marcha estable de un robot; o bien en el problema de estabilidad dinámica; así mismo, ha sido ampliamente considerado el problema de diseños mecánicos para lograr ciertas características de movilidad. Por ejemplo, en Grizzle et al. (2001), Morris and Grizzle (2005) y Plestan et al. (2003), un robot bípedo se modela considerando los efectos de los impulsos generados al final de cada paso como resultado del impacto de la pata libre con el suelo y el intercambio de patas para comenzar un nuevo ciclo; en estos trabajos, la estabilidad en lazo cerrado se prueba vía mapas de Poincaré; en Miura and Shimoyama (1984) el modelo de un robot bípedo se desarrolla en los planos sagital y frontal y se obtiene una retroalimentación bajo la aproximación de un péndulo invertido. La estabilidad mediante técnicas de Lyapunov es evaluada, por ejemplo en Chemori and Loria

(2002), considerando el ciclo de marcha en fase de soporte simple, donde la fase de doble soporte es considerada como una perturbación externa. Algunas técnicas para lograr estabilidad consideran estrategias de contacto superficial como el punto de momento cero (ZMP por sus siglas en inglés) o el centro de presión (CP) como en Djoudi and Chevallereau (2005), Goswami (1999) o Sardain and Bessonnet (2004). Con respecto a la generación de trayectorias de referencia, se han desarrollado diversos trabajos donde se proponen desde trayectorias precalculadas estables como en (Azevedo et al., 2004), (Kuffner et al., 2002), (Park and Kim, 1998), hasta trayectorias obtenidas a partir de la marcha humana, como en (Ferreira et al., 2009), (Kurt and Erbatur, 2006) y Sinnet et al. (2011); además del cálculo de referencias en línea como en Takenaka et al. (2009).

En los estudios de sistemas de locomoción bípeda, es común la consideración de hipótesis que permitan simplificar un análisis en particular, sin embargo, en general estas aproximaciones son válidas cuando se asumen determinadas características de un ambiente de trabajo. Una de las hipótesis más comunes consiste en despreciar un eventual deslizamiento del robot en el punto de contacto cuando las características de fricción son tales que la fuerza restrictiva es superada. Sin embargo, existen trabajos que involucran este tipo de fenómenos en términos más

* Autor en correspondencia.

Correos electrónicos: javazquez@cinvestav.mx (J.A. Vazquez),
velasco@cinvestav.mx (M. Velasco-Villa.)

realistas. Por ejemplo, en Silva and Machado (2004), el contacto de una pata con la superficie es modelado como un sistema no lineal tipo masa-resorte en ambas direcciones, produciendo una dinámica interna que considera una velocidad relativa del contacto. En Kajita et al. (2004) el contacto superficial con el suelo durante el ciclo de marcha de un robot bípedo, se analiza bajo un ambiente de baja fricción. En este caso el deslizamiento se hace presente y es evitado fuera de línea mediante un ajuste de la posición del ZMP, mediante una nueva definición de trayectorias de referencia. Por otra parte, en Kaneko et al. (2005) el deslizamiento del robot en superficies de baja fricción, es analizado y detectado mediante la implementación de un observador basado en perfiles de fuerza que compara la fuerza en el apoyo, que eventualmente varía cuando el robot no sigue la referencia propuesta, con un patrón que garantiza deslizamiento nulo. Los casos anteriores, aunque eventualmente involucran dinámicas en el plano frontal, pueden aplicarse al deslizamiento en el plano sagital y consideran el deslizamiento como un fenómeno indeseado. En trabajos como Miura et al. (2012), Kim and Park (2011) se analizan las fuerzas de fricción de una superficie para lograr un deslizamiento que permita desarrollar rotaciones para cambiar direcciones de marcha, involucrando así una dinámica en el plano transversal.

Una alternativa en la consideración de la dinámica en el punto de contacto de la pata de apoyo y el suelo, sobre todo en la dirección tangencial del plano sagital, consiste en la incorporación de un grado de libertad adicional que permita un eventual desplazamiento. Éste es el enfoque considerado en este trabajo, el cual, a pesar de que implica un aumento en la dimensión del modelo dinámico correspondiente, permite analizar claramente la dinámica del deslizamiento del robot en función de la evolución del mismo. Para analizar este fenómeno, el enfoque aquí propuesto representa una ventaja con respecto a los trabajos mencionados, puesto que además de la consideración de la dinámica del cuerpo del robot como resultado del seguimiento de las trayectorias de referencia, no sólo se toma en cuenta la definición de las mismas sino también la forma de convergencia de los errores correspondientes, la cual puede inducir un deslizamiento como consecuencia de los efectos inerciales. En particular, en este enfoque, la velocidad de deslizamiento se caracteriza en términos de un modelo de fricción y de la velocidad de referencia considerada para lograr un ciclo de marcha específico, lo que resulta práctico para visualizar el efecto de la dinámica mediante la variación de los parámetros críticos. Esta aproximación ha sido inicialmente estudiada en Vazquez and Velasco-Villa (2011).

Con una adecuada caracterización de la dinámica del deslizamiento en los puntos de contacto de un robot bípedo con el suelo, es posible evaluar su desempeño en ambientes con diversas condiciones de fricción y, más aún, es posible identificar condiciones bajo las cuales un robot puede desempeñar correctamente su ciclo de marcha bajo una retroalimentación de control específica antes de una caída total. Ante tales circunstancias, una estrategia de control puede compensar cierto deslizamiento, de tal manera que el robot mantenga su trayectoria estable y alcance los objetivos de control planteados.

El resto del trabajo se organiza como sigue: en la Sección

2 se desarrolla el modelo dinámico del robot bípedo con la incorporación de un grado de libertad traslacional para analizar el deslizamiento en el punto de apoyo. Se presentan también las principales hipótesis del trabajo y un análisis para expresar la dinámica del deslizamiento en términos de un modelo de fricción. En la Sección 3, se analiza la dinámica resultante de la fase de soporte simple mediante la solución de un par de ecuaciones diferenciales, que describen las dinámicas transitoria y estacionaria del sistema en lazo cerrado. En la Sección 4 se considera también la fase instantánea de doble soporte cuando se asume un deslizamiento nulo del punto de impacto, y de manera general, cuando existe un eventual deslizamiento del mismo punto. En ambos casos, la dinámica resultante se evalúa como condición inicial para el siguiente paso en la fase de soporte simple. Los resultados del trabajo son mostrados a través de simulaciones numéricas en la Sección 5 y finalmente se presentan algunas conclusiones generales en la Sección 6.

2. Clase de robot bípedo sub actuado

El robot bípedo considerado en este trabajo consiste en un sistema de cinco grados de libertad. Cuatro de ellos son de tipo articular y actuados, definidos por las dos uniones de rodilla y las dos de cadera en el sistema. El grado de libertad adicional es del tipo traslacional y no actuado en el punto de contacto de la pata de apoyo con el suelo, caracterizando así un sistema subactuado. No se considera articulación de tobillo para incorporar pies, por lo que el contacto con el suelo se asume puntual. La Figura 1 muestra una descripción general de este sistema.

El objetivo principal de este trabajo representa un análisis inicial del problema de deslizamiento del punto de contacto de la pata de apoyo del robot bípedo y la superficie de trabajo. El grado de libertad adicional propuesto constituye un esfuerzo por abordar el problema desde un punto de vista más realista que la mayoría de los trabajos presentados previamente en la literatura. Sin embargo, también se consideran algunas hipótesis que simplifican el análisis principal del trabajo, pero que no influyen directamente en la caracterización del problema de deslizamiento que se estudia. Las consideraciones son:

- el robot evoluciona en la fase de soporte simple, el doble soporte es instantáneo y se considera como una perturbación externa generada por la dinámica del impacto;
- en el momento del impacto, las fuerzas resultantes se consideran impulsivas y determinan la condición de deslizamiento del punto de impacto;
- la dinámica del robot se define en el plano sagital con un contacto puntual con el suelo;
- no existe rebote ni penetración en el suelo en la dirección normal, sólo se considera una dinámica tangencial del punto de contacto.

El modelo dinámico se obtiene mediante la formulación de Euler-Lagrange (Spong and Vidyasagar, 1989) considerando

inicialmente que el robot puede moverse en el plano libremente, resultando la representación estandar general,

$$D_e(q_e)\ddot{q}_e + C_e(q_e, \dot{q}_e)\dot{q}_e + G_e(q) = B_e\tau_e, \quad (1)$$

donde $q_e = [q_{31}, q_{32}, q_{41}, q_{42}, \zeta_1, \bar{\zeta}_1]^T$ es el vector de coordenadas generalizadas que considera cuatro coordenadas articulares ($q_{31}, q_{32}, q_{41}, q_{42}$) y dos cartesianas, ζ_1 para la coordenada horizontal y $\bar{\zeta}_1$ para la vertical. $D_e(q_e), C_e(q_e, \dot{q}_e) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ son la matriz de Inercia y de Coriolis respectivamente; mientras que $G_e \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ es el vector de gravedad. $B_e \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ es la matriz de entrada y τ_e corresponde a las señales de control. La Figura 1 describe la configuración del robot correspondiente al modelo (1).

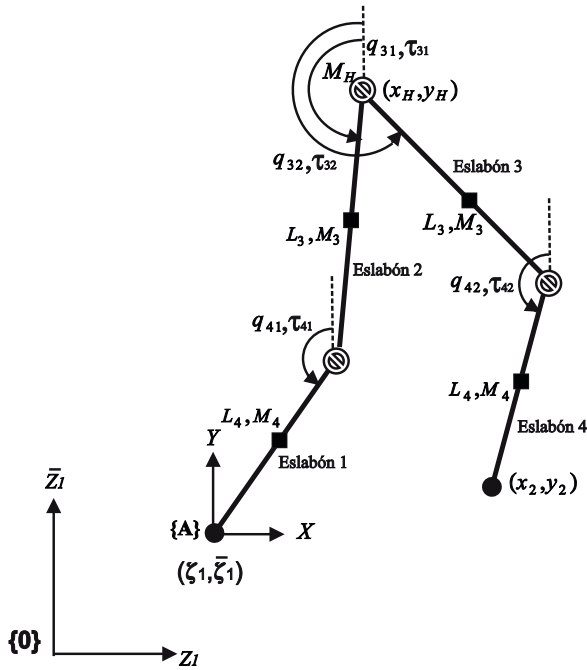


Figura 1: Descripción general del robot bípedo.

Restringiendo al robot de tal manera que exista siempre contacto con la superficie de marcha, esto es, haciendo $\bar{\zeta}_1 = 0$, es posible reducir el modelo (1) para obtener la dinámica de soporte simple como,

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = B_ru + F_{ext}, \quad (2)$$

donde, $q = [q_{31}, q_{32}, q_{41}, q_{42}, \zeta_1]^T$, $u = [\tau_{31}, \tau_{32}, \tau_{41}, \tau_{42}]^T$ y F_{ext} representa la fuerza restrictiva en el punto de apoyo que no produce trabajo y puede considerarse en la dirección tangencial como la fuerza de fricción.

Las matrices involucradas en el modelo reducido (2) están definidas como,

$$D = \begin{bmatrix} a_1 & a_2c_{q_1} & k_1c_{q_2} & k_2c_{q_3} & b_1c_{q_{31}} \\ a_2c_{q_1} & k_3 & z_1c_{q_4} & k_5c_{q_5} & b_2c_{q_{32}} \\ k_1c_{q_2} & z_1c_{q_4} & k_4 & -k_6c_{q_6} & b_3c_{q_{41}} \\ k_2c_{q_3} & k_5c_{q_5} & -k_6c_{q_6} & \frac{k_6}{2} & b_4c_{q_{42}} \\ b_1c_{q_{31}} & b_2c_{q_{32}} & b_3c_{q_{41}} & b_4c_{q_{42}} & M_T \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & -a_2s_{q_1}\dot{q}_{32} & -k_1s_{q_2}\dot{q}_{41} & -k_2s_{q_3}\dot{q}_{42} & 0 \\ a_2s_{q_1}\dot{q}_{31} & 0 & -z_1s_{q_4}\dot{q}_{41} & -k_5s_{q_5}\dot{q}_{42} & 0 \\ k_1s_{q_2}\dot{q}_{31} & z_1s_{q_4}\dot{q}_{32} & 0 & k_6s_{q_6}\dot{q}_{42} & 0 \\ k_2s_{q_3}\dot{q}_{31} & k_5s_{q_5}\dot{q}_{32} & -k_6s_{q_6}\dot{q}_{41} & 0 & 0 \\ -b_1s_{q_{31}}\dot{q}_{31} & -b_2s_{q_{32}}\dot{q}_{32} & -b_3s_{q_{41}}\dot{q}_{41} & -b_4s_{q_{42}}\dot{q}_{42} & 0 \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} g_1s_{q_{31}} \\ g_2s_{q_{32}} \\ g_3s_{q_{41}} \\ g_4s_{q_{42}} \\ 0 \end{bmatrix}, B_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, F_{ext} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\hat{f}_{ext} \end{bmatrix},$$

donde, para simplificar la notación se ha definido $c(\cdot) = \cos(\cdot)$ y $s(\cdot) = \sin(\cdot)$, junto con,

$$\begin{aligned} q_1 &= q_{32} - q_{31}, & q_2 &= q_{41} - q_{31}, & q_3 &= q_{42} - q_{31}, \\ q_4 &= q_{41} - q_{32}, & q_5 &= q_{42} - q_{32}, & q_6 &= q_{42} - q_{41}. \end{aligned} \quad (3)$$

Considerando g como la constante de gravedad, los parámetros constantes de las matrices anteriores están dados en la Tabla 1.

Tabla 1: Parámetros estructurales del modelo.

Nombre	Valor	Nombre	Valor
a_1	$L_3^2(\frac{5}{4}M_3 + M_4 + M_H)$	a_2	$-L_3^2(\frac{1}{2}M_3 + M_4)$
g_1	$L_3g(\frac{3}{2}M_3 + M_4 + M_H)$	g_2	$-L_3g(\frac{1}{2}M_3 + M_4)$
g_3	$L_4g(2M_3 + \frac{3}{2}M_4 + M_H)$	g_4	$-\frac{1}{2}L_4M_4g$
z_1	L_4a_2/L_3	k_1	$L_4(\frac{a_1}{L_3} + \frac{1}{4}L_3M_3)$
k_2	$-\frac{1}{2}M_4L_3L_4$	k_3	$L_3^2(\frac{1}{4}M_3 + M_4)$
k_4	$L_4^2(\frac{5}{4}M_4 + 2M_3 + M_H)$	k_5	$\frac{1}{2}M_4L_3L_4$
k_6	$\frac{1}{2}M_4L_4^2$	M_T	$M_H + 2M_3 + 2M_4$
b_1	$L_3(\frac{3}{2}M_3 + M_4 + M_H)$	b_2	$-L_3(\frac{1}{2}M_3 + M_4)$
b_3	$L_4(\frac{3}{2}M_4 + 2M_3 + M_H)$	b_4	$-\frac{1}{2}M_4L_4$

Dado que es posible actuar directamente las articulaciones de rodilla y cadera, el vector de coordenadas actuadas se define como $q_A = [q_{31}, q_{32}, q_{41}, q_{42}]^T$, mientras que la coordenada traslacional en la base, no actuada, se denota como $q_{NA} = \zeta_1$. Considérese además la expresión por bloques de las matrices de inercia $D(q)$ y de Coriolis $C(q, \dot{q})$ del modelo (2) como $D(q) = [D_{11}, D_{12}; D_{21}, D_{22}]$ y $C(q, \dot{q}) = [C_{11}, 0_{4 \times 1}; C_{21}, 0]$ tal que $C_{11} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$, $C_{21} \in \mathbb{R}^{1 \times 4}$, $D_{11} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$, $D_{21} = D_{12}^T \in \mathbb{R}^{1 \times 4}$ y $D_{22} = M_T \in \mathbb{R}$. Bajo estas consideraciones, el sistema (2) se reescribe como,

$$D_{11}\ddot{q}_A + D_{12}\ddot{q}_{NA} + h_1 + G_1 = Bu \quad (4a)$$

$$D_{21}\ddot{q}_A + D_{22}\ddot{q}_{NA} + h_2 = -\hat{f}_{ext} \quad (4b)$$

donde $\hat{f}_{ext}$ representa la fuerza de fricción; $B \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ es la matriz de entrada articular; $h_1 = C_{11}\dot{q}_A$ y $h_2 = C_{21}\dot{q}_A$.

2.1. Linealización parcial

El objetivo del trabajo consiste en realizar un análisis de los efectos del comportamiento del subsistema actuado, definido por las coordenadas q_A , sobre la dinámica no actuada q_{NA} sujeta a la fuerza de fricción en el punto de contacto. A continuación, mediante el uso de una retroalimentación inicial de los estados y un cambio de coordenadas específico, el sistema definido por (4) se reescribe a través de una representación alternativa en la que los efectos de deslizamiento pueden analizarse

de una forma más clara. Considérese en primera instancia una linealización parcial a partir de la retroalimentación,

$$Bu = -D_{12}D_{22}^{-1}\{h_2 + \hat{f}_{ext}\} + h_1 + G_1 + \bar{D}v, \quad (5)$$

donde $\bar{D} = D_{11} - D_{12}D_{22}^{-1}D_{21}$ y v define una señal de control auxiliar. Al aplicar esta retroalimentación, el sistema en lazo cerrado (4)-(5) resulta,

$$\ddot{q}_A = v \quad (6a)$$

$$D_{21}v + D_{22}\ddot{q}_{NA} + h_2 + \hat{f}_{ext} = 0. \quad (6b)$$

El sistema expresado en (6) es resultado de la así llamada “collocated linearization” descrita en Spong (1994), la cual se refiere a una nueva representación del sistema a partir de una retroalimentación que linealiza el subsistema asociado con las coordenadas actuadas.

Con el fin de identificar fácilmente los sistemas actuado y no actuado, defínase,

$$z_1 = q_A, \quad z_2 = \dot{q}_A, \quad \zeta_1 = q_{NA}, \quad \zeta_2 = \dot{q}_{NA}.$$

Entonces, el sistema (6) puede reescribirse en el espacio de estados como,

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= v \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_1 &= \zeta_2 \\ \dot{\zeta}_2 &= D_{22}^{-1}[-D_{21}v - h_2 - \hat{f}_{ext}], \end{aligned} \quad (7b)$$

donde el subsistema $z = [z_1^T, z_2^T]^T$ representa la dinámica articular, lineal y completamente actuada, mientras que el subsistema $\zeta = [\zeta_1, \zeta_2]^T$ determina la evolución de la dinámica de deslizamiento en el punto de apoyo del robot. Nótese que en la ecuación (7), la nueva entrada de control v aparece en ambos subsistemas z y ζ ; esto complica altamente el diseño de un controlador para el sistema completo, por lo que se requiere reescribir el modelo (7) en una forma particular de tal manera que las coordenadas no actuadas se puedan desacoplar con respecto a la entrada v .

2.2. Desacoplamiento de la entrada de control

El subsistema ζ expresado en (7b) se puede desacoplar con respecto a v considerando la transformación definida globalmente en Olfati-Saber (2000), y dada como,

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= z_1 \\ \sigma_2 &= z_2 \\ \phi_1 &= \zeta_1 + \gamma(z_1) \\ \phi_2 &= D_{22}\zeta_2 + D_{21}z_2 \end{aligned} \quad (8)$$

donde $\gamma(z_1) = \int D_{22}^{-1}D_{21}dz_1$ corresponde a la posición del centro de masa $x_{CM}(t)$ del robot a lo largo del eje x con respecto al punto de apoyo en el marco de referencia $\{A\}$ (ver Figura 1). De esta manera, considerando que ζ_1 representa el desplazamiento horizontal en la base, la nueva coordenada ϕ_1 define la posición del centro de masa con respecto al marco inercial $\{0\}$. Por otra parte, ϕ_2 corresponde a la evolución de la dinámica del

mismo centro de masa en términos de cantidad de movimiento. Aplicando la transformación (8), la dinámica del sistema (7) se expresa en las nuevas coordenadas como,

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_1 &= \sigma_2 \\ \dot{\sigma}_2 &= v \\ \dot{\phi}_1 &= D_{22}^{-1}\phi_2 \\ \dot{\phi}_2 &= -\hat{f}_{ext}(D_{22}^{-1}[\phi_2 - D_{21}(\sigma_1)\sigma_2]). \end{aligned} \quad (9)$$

Nótese que en la ecuación (9) se considera la dependencia del modelo de fricción $\hat{f}_{ext}$ en términos de la velocidad de deslizamiento ζ_2 , la cual está expresada en las nuevas coordenadas.

Por otra parte, considerando una trayectoria de referencia articular q_A^d , el análisis de la evolución del sistema se puede realizar en términos de las coordenadas del error,

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \sigma_1 - q_A^d \\ \delta_2 &= \sigma_2 - \dot{q}_A^d \\ \omega &= v - \ddot{q}_A^d, \end{aligned}$$

por lo que, bajo estas condiciones, el sistema (9) adquiere la forma,

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_1 &= \delta_2 \\ \dot{\delta}_2 &= \omega \\ \dot{\phi}_1 &= D_{22}^{-1}\phi_2 \\ \dot{\phi}_2 &= -\hat{f}_{ext}(D_{22}^{-1}[\phi_2 - D_{21}(\delta_1 + q_A^d)[\delta_2 + \dot{q}_A^d]]). \end{aligned} \quad (10)$$

El término $\hat{f}_{ext}$ en el desarrollo anterior describe la fuerza de fricción presente en el contacto con el suelo. En este trabajo, esta fuerza se describe mediante un modelo de fricción viscosa debido a su relación lineal con la velocidad de deslizamiento, esto es $\hat{f}_{ext} = k_v\zeta_2$, donde k_v es el coeficiente de viscosidad. Bajo esta consideración, el sistema (10) se convierte en,

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_1 &= \delta_2 \\ \dot{\delta}_2 &= \omega \end{aligned} \quad (11a)$$

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_1 &= D_{22}^{-1}\phi_2 \\ \dot{\phi}_2 &= -k_v D_{22}^{-1}\phi_2 + k_v D_{22}^{-1}D_{21}(\delta_1 + q_A^d)[\delta_2 + \dot{q}_A^d]. \end{aligned} \quad (11b)$$

Nótese que en esta expresión, el subsistema δ dado en (11a) es un doble integrador que puede ser fácilmente estabilizado mediante una retroalimentación específica ω . Sin embargo, la dinámica remanente ϕ no es directamente controlable por lo que su análisis es de suma importancia a fin de garantizar la estabilidad del ciclo de marcha del sistema (11a)-(11b).

En las siguientes secciones se analiza el ciclo de marcha completo. Por simplicidad, el análisis se realiza haciendo una distinción entre cada etapa de la marcha, simple y doble soporte, definiendo la relación entre ambas en términos de condiciones iniciales.

3. Fase de soporte simple

En este trabajo, la etapa de soporte simple del ciclo de marcha, representa la dinámica principal del sistema y está sujeta a la aplicación directa de las señales de control basadas en la

retroalimentación de los estados. El análisis de esta etapa determina las condiciones de estabilidad del robot por lo que, dada una estrategia de control que estabiliza la dinámica actuada, se desarrollan análisis complementarios relacionados con la dinámica remanente.

3.1. Convergencia en tiempo finito

Debido a la naturaleza de la dinámica del ciclo de marcha, que implica una función de restablecimiento para definir el inicio de cada paso, es necesario asegurar la convergencia del error de seguimiento antes de la finalización del paso. Bajo esta consideración, existen en la literatura algunas implementaciones de estrategias de control en tiempo finito para diferentes clases de robots bípedos, por ejemplo Grizzle et al. (2001) o Plestan et al. (2003). En este trabajo se considera la retroalimentación usada en Grizzle et al. (2001) y definida inicialmente en Bhat and Bernstein (1998) para un sistema de doble integrador. La retroalimentación está definida como,

$$v = \frac{1}{\epsilon} \left[-\text{sign}(\epsilon \delta_2) |\epsilon \delta_2|^\alpha - \text{sign}(v) |v|^{\frac{\alpha}{2-\alpha}} \right], \quad (12)$$

donde,

$$v = \delta_1 + \frac{1}{2-\alpha} \text{sign}(\epsilon \delta_2) |\epsilon \delta_2|^{2-\alpha},$$

con,

$$\alpha \in (0, 1) \text{ y } \epsilon > 0.$$

La ecuación (12) corresponde a una retroalimentación continua que produce un sistema en lazo cerrado globalmente estable en tiempo finito, lo cual es mostrado en Bhat and Bernstein (1998) mediante el uso de estrategias de Lyapunov.

Esta retroalimentación garantiza la convergencia del error $\delta = [\delta_1^T, \delta_2^T]^T$ en el subsistema δ (11a), la cual determina la evolución del término $k_v D_{22}^{-1} D_{21} (\delta_1 + \dot{q}_A^d) [\delta_2 + \dot{q}_A^d]$ en el subsistema ϕ (11b). Para analizar este efecto, la evolución del subsistema ϕ se analiza en dos partes; la respuesta en estado estacionario donde $t \geq t_c$, siendo t_c el tiempo de convergencia; y la respuesta transitoria, donde los errores δ tienen un comportamiento desconocido pero acotado.

3.2. Fase de soporte simple: Estado estacionario

Considérese primero el caso del sistema en lazo cerrado (11a)-(12) de tal manera que el subsistema δ ha convergido al origen en un tiempo $t \geq t_c$, con $i = 1, 2$. Esto implica que el subsistema ϕ adquiere la forma,

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_1 &= D_{22}^{-1} \phi_2 \\ \dot{\phi}_2 &= -k_v D_{22}^{-1} \phi_2 + k_v D_{22}^{-1} D_{21} (\dot{q}_A^d) \dot{q}_A^d. \end{aligned} \quad (13)$$

Resolviendo la segunda ecuación diferencial del subsistema (13) para $t_c \leq t \leq t_p$, donde t_p es el tiempo de finalización del paso, se obtiene,

$$\begin{aligned} \phi_2(t) &= e^{-k_v D_{22}^{-1}(t-t_c)} \phi_2(t_c) + \\ &e^{-k_v D_{22}^{-1}t} \left[D_{21}^d \dot{q}_A^d e^{k_v D_{22}^{-1}t} \Big|_{t_c} - \int_{t_c}^t [C_{21}^d \dot{q}_A^d + D_{21}^d \ddot{q}_A^d] d\tau \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Nótese que el término dentro de la integral en (14) puede analizarse haciendo referencia a la ecuación (4b) y el modelo de fricción viscosa considerado. De esta manera, es posible expresar dicho término en función de las trayectorias de referencia como,

$$C_{21}^d \dot{q}_A^d + D_{21}^d \ddot{q}_A^d = -k_v \dot{\zeta}_2^d - D_{22} \ddot{\zeta}_2^d. \quad (15)$$

Recuérdese que la coordenada no actuada ζ_1 , no es controlable y tiene un comportamiento que depende directamente de la dinámica articular. Sin embargo, siempre es posible definir una trayectoria deseada ζ_2^d de la velocidad ζ_2 de tal manera que $\zeta_2^d = 0$ y, más aún, $\dot{\zeta}_2^d = 0$, independientemente del valor real de esta coordenada. Bajo esta consideración, el lado derecho de (15) se puede asumir nulo y la ecuación (14) se reescribe como,

$$\begin{aligned} \phi_2(t) &= e^{-k_v D_{22}^{-1}(t-t_c)} \phi_2(t_c) + D_{21}^d(t) \dot{q}_A^d(t) - \\ &e^{-k_v D_{22}^{-1}(t-t_c)} D_{21}^d(t_c) \dot{q}_A^d(t_c). \end{aligned} \quad (16)$$

Regresando a las coordenadas originales, la ecuación anterior se reescribe como,

$$\zeta_2(t) = e^{-k_v D_{22}^{-1}(t-t_c)} \zeta_2(t_c). \quad (17)$$

La ecuación (17) expresa el hecho de que a partir del tiempo finito de convergencia t_c , la velocidad de deslizamiento $\zeta_2(t)$ provocada antes de alcanzar la convergencia articular, disminuirá exponencialmente con respecto al tiempo, dependiendo de un determinado coeficiente de viscosidad k_v . Como era de esperarse, el principal factor para determinar la condición de deslizamiento, es el parámetro de fricción, pues es éste el que determina la tasa de decaimiento de la velocidad. En términos del desplazamiento real ζ_1 , se tiene que,

$$\zeta_1(t) = \zeta_1(t_c) - \frac{1}{k_v} D_{22} \zeta_2(t_c) \left[e^{-k_v D_{22}^{-1}(t-t_c)} - 1 \right], \quad (18)$$

el cual, de la misma manera, evoluciona con un incremento de pequeña magnitud a partir de $\zeta_1(t_c)$ siempre y cuando k_v sea suficientemente grande. Las ecuaciones (17) y (18) definen la dinámica del punto de apoyo del robot y son válidas sólo para $t_c \leq t \leq t_p$, donde el subsistema (11a) ha convergido al origen. Sin embargo, es necesario analizar la dinámica del deslizamiento cuando el error $\delta(t) = [\delta_1^T(t), \delta_2^T(t)]^T$ es diferente de cero, esto es, antes de alcanzar el tiempo t_c .

3.3. Fase de soporte simple: Dinámica transitoria

La evolución de $\phi_2(t)$ para $t_0 \leq t < t_c$ puede analizarse de forma similar al caso anterior. La solución de la segunda ecuación del subsistema ϕ de (11b), con $\delta \neq 0$ resulta,

$$\phi_2(t) = e^{-k_v D_{22}^{-1}(t-t_0)} \phi_2(t_0) + k_v D_{22}^{-1} e^{-k_v D_{22}^{-1}t} \rho(\tau) \quad (19)$$

donde,

$$\rho(\tau) = \int_{t_0}^t e^{k_v D_{22}^{-1}\tau} D_{21} (\delta_1(\tau) + \dot{q}_A^d(\tau)) [\delta_2(\tau) + \dot{q}_A^d(\tau)] d\tau.$$

Nótese que en esta ocasión, el término dentro de la integral no puede omitirse pues la magnitud del error es desconocida. Sin embargo, es posible verificar que,

- i) $\|D_{21}\| \leq \|\mathcal{D}\|$, donde $\mathcal{D} = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \end{bmatrix}$
- ii) $\delta_2(t) \leq \Delta_2$
- iii) $\dot{q}_A^d \leq \dot{\Theta}_d$.

La cota Δ_2 es una consecuencia de las propiedades de estabilidad de la fase de soporte simple, que implican que el error eventualmente convergerá y no crece indefinidamente. Por otra parte, $\dot{\Theta}_d$ es una cota superior de la referencia articular en velocidad y puede siempre ser definida. Por lo tanto a partir de (19) se tiene que,

$$\phi_2(t) \leq e^{-k_v D_{22}^{-1}(t-t_0)} \phi_2(t_0) + k_v D_{22}^{-1} e^{-k_v D_{22}^{-1} t} \bar{\rho}(\tau) \quad (20)$$

donde

$$\bar{\rho}(\tau) = \mathcal{D} [\Delta_2 + \dot{\Theta}_d] \int_{t_0}^{\tau} e^{k_v D_{22}^{-1} \tau} d\tau,$$

esto es,

$$\phi_2(t) \leq e^{-k_v D_{22}^{-1}(t-t_0)} \phi_2(t_0) + \Lambda [1 - e^{-k_v D_{22}^{-1}(t-t_0)}] \quad (21)$$

con $\Lambda = D [\Delta_2 + \dot{\Theta}_d]$. De esta manera, la coordenada ϕ_2 puede considerarse acotada y lo mismo se espera para la coordenada real de velocidad ζ_2 . Nótese que dicha cota depende fundamentalmente de la dinámica del error y considera también la magnitud de la velocidad articular deseada. Este último hecho resulta lógico ya que mientras más alta sea la velocidad requerida para desarrollar una rutina, se espera que la velocidad de deslizamiento también crezca. En coordenadas originales, y considerando que el robot bípedo inicia en reposo (i.e. $\phi_2(0) = 0$) para el primer paso, se tiene,

$$\zeta_2(t) \leq -D_{22}^{-1} D_{21}(q_A) \dot{q}_A + D_{22}^{-1} \Lambda [1 - e^{-k_v D_{22}^{-1} t}]. \quad (22)$$

Esto garantiza que el deslizamiento antes de t_c no crece indefinidamente y por lo tanto, ζ_2 en t_c eventualmente decrecerá. En general, se tiene que $\phi_2(0) \neq 0$ cuando el ciclo de marcha evoluciona después del primer paso y la expresión (22) adquiere la forma expuesta en la Sección 4.3 como consecuencia de las condiciones finales del doble soporte.

4. Doble soporte: Dinámica del impacto

Para caracterizar el ciclo de marcha completo, cada fase de soporte simple debe ser definida a partir de condiciones iniciales de q_A , $\dot{q}_A$, ζ_1 y ζ_2 . Estas condiciones dependen de un intercambio de coordenadas de tal manera que la pata de apoyo se convierte en la pata libre y viceversa; así como de la dinámica resultante del fenómeno de impacto. Estos dos eventos de duración instantánea definen la fase de doble soporte y el mapeo de restablecimiento para cada reinicio de soporte simple.

En este trabajo se considera un doble soporte instantáneo y se caracteriza por una discontinuidad en velocidad y por las fuerzas impulsivas generadas en el impacto. La colisión de la

pata libre con el piso es modelada mediante la formulación algebraica dada en Hurmuzlu and Marghitu (1994), donde se define que el impacto es gobernado por la ley de conservación de momento angular y lineal como,

$$D_e(\bar{q}_e) [\dot{\bar{q}}_e^+ - \dot{\bar{q}}_e^-] = P = E^T F, \quad (23)$$

donde P es el impulso que provoca la discontinuidad y $F = [F_t, F_N]^T$ es el vector de fuerzas impulsivas tangencial y normal respectivamente en el punto de impacto. Los superíndices $(\cdot)^+$ y $(\cdot)^-$ definen las coordenadas justo después y antes del impacto, respectivamente. Además $\bar{q}_e = [q_{31}, q_{32}, q_{41}, q_{42}, \zeta_1, 0]^T$ y E es el Jacobiano definido como,

$$E = \frac{\partial P_2}{\partial \bar{q}_e}, \quad (24)$$

donde,

$$P_2 = [P_{2_{xA}}, P_{2_{yA}}]^T + [\zeta_1, 0]^T,$$

define la posición cartesiana del extremo de la pata que impacta el suelo con respecto al marco de referencia $\{0\}$, siendo $[P_{2_{xA}}, P_{2_{yA}}]^T$ la posición del mismo punto con respecto al marco de referencia $\{A\}$. Para obtener las variables desconocidas en (23), esto es, F y $\dot{\bar{q}}_e^+$, es necesaria una restricción adicional para completar un sistema de igual número de variables y ecuaciones. En general, dicha restricción involucra el deslizamiento en el punto de impacto, así como la posible penetración o rebote en la superficie de contacto del mismo punto. En este trabajo se considera una dinámica nula en el eje vertical, sin embargo, como un caso general, un eventual deslizamiento es posible.

4.1. Caso ideal: Patinado nulo en el punto de impacto

La consideración de que en el punto de impacto no existe rebote ni deslizamiento en el instante del contacto produce la relación,

$$E \dot{\bar{q}}_e^+ = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (25)$$

que junto con la ecuación (23) permite obtener una expresión con una solución única para $\dot{\bar{q}}_e^+$ y F como,

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{q}}_e^+ \\ F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_e & -E^T \\ E & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} D_e \dot{\bar{q}}_e^- \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Una vez que $\dot{\bar{q}}_e^+$ es conocida, bajo la consideración de que la postura del robot durante el impacto no sufre cambios, el restablecimiento se complementa con el intercambio de coordenadas, que representa el intercambio de patas de tal manera que la pata de apoyo se vuelve en la de avance y viceversa. El mapeo que involucra la obtención de $\dot{\bar{q}}_e^+$ y el intercambio de las patas, define las condiciones iniciales del nuevo paso. Este caso ha sido ampliamente considerado y es válido cuando la relación de Coulomb es tal que $F_t/F_N \leq \mu$ para un coeficiente de fricción viscosa μ dado. Sin embargo, para considerar la dinámica de ζ_1 , se asume que eventualmente se viola esta condición y el deslizamiento se encuentra presente.

4.2. Caso no ideal: Condición de deslizamiento

Si la velocidad de deslizamiento en el punto de impacto no es nula, es posible reescribir la ecuación (25) como en Vazquez and Velasco-Villa (2010), en la forma,

$$E\dot{\bar{q}}_e^+ = \begin{bmatrix} \eta_x \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

donde η_x es la velocidad de deslizamiento.

Para obtener una expresión analítica de η_x en la ecuación (27), considérese el modelo de la ecuación (1) en función de $\bar{q}_e$, como un cuerpo rígido que impacta con el suelo. Entonces, de manera aproximada, las velocidades en el punto de impacto se expresan como (Wang, 1986),

$$\begin{aligned} \eta_x &= V_x^+ + \bar{y}\omega \\ \eta_y &= V_y^+ - \bar{x}\omega \end{aligned} \quad (28)$$

donde $\eta_y = 0$ es la velocidad normal, mientras V_x^+ y V_y^+ son las componentes de velocidad del centro de masa C_I con respecto al punto de impacto. Por otra parte, $P_{C_I} = (\bar{x}, \bar{y})$ define la posición de C_I con respecto al mismo punto, mientras que ω es la velocidad angular al impacto. La Figura 2 describe esta situación.

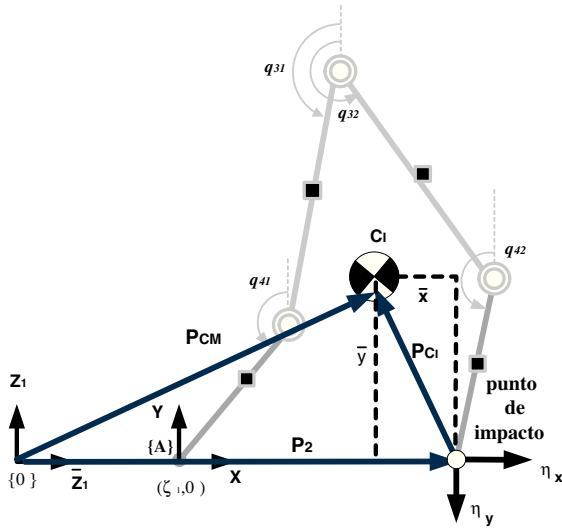


Figura 2: Velocidades relativas en el impacto.

De acuerdo a la Figura 2, la posición del centro de masa P_{CM} con respecto al marco inercial $\{0\}$ está dado por,

$$P_{CM} = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \zeta_1 + \gamma \\ -D_{22}^{-1}D_{21}\hat{e} \end{bmatrix} \quad (29)$$

con $\hat{e} = [1, 1, 1]^T$; por lo que su posición con respecto al punto de impacto se define como,

$$P_{C_I} = P_{CM} - P_2 = \begin{bmatrix} \gamma - P_{2xA} \\ -D_{22}^{-1}D_{21}\hat{e} - P_{2yA} \end{bmatrix} \quad (30)$$

y su velocidad como,

$$\frac{dP_{C_I}}{dt} = \begin{bmatrix} V_x^+ \\ V_y^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\gamma} - \frac{\partial P_{2xA}}{\partial q_A} \dot{q}_A^+ \\ -D_{22}^{-1}C_{21}\hat{e} - \frac{\partial P_{2yA}}{\partial q_A} \dot{q}_A^+ \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Considerando (28), (30) y (31) se obtiene una expresión para η_x como,

$$\eta_x = \xi \dot{q}_A^+ \quad (32)$$

donde

$$\xi = \bar{\eta} [D_{22}^{-1}\bar{C} + \frac{\partial P_{2y}}{\partial q_A}] + D_{22}^{-1}D_{21} + \frac{\partial P_{2x}}{\partial q_A}$$

con

$$\begin{aligned} \bar{C} &= [-b_1 s_{31} \quad -b_2 s_{32} \quad -b_3 s_{41} \quad -b_4 s_{42}] \\ \bar{\eta} &= \frac{[D_{22}^{-1}D_{21}\hat{e} + P_{2y}]}{\gamma - P_{2x}}. \end{aligned}$$

Nótese que la eventual velocidad de deslizamiento resulta proporcional a las velocidades post impacto $\dot{q}_A^+$. De esta manera, la ecuación (27), puede reescribirse como,

$$E\dot{\bar{q}}_e^+ = \begin{bmatrix} [\xi, 0, 0] \dot{q}_e^+ \\ 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

por lo que la solución para $\dot{\bar{q}}_e^+$ y F del par (23)-(33) finalmente se expresa como,

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{q}}_e^+ \\ F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_e & -E^T \\ E - \nu & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} D_e \dot{\bar{q}}_e^- \\ 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

donde $\nu = [[\xi, 0, 0], 0_{2 \times 6}]^T$; y nuevamente se aplica el mapeo de restablecimiento para obtener las condiciones iniciales para un nuevo paso.

4.3. Efecto de la velocidad de impacto en el soporte

Debido a la duración instantánea del doble soporte, en este trabajo se considera que la velocidad de deslizamiento en el punto de impacto se convierte en la velocidad inicial de deslizamiento ζ_2 en el punto de apoyo del soporte simple del nuevo paso. Cuando este deslizamiento de impacto es nulo, la velocidad de deslizamiento durante el paso está caracterizada por (22), sin embargo, si en el impacto se presenta el fenómeno de deslizamiento de tal manera que en el inicio del nuevo paso existe una velocidad relativa en el apoyo, la ecuación (22) toma la forma,

$$\begin{aligned} \zeta_2(t) &\leq e^{-k_v D_{22}^{-1}(t-t_0)} [D_{22}\zeta_2(t_0) + D_{21}(t_0)\dot{q}_A(t_0)] \\ &\quad - D_{22}^{-1}D_{21}(q_A)\dot{q}_A + D_{22}^{-1}\Lambda [1 - e^{-k_v D_{22}^{-1}t}], \end{aligned} \quad (35)$$

donde t_0 es el tiempo inicial de cada nuevo paso. En general, la fricción puede evitar un deslizamiento considerable al considerar un coeficiente de viscosidad alto. Si éste no es el caso, de acuerdo a (35), una alternativa consiste en proponer una referencia en velocidad suficientemente lenta, lo que implica que las componentes inerciales se reducen y la cota para $\zeta_2(t)$ se garantiza.

5. Resultados numéricos

Los desarrollos preliminares del robot bípedo (2) en lazo cerrado con la retroalimentación (5)-(12) y el modelo de fricción viscosa considerado, son implementados en una plataforma de simulación basada en Matlab-Simulink con el objetivo de evaluar numéricamente la estrategia de control propuesta bajo el efecto de deslizamiento en el contacto con el piso.

Para llevar a cabo los experimentos en simulación, se consideraron las características asociadas con un prototipo de laboratorio de robot bípedo diseñado con la configuración descrita en la Figura 1. La Tabla 2 muestra los pesos y longitudes de los eslabones y el peso de una masa puntual M_h considerada en la cadera. La masa M_T representa el peso total del sistema.

Se consideran trayectorias de referencia polinomiales dependientes del tiempo de tal manera que la longitud deseada de cada paso se define como $l = 0,1m$; la elevación máxima de la pata libre durante el desarrollo del paso es de $h = 0,04m$; así como una referencia constante $h_z = 0,4m$ de la cadera a lo largo del eje vertical.

Se han considerado restricciones en la rotación de las articulaciones descritas por

$$\begin{aligned} q_{H_{min}} &\leq q_H \leq q_{H_{max}} \\ q_{H_{min}} - \pi + q_{k_{min}} &\leq q_k \leq q_{H_{max}} - \pi + q_{k_{max}} \end{aligned} \quad (36)$$

donde q_H y q_k representan los ángulos en las articulaciones de cadera y rodilla respectivamente, medidas con respecto al eje vertical absoluto dado en la Figura 1. Nótese que $q_{H_{min}}$ y $q_{H_{max}}$, que describen la rotación del fémur, están definidas con respecto a la cadera que se considera alineada con el marco de referencia 0, mientras que $q_{k_{min}}$ y $q_{k_{max}}$, que describen la rotación de la tibia, están definidas con respecto al fémur. Las cotas de rotación mencionadas satisfacen,

$$q_{H_{mis}} = 3\text{rad}, \quad q_{H_{mas}} = 3,8\text{rad}, \quad q_{k_{mis}} = 2,1\text{rad}, \quad q_{k_{mas}} = 2,9.$$

Tabla 2: Parámetros físicos considerados.

Masa	Valor	Longitud	Valor
M_3	1,20 Kg	L_3	0,26 m
M_4	0,32 Kg	L_4	0,21 m
M_H	2,50 Kg		
M_T	6,10 Kg		

Experimentalmente, la finalización de cada paso ocurre cuando el extremo de la pata libre hace contacto con el suelo, esto es, $P_{2yA} = 0$. En este momento se aplica el restablecimiento de las condiciones iniciales del sistema considerando la discontinuidad en velocidades y el intercambio de la pata libre por la pata de soporte para iniciar un nuevo paso.

A través de la cinemática inversa, es posible obtener las referencias articulares correspondientes sobre las que se desarrolla la acción de control de tiempo finito para un coeficiente de fricción de Coulomb $\mu = 0,1$, mismo que implica un deslizamiento en el impacto, esto es, $\eta_x \neq 0$. Los desarrollos numéricos se ejecutan durante 3 segundos en los que se desarrollan tres pasos completos.

Durante la evolución de cada paso, la dinámica de deslizamiento del punto de apoyo sufre el efecto de la inercia generada, combinado con las características de la superficie de trabajo. Considerando un coeficiente de viscosidad $k_v = 100$, el robot tiene un desplazamiento tangencial ζ_1 en el apoyo, como se muestra en la Figura 3 con el perfil de velocidad ζ_2 mostrado en la Figura 4.

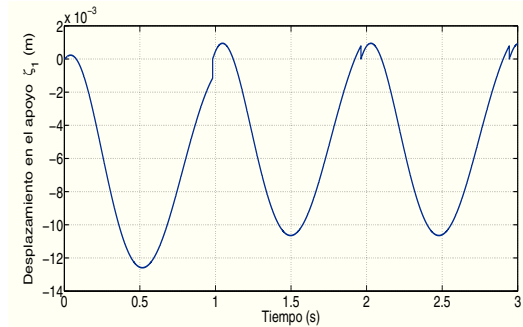


Figura 3: Desplazamiento del punto de apoyo.

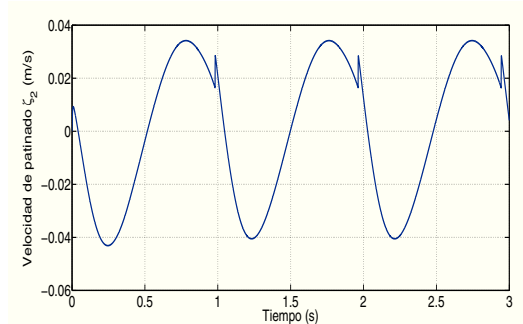


Figura 4: Velocidad de desplazamiento del punto de apoyo.

Nótese que el primer paso, en el cual el robot inicia del reposo, la dinámica del deslizamiento evoluciona de manera diferente a los demás pasos en los que la condición inicial de velocidad no es nula debido al deslizamiento inducido por el impacto previo. Sin embargo, el efecto más importante que determina la magnitud del deslizamiento, se debe a la forma de convergencia de los errores. Ya que el robot parte de una condición inicial diferente a la trayectoria de referencia, en las Figuras 5 y 6 se muestran la convergencia de los errores de posición y velocidad respectivamente. Esto implica que precisamente en el primer paso, la dinámica de deslizamiento tenga un efecto mayor al del resto. La discontinuidad que el impacto provoca, es evidente en la evolución del error de velocidad.

Para complementar la información sobre la evolución del experimento mostrado anteriormente, en la Figura 7 se muestra la evolución de la posición de las coordenadas articulares mientras que en la Figura 8 se describe la evolución de las velocidades respectivas.

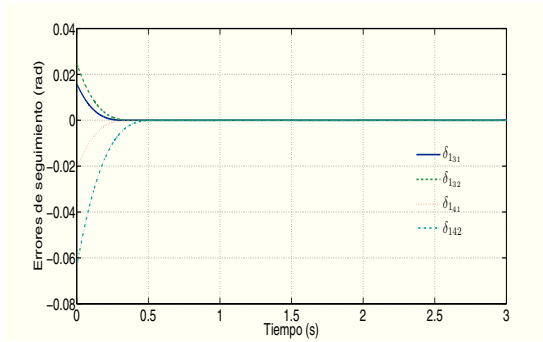


Figura 5: Errores de posición.

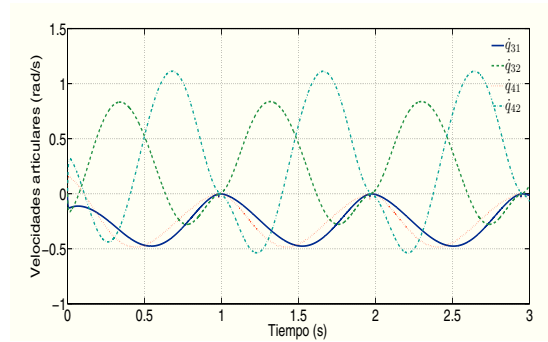


Figura 8: Desempeño en velocidades articulares.

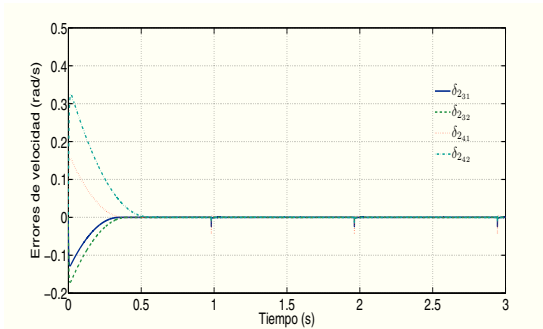


Figura 6: Errores de velocidad.

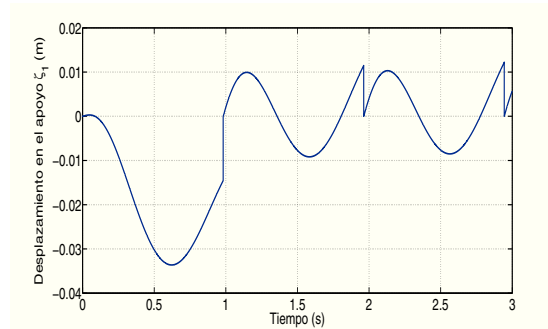
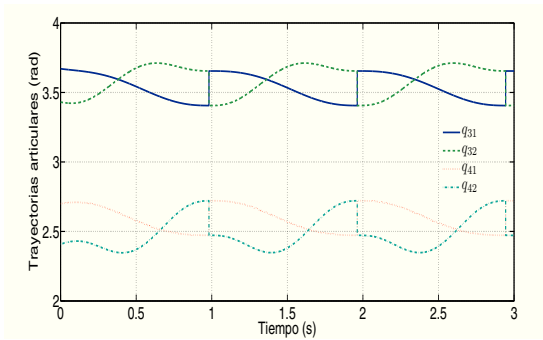
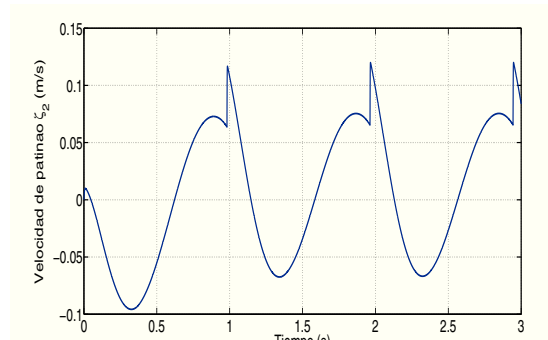
Figura 9: Desplazamiento del punto de apoyo. $k_v = 30$.

Figura 7: Desempeño en posiciones articulares.

Figura 10: Velocidad de desplazamiento del punto de apoyo, $k_v = 30$.

Para mostrar el efecto en el ciclo de marcha de un coeficiente de viscosidad diferente, se realizó un segundo experimento considerando $k_v = 30$, esto es, una condición de baja fricción en el experimento. La Figura 9 muestra el desplazamiento ζ_1 en el punto de apoyo mientras que la Figura 10 presenta la evolución temporal de la velocidad ζ_2 para este mismo punto.

Nótese que tanto la magnitud del desplazamiento horizontal, como la de la velocidad de deslizamiento en el punto de contacto de la pata de apoyo, son mayores que en el caso del primer experimento, sobre todo en el régimen transitorio de cada paso.

6. Conclusiones

Aunque en situaciones prácticas, el deslizamiento en el punto de apoyo de un robot bípedo es despreciado, bajo determinadas características de la superficie de marcha, éste no necesariamente puede omitirse y su análisis se vuelve determinante. En este trabajo se ha caracterizado la dinámica de deslizamiento del punto de apoyo de un robot bípedo de 5 grados de libertad en términos del coeficiente de fricción en el punto de contacto con el piso, y se ha mostrado el efecto de las componentes inerciales durante la ejecución de la dinámica de marcha en la posición y velocidad relativa en el apoyo. En el desarrollo

teórico presentado, es claro que la dinámica de deslizamiento esta determinada fundamentalmente por la convergencia de los errores de posición y velocidad de las coordenadas articulares y por las condiciones de trabajo en las que se desenvuelve el ciclo de marcha. Es importante mencionar el hecho de que en este trabajo el fenómeno de deslizamiento, que se refleja en un desplazamiento de todo el sistema a lo largo del eje horizontal, no es compensado de tal manera que se logre la referencia cartesiana original; por lo tanto ésto representa un error absoluto en la posición final en el eje horizontal. En este caso, la estrategia de control considera la convergencia de los errores articulares al origen sin tomar en cuenta el desplazamiento del sistema completo.

English Summary

Sliding analysis on the support point of a 5-dof biped robot

Abstract

Most of the works which deal with biped robots, consider certain assumptions to evaluate their strategies in order to get a specific objective. One of these assumptions considers a non slip condition, which implies that the contact point with the walking surface does not move along the walking axis. Although, in realistic terms, this movement could be negligible, it depends on the friction characteristics between the points of contact. This work is focused on the slip dynamic analysis of the support contact point and leads to analytical expressions to determine conditions of the slip phenomenon. This is done by considering an additional degree of freedom at the end of the supporting leg in the walking cycle.

Keywords:

Robotics, Viscous friction, Model based control.

Referencias

- Azevedo, C., Andreff, N., Arias, S., 2004. Bipedal walking: from gait design to experimental analysis. *Mechatronics* 14 (6), 639–665.
- Bhat, S., Bernstein, D., 1998. Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators. *IEEE Transactions on Automatic Control* 43 (5), 678–682.
- Chemori, A., Loria, A., 2002. Control of a planar five link under-actuated biped robot on a complete walking cycle. In: *IEEE Conf. on Dec. and Ctrl.* Las Vegas, Nevada, USA, pp. 2056–2061.
- Djoudi, D., Chevallereau, C., 2005. Stability analysis of a walk of a biped robot with control of the ZMP. In: *Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*. Alberta, Canada, pp. 2461–2467.
- Ferreira, J., Crisostomo, M., Coimbra, A., 2009. Human-like zmp trajectory reference in sagittal plane for a biped robot. In: *Int. Conf. on Advanced Robotics*. Munich, Germany, pp. 1–6.
- Goswami, A., 1999. Postural stability of biped robots and the foot rotation indicator (FRI) point. *Int. Journal of Robotics Research* 18 (6), 523–533.
- Grizzle, J. W., Abba, G., Plestan, F., 2001. Asymptotically stable walking for biped robots: Analysis via systems with impulse effects. *IEEE Tran. Automatic Control* 46 (1), 51–64.
- Hurmuzlu, Y., Marghitu, D. B., 1994. Rigid body collisions of planar kinematic chains with multiple contact points. *Int. Journal Robotics Research* 13 (1), 82–92.
- Kajita, S., Kaneko, K., Harada, K., Kanehiro, F., Fujiwara, K., Hirukawa, H., 2004. Biped walking on a low friction floor. In: *Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*. Sendai, Japan, pp. 3546–3552.
- Kaneko, K., Kanehiro, F., Kajita, S., Morisawa, M., Fujiwara, K., Harada, K., Hirukawa, H., 2005. Slip observer for walking on a low friction floor. In: *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*. pp. 1457–1463.
- Kim, J. T., Park, J. H., 2011. Quick change of walking direction of biped robot with foot slip in single-support phase. In: *11th IEEE-RAS Int. Conf. on Humanoids Robots*. Bled, Slovenia, pp. 339–344.
- Kuffner, J., Kagami, S., Nishiwaki, K., Inaba, M., Inoue, H., 2002. Dynamically stable motion generator for human robots. *Autonomous Robots (Special issue on Humanoid Robotics)* 12, 105–118.
- Kurt, O., Erbat, K., 2006. Biped robot reference generation with natural ZMP trajectories. In: *IEEE International Workshop on Advanced Motion Control*. pp. 403–410.
- Miura, H., Shimoyama, I., 1984. Dynamic walk of a biped. *Int. Journal of Robotics Research* 3 (2), 60–74.
- Miura, K., Kanehiro, F., Kaneko, K., Kajita, S., Yokoi, K., 2012. Quick slip-turn of HRP-4C on its toes. In: *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*. RiverCentre, Saint Paul, Minnesota, USA, pp. 3527–3528.
- Morris, B., Grizzle, J. W., December 2005. A restricted poincare map for determining exponentially stable periodic orbits in systems with impulse effects: Application to bipedal robots. In: *IEEE Conf. on Dec. and Ctrl.* pp. 4199–4206.
- Olfati-Saber, R., 2000. Cascade normal forms for underactuated mechanical systems. In: *IEEE Conf. on Dec. and Ctrl.* Sydney, Australia, pp. 2162–2167.
- Park, J. H., Kim, K. D., 1998. Biped robot walking using gravity-compensated inverted pendulum mode and computed torque control. In: *IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*. Leuven, Belgium, pp. 3528–3533.
- Plestan, F., Grizzle, J. W., Westervelt, E., Abba, G., 2003. Stable walking of a 7-DOF biped robot. *IEEE Tran. Robotics and Automation* 19 (4), 653–668.
- Sardain, P., Bessonnet, G., 2004. Forces acting on a biped robot. center of pressure-zero moment point. *IEEE Tran. Sys. Man and Cybernetics-Part A; Systems and humans* 34 (5), 630–637.
- Silva, F., Machado, J. T., 2004. Towards force interaction control of biped walking robots. In: *IEEE Int. Conf. Intelligent Robots and Systems*. Sendai, Japan, pp. 2568–2573.
- Sinnet, R., Powell, M., Shah, R., Ames, A. D., 2011. A human-inspired hybrid control approach to bipedal robotic walking. In: *18th IFAC World Congress*. Milano, Italy, pp. 2568–2573.
- Spong, M., 1994. The control of underactuated mechanical systems. In: *First International Conference on Mechatronics*. Mexico City, Mexico.
- Spong, M. W., Vidyasagar, M., 1989. *Robot Dynamics and Control*. John Wiley and Sons, USA.
- Takenaka, T., Matsumoto, T., Yoshiike, T., 2009. Real time motion generation and control for biped robot, first report: Walking gait pattern generation. In: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. St. Louis, USA, pp. 1084–1091.
- Vazquez, J. A., Velasco-Villa, M., 2010. Approximate slipping effects analysis and compensation on a biped robot. In: *Int. Conf. on Electrical Engineering Computing Science and Automatic Control*. Tuxtla Gutierrez, Mexico, pp. 464–469.
- Vazquez, J. A., Velasco-Villa, M., 2011. Supporting leg sliding analysis of a 5-DOF biped robot under friction force. In: *Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*. Melbourne, Vic, Australia, pp. 289–294.
- Wang, Y., 1986. On impact dynamics of robotics operations. Internal report, Department of Mechanical Engineering and The Robotics Institute Carnegie-Mellon University.