

Identificación de sistemas en lazo cerrado basada en una estrategia híbrida AGA-Simplex

R. F. Tanda*, A. Aguado

Departamento de Control Automático, Instituto de Cibernética, Matemática y Física (ICIMAF), C.P. 10400, La Habana, Cuba

Resumen

La identificación de sistemas continuos en lazo cerrado, que puede ser enfocada como un problema de optimización no lineal, puede resultar de difícil solución mediante métodos convencionales. En este artículo se presenta una estrategia híbrida basada en un Algoritmo Genético Adaptable y el método Simplex, que resulta en una solución satisfactoria para dicho problema. Se compara la propuesta con otras técnicas reportadas en la literatura. Tres ejemplos exponen el desempeño del método: identificación de una dinámica de orden elevado; identificación de una dinámica de segundo orden inestable en lazo abierto; y estimación de parámetros en sistemas de generación eléctrica. Los resultados de simulación muestran que la propuesta es un método robusto para la identificación de sistemas en lazo cerrado. Copyright © 2013 CEA. Publicado por Elsevier España, S. L. Todos los derechos reservados.

Palabras Clave:

Algoritmos de optimización, Algoritmos Genéticos, Estimación de parámetros, Identificación en lazo cerrado.

1. Introducción

La identificación en lazo cerrado cobra importancia particular cuando la realización de experimentos en lazo abierto resulta peligrosa o imposible. Eso explica el amplio tratamiento en la literatura de este tema; ver (Zheng, 1996; Van den Hof, 1998; Forssell and Ljung, 1999; Ljung and Forssell, 1999; Jorgansen and Lee, 2001). Investigaciones más recientes pueden revisarse en (Han and de Callafon, 2011; Shardt and Huang, 2011; Parikh *et al.*, 2012; Wu *et al.*, 2012; Sun and Zhu, 2012; de Barros Fontes *et al.*, 2012). La gran mayoría de los métodos propuestos se enfocan en la identificación de estructuras discretas tales como el ARX, ARMAX, OE, BJ, u otras similares; ver, por ejemplo, (Pasadyn *et al.*, 1999; Landau and Karimi, 1999; Tufa *et al.*, 2010; Tóth *et al.*, 2011; Pouliquen *et al.*, 2012). En estos casos resulta común el uso del Método de Mínimos Cuadrados o alguna de sus modificaciones. No obstante, en aplicaciones tales como el diseño y auto-sintonía de controladores PID, o la realización de estudios de simulación fuera de línea, los modelos continuos son preferibles o incluso necesarios.

Tradicionalmente han sido utilizadas técnicas especiales para modelar la dinámica del proceso. La mayoría de estas técnicas se basan en la obtención de modelos que describan adecuadamente la dinámica del proceso. Estos modelos vienen caracterizados solamente por unos pocos parámetros.

Los sistemas con respuestas al escalón esencialmente monótonas son muy comunes. Éstos pueden ser representados mediante

un modelo de primer orden con retardo de tiempo (FOTD) dado por

$$P(s) = \frac{K_p}{1 + sT} e^{-sL}, \quad (1)$$

donde K_p es la ganancia estática, T es la constante de tiempo (también denominada retraso), y L es el retardo de tiempo. Muchos sistemas también pueden ser aproximados a un modelo de segundo orden con retardo de tiempo (SOTD). En estos casos el modelo viene dado por

$$P(s) = \frac{K_p}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)} e^{-sL}, \quad (2)$$

que es una generalización de (1). Sin pérdida de generalidad se puede suponer que $T_2 \leq T_1$. Parte de la presente investigación tiene lugar a la obtención de estos dos modelos.

La estimación de tales parámetros, bajo condiciones de lazo cerrado, puede efectuarse a partir de métodos especiales para modelos aproximados o utilizando técnicas de optimización. En este artículo se considera la segunda variante.

Bajo esta filosofía se destacan las metaheurísticas por su eficiencia, efectividad y flexibilidad. En particular, los Algoritmos Genéticos (AG), propuestos por J. Holland (1975), han tenido éxito en la solución de problemas de optimización en el campo de

* Autor en correspondencia.

Correos electrónicos: tanda@icimaf.cu (R. F. Tanda),
aguado@icimaf.cu (A. Aguado)

la identificación de sistemas en lazo cerrado. Ello se evidencia, por ejemplo, en (Whorton, 2004), donde se utiliza un AG como primera etapa de optimización en la obtención de modelos en el espacio de estado con estructura mínima. Por su parte, en (Mohamed and Radhi, 2005) se utiliza un AG para determinar los parámetros de una función conmutadora que perturba a la consigna y, a partir de los datos obtenidos, se realiza la identificación en lazo cerrado utilizando el método de la Variable Instrumental. AG híbridos con el método Simplex han sido empleados en trabajos similares; ver (Haro, 2008; Cong *et al.*, 2010). Otras heurísticas han cobrado recientemente cierta popularidad en la tarea, como es el caso de la Optimización por Enjambre de Partículas; ver (Rajinikanth and Latha, 2010; Cao *et al.*, 2012).

El trabajo de (Aguado and Cipriano, 2009) puede considerarse como el antecedente más cercano de esta contribución. En parte de su contenido se analiza el desempeño de un AG en la identificación de un sistema de segundo orden inestable en lazo abierto, así como en la estimación de parámetros en unidades de generación eléctrica. Ambos escenarios bajo condiciones de lazo cerrado. Estos ejemplos serán retomados y servirán como referencia en la evaluación de la estrategia Algoritmo Genético Adaptable (AGA)-Simplex. Los principales aportes de la presente propuesta, con respecto al AG previamente reportado, son:

- i. Restricción del espacio inicial de búsqueda del AGA.
- ii. Obtención de la solución óptima mediante el complemento de un segundo optimizador.

Con estas inclusiones se logra una mejor identificación de los modelos que describen las dinámicas de los sistemas bajo estudio. Además, se logra minimizar el esfuerzo computacional del método a partir de la reducción del número de evaluaciones de la función objetivo. Ello, por medio de una reconfiguración en la estructura del AGA, y teniendo en cuenta el desempeño del Simplex en una segunda etapa de estimación.

La Figura 1 muestra la idea básica del proceso de identificación descrito en este trabajo. El sistema realimentado real (SRR) y el sistema realimentado estimado (SRE) se someten a una misma señal de consigna y_{sp} . En el bloque SRE se encuentran presentes los parámetros que componen el modelo a estimar. Este modelo debe reproducir, con suficiente exactitud, la dinámica del proceso, contenida en el bloque SRR. En ambos sistemas se consideran algoritmos de control PID idénticos y con parámetros conocidos. Las salidas de estos bloques, y e \hat{y} , son comparadas, siendo ello la entrada del evaluador (AGA-Simplex), el cual calcula las estimaciones del modelo, y lo actualiza, a partir del error e_c producido por ambas respuestas.

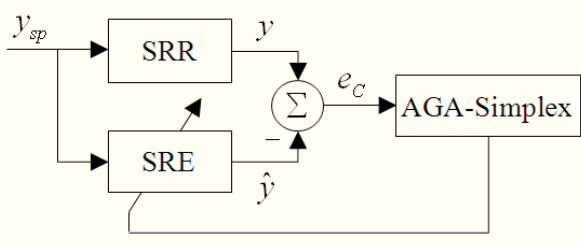


Figura 1: El proceso de identificación en lazo cerrado a partir de la estrategia híbrida AGA-Simplex.

Mediante este complemento el AGA es aplicado para conducir la identificación y hallazgo de una solución parcial a partir de un espacio de búsqueda considerado. Por su parte, el Simplex se encarga de obtener una solución refinada basándose en la estimación previa del AGA. Esto asegura una solución óptima. La velocidad de convergencia del Simplex puede además elevar la eficiencia en la identificación de los parámetros, disminuyendo el esfuerzo del AGA cuando trabaja con poblaciones de tamaño considerable.

El principal impacto industrial de esta propuesta, además de su elevado desempeño, podría estar enmarcado en la flexibilidad que posee esta metodología en la identificación de modelos continuos de diferentes órdenes en lazo cerrado para los fines del control. Ello, partiendo del hecho que la gran mayoría de los paquetes comerciales que incorporan tal prestación se dedican a estimar estructuras discretas específicas. En (Zhu, 2003) se muestran ejemplos de productos con tales características.

El resto del artículo se organiza de la siguiente forma: la Sección 2 describe la formulación del problema. La Sección 3 introduce la metodología híbrida compuesta por el AGA y el Simplex. El análisis para la definición del espacio inicial de búsqueda del AGA también se muestra en este acápite. En la Sección 4 se presentan ejemplos que ilustran los resultados de simulación y el desempeño de la propuesta. El trabajo finaliza con las conclusiones y las referencias, respectivamente.

2. Formulación del problema

La Figura 2 muestra un sistema de realimentación mediante un diagrama de bloques. El sistema tiene dos grandes componentes, el proceso y el controlador. Éstos se caracterizan mediante las funciones de transferencia $P(s)$ y $R(s)$, respectivamente.

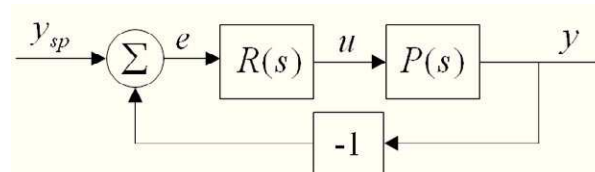


Figura 2: Diagrama de bloques de un proceso con un controlador por realimentación.

El proceso tiene una entrada, la variable manipulada, que se denota por u . La salida del proceso, conocida como la variable controlada, se representa por y . El valor deseado de la variable de proceso, el punto de consigna o valor de referencia, se enuncia como y_{sp} . El error de control e es la diferencia entre el punto de consigna y la variable de proceso ($e = y_{sp} - y$).

La función de transferencia $P(s)$ puede ser escrita de manera general como

$$P(s) = \frac{C(s)}{D(s)} e^{-sL} = \frac{c_0 + c_1s + c_2s^2 + \dots + c_ms^m}{d_0 + d_1s + d_2s^2 + \dots + d_ns^n} e^{-sL}, \quad (3)$$

donde $C(s)$ y $D(s)$ representan polinomios en s , siendo $m \leq n$.

Aquí, el término del retardo puro puede ser sustituido por una aproximación de Padé (Butcher, 2002) de la forma

$$e^{-sL} \approx H(s) \approx \frac{1 - h_1s + h_2s^2 - \dots \pm h_ls^l}{1 + h_1s + h_2s^2 + \dots + h_ls^l}.$$

De ahí que $P(s) \simeq \frac{C(s)}{D(s)} H(s)$, donde los coeficientes c_i , d_i y h_i son funciones de los parámetros de la planta P_p

$$\begin{aligned} c_i &= v_i(P_p), \quad i = 0, 1, \dots, m, \\ d_i &= w_i(P_p), \quad i = 0, 1, \dots, n, \\ e^{-sL} &= H_{\text{padé}}(s), \end{aligned}$$

siendo en este caso $v_i(\cdot)$ y $w_i(\cdot)$ funciones no lineales conocidas, y $H_{\text{padé}}(s)$ una función de Padé de orden l .

El controlador $R(s)$ se describe mediante

$$R(s) = \frac{A(s)}{B(s)} = \frac{1 + a_1 s + a_2 s^2}{b_1 s + b_2 s^2},$$

donde $A(s)$ y $B(s)$ simbolizan polinomios en s . Esta última expresión se deriva de la representación, en función de transferencia, de un controlador PID en versión paralelo dada por

$$R(s) = K + \frac{K_i}{s} + \frac{sK_d}{1 + sT_f}, \quad (4)$$

donde K es la ganancia proporcional, $K_i = K/T_i$ la ganancia integral y $K_d = KT_d$ la ganancia derivativa. Los términos T_i y T_d representan el tiempo integral y el tiempo derivativo, respectivamente. El término $T_f = \alpha T_d$ con $\alpha = 0.01$.

Desarrollando (4) se obtiene: $a_2 = KT_f + K_d$, $a_1 = K + K_i T_f$, $b_2 = T_f$ y $b_1 = 1$, que representan los coeficientes de los polinomios $A(s)$ y $B(s)$.

De acuerdo con la Figura 2, la función de transferencia en lazo cerrado del sistema realimentado responde a

$$G_{\text{yysp}}(s) = \frac{P(s)R(s)}{1 + P(s)R(s)}, \quad (5)$$

la cual, desarrollada en un cociente de polinomios, es

$$G_{\text{yysp}}(s) = \frac{F(s)}{Q(s)} = \frac{f_0 + f_1 s + f_2 s^2 + \dots + f_m s^m}{q_0 + q_1 s + q_2 s^2 + \dots + q_n s^n},$$

donde se cumple la misma consideración de $m \leq n$.

Ahora, los coeficientes f_i y q_i son funciones de los parámetros de la planta P_p y del regulador P_R

$$\begin{aligned} f_i &= v'_i(P_p, P_R), \quad i = 0, 1, \dots, m, \\ q_i &= w'_i(P_p, P_R), \quad i = 0, 1, \dots, n, \end{aligned}$$

donde $v'_i(\cdot)$ y $w'_i(\cdot)$ vuelven a ser funciones no lineales conocidas.

Aplicando una señal en escalón, o bien una secuencia binaria pseudo-aleatoria (PRBS) en el punto de consigna y_{sp} , la respuesta $y(t)$ del sistema de control en lazo cerrado puede ser calculada a partir de

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}(G_{\text{yysp}}(s) \mathcal{L}(y_{sp}(t))).$$

Sea $\hat{y}(kT_s)$ una muestra experimental de la salida, medida con un período de muestreo T_s , es posible entonces plantear el siguiente problema de optimización para estimar los parámetros del proceso $P(s)$ en lazo cerrado

$$\min_{f_i, q_i} J = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e^2(kT_s) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y(kT_s) - \hat{y}(kT_s))^2, \quad (6)$$

donde N representa el número de muestras.

3. Estrategia híbrida

3.1. Algoritmo Genético Adaptable

Los AG constituyen métodos de búsqueda basados en los mecanismos de selección natural; ver, por ejemplo, (Goldberg, 1989; Mitchell, 1999). Las características del AGA propuesto se describen a continuación:

i. Los individuos se codifican con números reales (Michalewicz, 1996).

ii. Una operación de *ranking* (Back, 1996) asigna a cada individuo x un número natural de acuerdo con el valor asociado de $J(x)$. Por lo tanto, a valores menores de $J(x)$ corresponden números mayores. Entonces, para cada individuo x se define un valor $J'(x)$ correspondiente a su número de orden y que representa el grado de ajuste de dicha solución.

iii. Se utiliza la técnica de Muestreo Universal Estocástico para la operación de selección (Baker, 1987). La probabilidad de supervivencia $P_s(x_i)$ de un individuo x_i se calcula mediante

$$P_s(x_i) = \frac{J'(x_i)}{\sum_{j=1}^{N_{ind}} J'(x_j)}, \quad (7)$$

donde N_{ind} representa el número de individuos de la población.

iv. Para el cruce de los cromosomas se utiliza el operador de recombinación intermedio (Muhlenbein and Schlierkamp, 1993). Los individuos hijos (x'_1, x'_2) se relacionan con los individuos padres (x_1, x_2) mediante la transformación

$$\begin{aligned} x'_1 &= \alpha_1 x_1 + (1 - \alpha_1) x_2, \\ x'_2 &= \alpha_2 x_2 + (1 - \alpha_2) x_1, \end{aligned} \quad (8)$$

donde α_1 y α_2 son números aleatorios distribuidos uniformemente, $\in [0 - 1]$, y que se generan para cada cromosoma. La operación de cruce se produce con una probabilidad $P_c = 0.7$ (0.9) para los modelos FOTD (SOTD); refiérase a (Tanda and Aguado, 2012).

v. La mutación de un cromosoma seleccionado de manera aleatoria se calcula mediante

$$x'_i = x_i (1 + 0.2 \text{randn}), \quad (9)$$

siendo *randn* un número aleatorio distribuido normalmente con media cero y varianza unitaria. La operación de mutación se produce con una probabilidad $P_m = 0.4$; ver (Tanda and Aguado, 2012).

vi. Se utiliza el concepto de *elitismo* durante la ejecución del AGA.

vii. Luego de culminarse una iteración, el espacio de búsqueda queda restringido a partir de

$$\begin{aligned} x_{\max} &= (1 + \eta)x_{\text{best}}, \\ x_{\min} &= (1 - \eta)x_{\text{best}}, \end{aligned} \quad (10)$$

donde x_{best} es la mejor solución encontrada en el espacio de búsqueda y el coeficiente $\eta \in [0.05 - 0.5]$. Ello hace que el algoritmo sea adaptable en ese sentido. El AGA se repite un número arbitrario de veces N_{repet} con la idea de trabajar en vecindades reducidas de dicho espacio y lograr una mejor convergencia.

viii. En la ejecución del AGA se consideran dos criterios de parada, ambos configurables: (.i) número máximo de iteraciones $Iter_{\max}$. Este factor, dada la particularidad del optimizador, depende de la cantidad de repeticiones N_{repet} y la cantidad de generaciones N_{gen} , y (.ii) mínimo valor de error de $J(x)$.

3.2. AGA como solución al problema de optimización

En este apartado se describe una metodología basada en el AGA para resolver el problema de optimización planteado en (6). Para ello, se define una población x_p de tamaño N_{ind} compuesta por $x_p^j = [C^j \ D^j \ L^j]$, y que guarda relación con los coeficientes c_i , d_i y h_i anteriormente mencionados. Esta población puede ser generada inicialmente de forma aleatoria mediante

$$x_p^j = x_{p_{\min}} + (x_{p_{\max}} - x_{p_{\min}})rand, \quad (11)$$

y ser sometida a la restricción

$$x_{p_{\max}} \geq x_p^j \geq x_{p_{\min}}, \quad (12)$$

donde $j = 1, 2, \dots, N_{\text{ind}}$ y $rand$ es un número aleatorio $\in [0 - 1]$.

Para cada individuo x_p^j de la población x_p existe:

i. una función de transferencia en lazo cerrado

$$G_{\text{ysp}}^j(s) = \frac{F^j(s)}{Q^j(s)} = \frac{f_0^j + f_1^j s + f_2^j s^2 + \dots + f_m^j s^m}{q_0^j + q_1^j s + q_2^j s^2 + \dots + q_n^j s^n}, \quad (13)$$

en la cual, los coeficientes implicados se determinan a partir de las funciones conocidas $v_i'(\cdot)$ y $w_i'(\cdot)$

$$\begin{aligned} f_i &= v_i'(P_p^j, P_R), \quad i = 0, 1, \dots, m, \\ q_i &= w_i'(P_p^j, P_R), \quad i = 0, 1, \dots, n, \end{aligned}$$

ii. una respuesta temporal

$$y^j(t) = \mathcal{L}^{-1}(G_{\text{ysp}}^j(s) \mathcal{L}(y_{sp}(t))), \quad (14)$$

iii. y una función de error

$$J^j = \sum_{k=1}^N (y(kT_s) - \hat{y}^j(kT_s))^2. \quad (15)$$

De ahí que, el problema de optimización pueda ser replanteado como

$$J_{\min}^j = \min_j J^j = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y(kT_s) - \hat{y}^j(kT_s))^2.$$

Analizando, si se cumple que $J_{\min}^j = J^i$ entonces, la respuesta al problema de optimización estará dada por $x_{p_{\text{best}}} = x_p^i$, donde $x_{p_{\text{best}}} = [C_{\text{best}} \ D_{\text{best}} \ L_{\text{best}}]$ es la solución al problema de identificación de modelos dinámicos en lazo cerrado.

Una descripción general del AGA, considerando las características descritas, es presentada en el Algoritmo 1.

Algoritmo 1. AGA

```

RangeMax → rango máximo del espacio inicial de búsqueda
RangeMin → rango mínimo del espacio inicial de búsqueda
J_min → mínimo valor de error de la función objetivo
for k = 1 to N_repet do
  for i = 1 to N_ind do
    for j = 1 to n do
      generar población aleatoria según (11) y (12) → x_p^j(n)
    end for
  end for
  for k = 1 to N_gen do
    for i = 1 to N_ind do
      for j = 1 to n do
        if RangeMax(n) ≥ x_p^j(n) ≥ RangeMin(n) then
          x_p^j(n) = x_p^j(n)
        else
          x_p^j(n) = (RangeMax(n) + RangeMin(n)) / 2
        end if
      end for
      calcular G_yyp^j(s) con (13), ŷ^j(t) con (14) y J^j con (15)
      verificar criterio de parada (.ii) con J_min
    end for
    seleccionar los mejores parámetros con (7)
    calcular cruzamiento con (8) y calcular mutación con (9)
  end for
  ajustar RangeMax(n) y RangeMin(n) con (10)
end for
solución óptima encontrada → x_{p_{\text{best}}} = [C_{\text{best}} \ D_{\text{best}} \ L_{\text{best}}]

```

3.3. Estimación del espacio inicial de búsqueda del AGA

Aunque un AG es capaz de trabajar a partir de grandes espacios de búsqueda, estos se pueden restringir con la idea de mejorar la rapidez y la exactitud en la convergencia. Una idea similar se manejó en la identificación de modelos dinámicos en lazo abierto; ver (Tanda and Aguado, 2012). Esta contribución representa la base del análisis que se propone en este apartado. Para ello, se parte inicialmente del hecho que se estiman modelos de la forma

$$\begin{aligned} P_{\text{FOTD}}(s) &= \frac{c_0}{1 + sd_1} e^{-sr}, \\ P_{\text{SOTD}}(s) &= \frac{c_0}{1 + sd_1 + s^2 d_2} e^{-sr}, \end{aligned} \quad (16)$$

donde, para el caso del modelo FOTD, el término c_0 representa la ganancia estática K_p , el término d_1 el retraso T , y el término r el retardo de tiempo L . En la variante del modelo SOTD, los coeficientes d_2 y d_1 equivalen a $T_1 T_2$ y a $(T_1 + T_2)$, respectivamente, y de acuerdo con (2). El resto de los términos resultan idénticos a los

del modelo (1). A partir de estas consideraciones, los espacios de búsqueda del AGA pueden definirse como

$$\begin{aligned} x_{p\max} &= [C_{\max} \ D_{\max} \ L_{\max}], \\ x_{p\min} &= [C_{\min} \ D_{\min} \ L_{\min}], \end{aligned}$$

donde $C = c_0$, $D = d_1$ y $L = r$ para el modelo FOTD, y $C = c_0$, $D = [d_2 \ d_1]$ y $L = r$ para el modelo SOTD.

En el presente análisis se considera que el controlador PID del sistema realimentado de la Figura 2 está representado por una estructura interactuante que responde a

$$R'(s) = \frac{K'}{T_i' s} \left(1 + s(T_i' + T_d') + s^2 T_i' T_d' \right),$$

donde K' es la ganancia proporcional del controlador, T_i' el tiempo integral y T_d' el tiempo derivativo. El argumento del uso de esta versión se debe a la similitud de esta propuesta con la sintonía de controladores PID basado en el principio del modelo interno (IMC-PID); ver (Rivera *et al.*, 1986; Skogestad, 2003). Haciendo $k' = K' / T_i'$, la expresión anterior queda de la forma

$$R'(s) = \frac{k'(1 + sT_i')(1 + sT_d')}{s}. \quad (17)$$

Además, se considera que la función de transferencia en lazo cerrado resultante G_{yssp} responde a

$$G_{yssp}(s) = \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n s + s^2} e^{-sL_m}. \quad (18)$$

La ecuación (18) describe a sistemas con respuestas oscilatorias, un comportamiento usual en cualquier presintonía de controladores PID comerciales; ver Figura 3. Aquí, se asume que la ganancia de lazo es unitaria, algo también frecuente en la implementación del control PID. Dicho modelo, en la forma mostrada, posee tres parámetros: el amortiguamiento relativo ζ , la frecuencia natural ω_n y el retardo de tiempo medido L_m . Estos parámetros se pueden obtener aproximadamente de la respuesta al escalón como sigue.

Se considera inicialmente, sin pérdida de generalidad, $L_m = 0$ para simplificar las derivaciones. La dinámica en el tiempo de (18), para una consigna en escalón y con la condición de $L_m = 0$, se describe por (Ogata, 1997)

$$y(t) = y_{ss} \left(1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \left(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \cos^{-1} \zeta \right) \right),$$

para $t \geq 0$ y donde y_{ss} representa la magnitud de la variable controlada en estado estacionario.

Definiendo una función de error normalizada $e_n = (y_{ss} - y)/y_{ss}$ y sustituyendo en la expresión anterior, se obtiene

$$e_n(t) = \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \left(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \cos^{-1} \zeta \right).$$

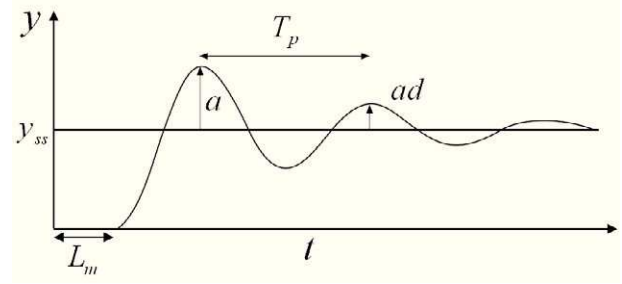


Figura 3: Respuesta del sistema de control en lazo cerrado ante un cambio en escalón en el punto de consigna. Los términos d y T_p representan la razón de decaimiento y el periodo de tiempo, respectivamente.

La dinámica de e_n es la que se ilustra en la Figura 4.

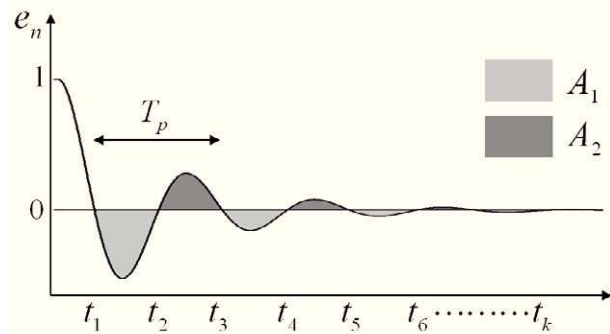


Figura 4: Respuesta del error normalizado e_n frente a un cambio en escalón en el punto de consigna.

De la Figura 4 resulta apropiado calcular el valor de las áreas A_1 y A_2 si son conocidos los tiempos de cruce por el origen de e_n . Dichos instantes pueden obtenerse de (Ogata, 1997), y responden

$$a \ t_k = \frac{k\pi - \cos^{-1} \zeta}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \text{ para } k = 1, 2, \dots, \infty.$$

Del análisis; ver, por ejemplo, (Granado *et al.*, 2004), se obtiene que

$$\begin{aligned} A_1 &= -\frac{1}{\omega_n} e^{\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}(\pi - \cos^{-1} \zeta)} \sum_{k=1}^N e^{\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}(k\pi)}, \\ A_2 &= \frac{1}{\omega_n} e^{\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}(2\pi - \cos^{-1} \zeta)} \sum_{k=1}^N e^{\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}(k\pi)}. \end{aligned}$$

El valor absoluto del cociente de ambas áreas se determina por

$$d_A = \left| \frac{A_2}{A_1} \right| = e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}, \text{ de ahí que}$$

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{1 + (\pi / \log d_A)^2}}.$$

Por su parte, la frecuencia natural ω_n se relaciona con el periodo de tiempo T_p mediante (Ogata, 1997; Åström and Hägglund, 2006)

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T_p \sqrt{1-\zeta^2}}.$$

No existe variación en el cálculo de A_1 y A_2 para $L_m \neq 0$. La obtención de ζ y ω_n no se afecta bajo esta condición. Para determinar el retardo de tiempo medido L_m , se calcula el área total del error normalizado (con $L_m \neq 0$) mediante

$$A_0 = \int_0^\infty e_n(t) dt = \frac{2\zeta}{\omega_n} + L_m,$$

entonces $L_m = A_0 - \frac{2\zeta}{\omega_n}$.

Despejando de (5) a $P(s)$, la función de transferencia del proceso es

$$P(s) = \frac{G_{yysp}(s)}{R(s)(1 - G_{yysp}(s))}.$$

Para desarrollar esta idea se ha asumido que el retardo de tiempo L de $P(s)$ es igual al retardo de tiempo medido L_m . Esto es una consideración estándar; ver, por ejemplo, (Skogestad, 2003). De esta forma

$$P(s) = \frac{\frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n s + s^2} e^{-sL_m}}{\frac{k'(1+sT_i')(1+sT_d')}{s} \left(1 - \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n s + s^2} e^{-sL_m} \right)}.$$

Aproximando el retardo de tiempo medido L_m por una serie de Taylor de primer orden $e^{-sL_m} \approx 1 - sL_m$ en ambos miembros, se obtiene

$$P(s) = \frac{\omega_n^2(1 - sL_m)}{k'(1+s(T_i' + T_d') + s^2(T_i'T_d'))(L_m\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n s + s^2)}.$$

Entonces, igualando los coeficientes de iguales potencias en ambos miembros de la última expresión, y considerando que la dinámica de $P(s)$ responde a un modelo FOTD, la K_p de (1) viene dada por

$$K_p = \frac{\omega_n}{k'(L_m\omega_n + 2\zeta)},$$

y la constante de tiempo del modelo es

$$T = T_i' + T_d' + \frac{1}{L_m\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n}.$$

En el caso de considerar a $P(s)$ como un modelo SOTD, las constantes de tiempo del modelo pueden resolverse de forma análoga a este análisis mediante las relaciones: $d_2 = T_1T_2$ y $d_1 = (T_1+T_2)$, que responden a las consideraciones expuestas en (16). Los resultados de este desarrollo se reflejan en (19).

Para calcular el retardo de tiempo L del proceso, es importante remarcar que en la función de transferencia de lazo abierto existen los ceros del regulador PID de (17) dados por $(1+sT_i')(1+sT_d')$ y los que pueden existir en el proceso $P(s)$. Tales ceros deben aparecer en la función de transferencia de lazo cerrado.

Cuando se aproxima el sistema a una estructura FOTD o SOTD, que no contempla ceros, el efecto de los ceros inadvertidos aparecerá en el retardo de tiempo medido L_m . Es decir, el retardo de tiempo medido es igual al retardo de tiempo del proceso más el efecto de los ceros inadvertidos.

Para manejar dichos ceros, se resuelve $(1+sT_i') \approx e^{sT_i'}$ y $(1+sT_d') \approx e^{sT_d'}$; ver (Skogestad, 2003). Por lo tanto, la función de transferencia en lazo cerrado verdadera puede ser aproximada a

$$G_{yysp}(s) = \frac{\omega_n^2(1+sT_i')(1+sT_d')}{\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n s + s^2} e^{-sL_m} \approx \frac{\omega_n^2 e^{s(-L_m+T_i'+T_d')}}{\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n s + s^2}.$$

O sea que, para obtener el retardo de tiempo L de $P(s)$, el valor medido L_m debe ser corregido a partir de las constantes de tiempo del controlador (T_i' , T_d'). De ahí que $L = -L_m + T_i' + T_d'$.

De este análisis resulta posible definir el espacio inicial de búsqueda del AGA para los modelos de (16) mediante

$$\begin{aligned} C_{\max} &= \frac{\omega_n}{k'(L_m\omega_n + 2\zeta)}(1+\mu), \quad C_{\min} = \frac{\omega_n}{k'(L_m\omega_n + 2\zeta)}(1-\mu), \\ D_{FOTD\max} &= \left(T_i' + T_d' + \frac{1}{L_m\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n} \right) (1+\nu), \quad D_{FOTD\min} = \left(T_i' + T_d' + \frac{1}{L_m\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n} \right) (1-\nu), \\ D_{SOTD\max} &= \left[\left(T_i'T_d' + \frac{T_i' + T_d'}{L_m\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n} \right) (1+\nu) \quad \left(T_i' + T_d' + \frac{1}{L_m\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n} \right) (1+\nu) \right], \\ D_{SOTD\min} &= \left[\left(T_i'T_d' + \frac{T_i' + T_d'}{L_m\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n} \right) (1-\nu) \quad \left(T_i' + T_d' + \frac{1}{L_m\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n} \right) (1-\nu) \right], \\ L_{\max} &= (-L_m + T_i' + T_d')(1+\nu), \quad L_{\min} = (-L_m + T_i' + T_d')(1-\nu), \\ \forall L \geq 0, \quad \mu, \nu &\in [0.2 - 0.9]. \end{aligned} \tag{19}$$

La selección de μ y ν se corresponde con la precisión alcanzada en el modelo de proceso que se obtiene del análisis precedente. Nótese que las relaciones obtenidas vienen dadas en función de una variante interactuante de control PID tal y como se definió en (17). Puesto que la estructura definida en (4) resulta más general, los términos vinculados a (19) pueden ser obtenidos a partir de una versión PID no interactuante usando las transformaciones (Åström and Hägglund, 2006)

$$\begin{aligned} K' &= \frac{K}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 4T_d / T_i} \right), \\ T_i' &= \frac{T_i}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 4T_d / T_i} \right), \\ T_d' &= \frac{T_d}{2} \left(1 - \sqrt{1 - 4T_d / T_i} \right), \end{aligned}$$

y siempre que se cumpla la condición $T_i \geq 4T_d$.

Ejemplo 1 (Estimación del espacio inicial de búsqueda del AGA para un modelo FOTD). Sea el proceso descrito por

$$P_1(s) = \frac{1}{(1 + 0.008s)(1 + 0.04s)(1 + 0.2s)(1 + s)}.$$

Este proceso se regula con un controlador PID interactuante con parámetros $k' = 64.62$ y $T_i' = T_d' = 0.1404$. La función de transferencia en lazo cerrado, y de acuerdo con (18), es

$$G_{yy_{sp}}(s) = \frac{76.85}{76.85 + 5.736s + s^2} e^{-0.0591s}.$$

Los parámetros obtenidos para un modelo FOTD vienen dados por $K_p = 0.9893$ y $T = 1.118$. El retardo de tiempo medido $L_m = 0.0591$. Para obtener el retardo de tiempo L de $P_1(s)$ se resuelve $L = -0.0591 + 0.1404 + 0.1404 = 0.2217$. A partir de (19), el espacio inicial de búsqueda del AGA para $P_1(s)$ es

$$\begin{aligned} P_{1\max} &= [1.6893 \ 1.8180 \ 0.9217], \\ P_{1\min} &= [0.2893 \ 0.4180 \ 0.0000], \end{aligned}$$

considerándose en este caso $\mu = \nu = 0.7$.

La Tabla 1 reporta el comportamiento en el número de evaluaciones de la función objetivo para un error mínimo de 10^{-4} en un total de 20 corridas.

Tabla 1: Comparación del AG (Aguado and Cipriano, 2009) y el AGA con respecto al número de evaluaciones de la función objetivo. Resultados para un error mínimo de 10^{-4} en 20 corridas.

Método	$N_{ind} = 50$	$N_{ind} = 100$	$N_{ind} = 150$
AG	1956 ± 40	1698 ± 54	1580 ± 56
AGA	740 ± 21	531 ± 18	315 ± 17

Los algoritmos comparados son el AG reportado en (Aguado and Cipriano, 2009) y el AGA propuesto. Los resultados corresponden a la estimación de $P_1(s)$ mediante el uso de 50, 100 y 150 individuos de la población. Nótese la significativa reducción en el número de evaluaciones del AGA para todos los casos mostrados. Ello, gracias a la restricción del espacio inicial de búsqueda del

algoritmo propuesto. Note además la dependencia lineal. Las desviaciones alcanzadas por el AGA también resultan menores que las del AG reportado.

De acuerdo con los resultados obtenidos es posible concluir que, con la restricción en el espacio inicial de búsqueda del optimizador genético, se minimiza cuantiosamente el esfuerzo del algoritmo. Este aspecto incide directamente en la reducción del costo computacional, la rapidez, y la robustez en la convergencia del AGA para una determinada solución. ■

3.4. Método Simplex

El método Simplex no lineal, propuesto por Spendley *et al.* (1962), y redefinido por Nelder and Mead (1965), es una técnica de optimización de cualquier función N -dimensional. Sobre este argumento, sea la función $J(x) \in \mathfrak{R}$ con $x \in \mathfrak{R}^n$, se pretende resolver el problema $\{\min J(x)\}$ sin restricciones. La idea del método es el cierre lineal de $n + 1$ puntos en \mathfrak{R}^n , a partir de la estimación inicial del AGA, y siendo n el número de parámetros a optimizar. El Simplex sustituye su vértice con valor más grande por un nuevo vértice de menor valor que garantice el mejor ajuste del objetivo prefijado. Sobre el algoritmo se realizan cuatro operaciones: reflexión, expansión, contracción, y reducción. El método Simplex se encuentra expuesto en numerosos textos y contribuciones científicas. Una descripción muy ilustrativa puede revisarse en (Mathews and Fink, 2004).

4. Ejemplos

En esta sección se presentan ejemplos que muestran el desempeño de la estrategia híbrida propuesta AGA-Simplex. La metodología se compara con otras técnicas de identificación en lazo cerrado, así como con una propuesta similar que no consta de un espacio inicial de búsqueda restringido ni de una segunda etapa de optimización. Tres ejemplos son expuestos en este apartado: identificación de una dinámica de orden elevado; identificación de una dinámica de segundo orden inestable en lazo abierto; y estimación de parámetros en sistemas de generación eléctrica. Para todos los casos el AGA empleó el criterio de parada (.i) y se efectuaron 25 réplicas de cada experimento.

Ejemplo 2 (Dinámica de orden elevado). Se parte de una investigación sobre el desempeño de diversos métodos de identificación de sistemas sobrearmortiguados en lazo cerrado; ver (Alfaro, 2003). Estas variantes, en su mayoría, tienen su origen en el diseño de controladores PID. El estudio se realiza sobre un proceso de quinto orden dado por la función de transferencia

$$P_2(s) = \frac{1}{(1 + 0.1s)(1 + 0.2s)(1 + 0.5s)(1 + s)(1 + 2s)}.$$

Esta dinámica es aproximada, primeramente, a modelos de orden reducido (FOTD y SOTD) a partir de la propuesta AGA-Simplex. Los resultados se comparan con los obtenidos en (Alfaro, 2003) para esas propias estructuras. Además, se analiza el desempeño del híbrido en la aproximación de modelos de orden superior, con diferentes estructuras, para la dinámica objeto de estudio. La comparación es sobre la base de los índices de desempeño:

i. Integral del Error Absoluto de Predicción (IEAP)

$$IEAP = \int_0^{\tau} |y(t) - \hat{y}(t)| dt,$$

ii. Integral del Error Cuadrático de Predicción (IECP)

$$IECP = \int_0^{\tau} (y(t) - \hat{y}(t))^2 dt, \quad (20)$$

donde y es la salida de $P(s)$ e \hat{y} la correspondiente a $\hat{P}(s)$. El límite superior de las integrales es $\tau = 10 \sum_{k=1}^n T_k = 38$ para este ejemplo.

El índice IEAP representa el área diferencial entre la respuesta del proceso y la del modelo, de manera que si $IEAP \rightarrow 0$, entonces $\hat{y} \rightarrow y$. Entre menor sea la magnitud de este índice mejor será la representación brindada por el modelo obtenido. Por su parte, la IECP proporciona una mayor ponderación a las desviaciones grandes. Ello significa que, de dos modelos que posean valores de IEAP similares, el que alcance menor IECP predecirá la salida del proceso con desviaciones máximas menores.

La sintonía del controlador PID utilizado fue efectuada mediante el método de la respuesta en frecuencia de Ziegler and Nichols (1942). El método del relé (Åström and Hägglund, 1984), puede ser también usado indistintamente en esta representación. Los parámetros obtenidos del controlador vienen dados por: $K = 3.6622$, $K_i = 1.5750$, $K_d = 2.1288$ y $T_f = 0.0058$. Estos términos corresponden a la estructura PID paralelo definida en (4). En la Figura 5 se muestra la respuesta del sistema en lazo cerrado, ante un cambio en escalón de amplitud unitaria en el punto de consigna, cuando se regula el proceso $P_2(s)$ con la estructura antes mencionada.

La configuración propuesta para el AGA-Simplex estuvo comprendida en: $N_{ind} = 50$, $N_{repet} = 5$, $N_{gen} = 3$, $P_c = 0.7$ (0.9) para el modelo FOTD (SOTD), $P_m = 0.4$ y $\alpha = 0.5$.

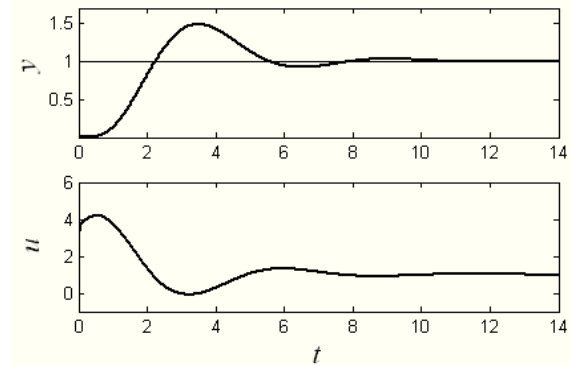


Figura 5: Respuesta del sistema en lazo cerrado a un escalón unitario en el punto de consigna. El proceso tiene la función de transferencia $P_2(s) = 1/((1+0.1s)(1+0.2s)(1+0.5s)(1+s)(1+2s))$. El controlador PID está sintonizado con $K = 3.6622$, $K_i = 1.5750$, $K_d = 2.1288$ y $T_f = 0.0058$.

La Tabla 2 resume las estimaciones obtenidas por los métodos que aproximan la dinámica de $P_2(s)$ a modelos FOTD en lazo cerrado. Los parámetros pertenecientes a la variante AGA-Simplex proceden de la mejor evaluación alcanzada en las 25 réplicas del experimento. Los índices de desempeño del AGA-Simplex, para este ejemplo y los restantes, se registran como Promedio \pm Desviación Estándar. Dichos estadígrafos se representan por las magnitudes alcanzadas en el total de corridas.

Para este ejemplo, el modelo identificado por el método de Lee and Sung (1993) tuvo el peor desempeño entre todos los procedimientos examinados. La técnica de Chen (1989), en dos variantes para la obtención de la *información crítica*, también mostró resultados discretos. Los métodos de Yuwana and Seborg (1982), Lee (1989), y Jutan and Rodríguez (1984), todos basados en métodos de control Proporcional (control P), obtuvieron el mejor beneficio en la identificación de $P_2(s)$ de las técnicas reportadas. La propuesta AGA-Simplex resultó ser superior a todos los anteriores. Ello, sobre el argumento de la conducta de los dos índices de desempeño previamente definidos.

Tabla 2: Resultados del desempeño para métodos que estiman la dinámica de $P_2(s)$ a modelos FOTD^a en lazo cerrado.

Método	K_p	T	L	IEAP	IECP
Chen ^b	1	4.4629	1.2871	1.946	2.576E-01
Chen ^c	1	4.3706	1.2988	1.866	2.391E-01
Lee and Sung ^c	1	5.3852	1.2991	2.878	5.090E-01
Yuwana and Seborg ($K = 2$) ^d	1	3.5280	1.6880	1.413	1.549E-01
Jutan and Rodríguez ($K = 2$) ^d	1	3.2710	1.7560	1.227	1.237E-01
Lee ($K = 2$) ^d	1	3.4138	1.6388	1.250	1.219E-01
AGA-Simplex_{FOTD}	1.0000	3.5247	1.3399	0.941 \pm 6.095E-03	6.913E-02 \pm 6.037E-03

^a Los parámetros se brindan en correspondencia al modelo (1), ^b Empleando la *información crítica* por el método de la respuesta en frecuencia de Ziegler and Nichols (1942), ^c Empleando la *información crítica* por el método del relé de Åström and Hägglund (1984), ^d Métodos de control P con $K = 2$. Mejores variantes según (Alfaro, 2003).

La identificación de $P_2(s)$ a partir de un modelo SOTD resulta más exacta. La Tabla 3 muestra las estimaciones obtenidas para los métodos que aproximan la dinámica de este sistema a modelos SOTD en lazo cerrado.

Tabla 3: Resultados del desempeño para métodos que estiman la dinámica de $P_2(s)$ a modelos SOTD^a en lazo cerrado.

Método	K_p	T_2	T_1	L	IEAP	IECP
Ho <i>et al.</i> ^b	1	2.8052	3.3498	0.6183	1.658E-01	3.322E-03
Ho <i>et al.</i> ^c	1	2.7522	3.3180	0.6312	1.475E-01	2.684E-03
AGA-Simplex_{SOTD}	1.0000	2.9532	3.1602	0.5396	1.327E-01 \pm 2.411E-02	1.357E-03 \pm 2.562E-04

^a Los parámetros se brindan en correspondencia al modelo (2), ^b Empleando la *información crítica* por el método de la respuesta en frecuencia de Ziegler and Nichols (1942), ^c Empleando la *información crítica* por el método del relé de Åström and Hägglund (1984).

Como era de suponer, el modelo de polos idénticos con retardo de tiempo de Ho *et al.* (1995) mostró ser superior a todos los resultados registrados en la Tabla 2, y que aproximan la dinámica de $P_2(s)$ a un modelo FOTD. De forma particular, la estrategia híbrida AGA-Simplex, planificada para la obtención de una estructura SOTD, mejora las estimaciones de los parámetros del modelo con respecto a la técnica de polo doble.

Los resultados analizados hasta aquí se basan en estimaciones de órdenes reducidos. Bajo esta condición, parte de la dinámica de $P_2(s)$, correspondiente a las constantes de tiempo del sistema, es aproximada por retardos adicionales mediante la reducción del modelo. La propuesta AGA-Simplex también resulta capaz de estimar modelos de orden superior. En este caso, se puede definir un modelo con función de transferencia

$$P(s) = \frac{K_p}{(1+sT)^n} e^{-sL}, \quad (21)$$

que posee una ganancia estática K_p , un retardo de tiempo L y n constantes de tiempo T iguales. Aquí n coincide con el orden del sistema. Siendo consecuente con la nomenclatura utilizada hasta el momento, este modelo se denomina NOTD. Asimismo se define otro modelo, designado como NOT/kD, que responde a

$$P(s) = \frac{K_p}{\prod_{k=1}^n \left(1 + s \frac{T}{k}\right)} e^{-sL}, \quad (22)$$

y que es una derivación del modelo NOTD, ahora considerando que todas las constantes de tiempo idénticas del proceso pueden no ser sostenibles para algunas dinámicas específicas. La definición del espacio inicial de búsqueda del AGA, propuesta en el apartado 3.3, no resulta practicable en estos casos. Una solución consiste en extender el rango de exploración, lo que denota una mayor incertidumbre sobre el proceso a identificar. La única información predecible es el signo de la ganancia del modelo K_p en correspondencia al signo de la ganancia K del controlador. La Tabla 4 resume los resultados obtenidos en la identificación de $P_2(s)$ para los modelos (21) y (22). Los parámetros provienen de la mejor evaluación alcanzada en 25 corridas. Obsérvese que, en algunos casos, se consiguen reducciones significativas aumentando el orden del modelo; compare con las Tablas 2 y 3. Ello, teniendo en consideración que la dinámica bajo estudio es de quinto orden. Para este ejemplo en particular la mejor aproximación se logró con un modelo de tercer orden que responde a (22). Órdenes más cercanos al de $P_2(s)$ no aportaron mejores resultados debido a las restricciones en las estructuras de los modelos (21) y (22).

Tabla 4: Desempeño del AGA-Simplex en la estimación de $P_2(s)$ a partir de modelos NOTD y NOT/kD en lazo cerrado.

Método MODELO	n	K_p	T	L	IEAP	IECP
AGA-Simplex NOTD	3	0.9999	1.2308	0.0181	7.736E-02 ± 5.253E-03	7.946E-04 ± 2.411E-05
	4	0.9999	0.9050	0.0000	2.668E-01 ± 4.767E-02	8.784E-03 ± 2.706E-04
	5	0.9999	0.7128	0.0000	4.177E-01 ± 8.153E-02	2.106E-02 ± 8.379E-03
AGA-Simplex NOT/kD	3	0.9999	1.9543	0.2063	1.359E-02 ± 7.750E-03	1.442E-05 ± 7.907E-06
	4	0.9999	1.7939	0.0000	1.076E-01 ± 6.542E-02	1.006E-03 ± 8.971E-04
	5	0.9999	1.6126	0.0000	2.317E-01 ± 5.236E-02	5.686E-03 ± 4.122E-04

Aquí, una comparación con otras técnicas no procede, puesto que no se reporta en la literatura la identificación de este tipo de modelos en régimen de lazo cerrado. Por otro lado, si se identifica a $P_2(s)$ bajo condiciones de lazo abierto, y mediante los métodos de Strejc (1959) y Broida (Mikleš and Fikar, 2007), los resultados responden a

$$P_{\text{Strejc}}(s) = \frac{1}{(1+1.2004s)^3} e^{-0.0478s},$$

$$P_{\text{Broida}}(s) = \frac{1}{\prod_{k=1}^3 \left(1 + \frac{1.9712}{k}s\right)} e^{-0.1631s}.$$

Los modelos obtenidos con las técnicas convencionales mencionadas proveen índices IEAP(IECP) = 1.509E-01(1.999E-03) e IEAP(IECP) = **2.301E-02(9.129E-05)**, respectivamente. Los resultados corresponden a desempeños inferiores en la estimación de $P_2(s)$ en comparación con lo que se logra, mediante el uso del híbrido AGA-Simplex, en condiciones de lazo cerrado; compare con las estimaciones de la Tabla 4.

Extendiendo la aplicabilidad de la propuesta, también es posible identificar modelos generalizados, como el definido en (3), a partir de un cociente de polinomios más la inclusión de retardo de tiempo. Estos modelos poseen la ventaja de que no restringen su estructura a n constantes de tiempo idénticas, o a fracciones de ésta. Para este caso en particular se puede considerar a $c_m s^m + \dots + c_1 s = 0$ y $d_0 = 1$; refiérase a (3). Los resultados obtenidos bajo tales argumentos se resumen en la Tabla 5.

Tabla 5: Desempeño del AGA-Simplex en la estimación de $P_2(s)$ a partir del modelo (3)^a en lazo cerrado.

n	c_0	d_5	d_4	d_3	d_2	d_1	r	IEAP	IECP
5	1.00	0.02	0.37	2.12	4.57	3.8	0.00	-	-
3	1.0002	-	-	1.2204	3.7495	3.5812	0.1775	4.2E-02 ± 7.7E-03	2.9E-04 ± 1.1E-05
4	0.9999	-	0.3350	2.1140	4.5550	3.8028	0.0007	4.7E-03 ± 8.1E-04	3.7E-06 ± 9.4E-07
5	0.9999	0.0189	0.3697	2.1169	4.5689	3.7994	0.0003	1.4E-04 ± 6.9E-05	3.5E-09 ± 8.2E-010

^a Responde al modelo (3) bajo los argumentos de $c_m s^m + \dots + c_1 s = 0$ y $d_0 = 1$.

En este caso, como era de suponer, los índices alcanzados en las estimaciones mejoran cuando el orden del modelo aproximado se acerca al orden de la dinámica bajo estudio. Compárese la si-

mitud entre los parámetros del proceso $P_2(s)$; ver primera fila de la Tabla 5, con los parámetros identificados considerando un modelo de quinto orden. Note además que la estimación resulta más

exacta que la que se obtiene a partir de los modelos (21) y (22). Ello se debe a que no existe restricción alguna en la estructura del modelo a estimar, algo de mucho interés cuando se requiere obtener modelos que ejerzan como buenos predictores de dinámicas de órdenes superiores. ■

Ejemplo 3 (*Dinámica de segundo orden inestable en lazo abierto*). Variantes de este problema han sido tratadas con frecuencia en la literatura; ver, por ejemplo, (Ananth and Chidambaram, 1999; Pramod and Chidambaram, 2000; Rajinikanth and Latha, 2009). Aquí, se considera un proceso descrito por la función de transferencia

$$P_3(s) = \frac{5}{1-15s+50s^2}.$$

Este ejemplo, original de (Aguado and Cipriano, 2009), fue objeto de estudio en la implementación de un AG para resolver el problema de optimización planteado en (6), y que se retoma para comparar los resultados obtenidos con los de la presente propuesta AGA-Simplex. La idea precedente se compone por un AG que no consta de un espacio inicial de búsqueda restringido. Esta variante tampoco propone una segunda etapa de estimación. Se consideran dos posibles escenarios: sin presencia de ruido de medida y con presencia de éste.

La sintonía del controlador PID respeta a la enunciada por los autores en el trabajo citado. Los parámetros responden a la estructura (4), y son: $K = 10$, $K_i = 0.1$, $K_d = 8$ y $T_f = 0.008$.

Tabla 6: Resultados obtenidos en la identificación de $P_3(s)^a$ en lazo cerrado utilizando AG (Aguado and Cipriano, 2009) y AGA-Simplex.

Método	escenario	c_0	d_2	d_1	r	IECP
AG	sin ruido de medida	5.11	50.68	-14.59	0	$6.226\text{E-}04 \pm 3.727\text{E-}05^b$
AGA-Simplex	sin ruido de medida	5.0000	50.0000	-15.0000	0.0000	$4.631\text{E-}14 \pm 8.666\text{E-}15$
AG	con ruido de medida	5.09	50.87	-15.6112	0	$6.882\text{E-}04 \pm 4.822\text{E-}05^b$
AGA-Simplex	con ruido de medida	4.9999	49.9998	-14.9999	0.0000	$3.392\text{E-}12 \pm 7.312\text{E-}13$

^a Los parámetros se brindan en correspondencia al modelo SOTD de (16), ^b No se registran las magnitudes Promedio \pm Desviación Estándar de la IECP.

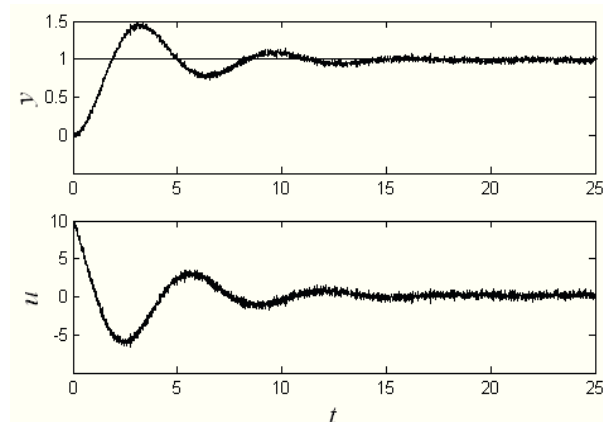


Figura 7: Respuesta del sistema en lazo cerrado a un escalón unitario en el punto de consigna y con presencia de ruido de medida gaussiano de varianza 0.04. El proceso tiene la función de transferencia $P_3(s) = 5/(1-15s+50s^2)$. El controlador PID está sintonizado con $K = 10$, $K_i = 0.1$, $K_d = 8$ y $T_f = 0.008$.

Note la considerable reducción del parámetro N_{ind} en la variante híbrida (270 individuos menos que en el AG reportado). La Tabla 6 muestra los resultados obtenidos por ambos métodos. Como se aprecia, las estimaciones del AG resultan modestas en

En la Figura 6 se ilustra la respuesta del sistema en lazo cerrado, ante un cambio en escalón de amplitud unitaria en el punto de consigna, cuando se regula el proceso $P_3(s)$ con la estructura mencionada, y sin la presencia de ruido de medida.

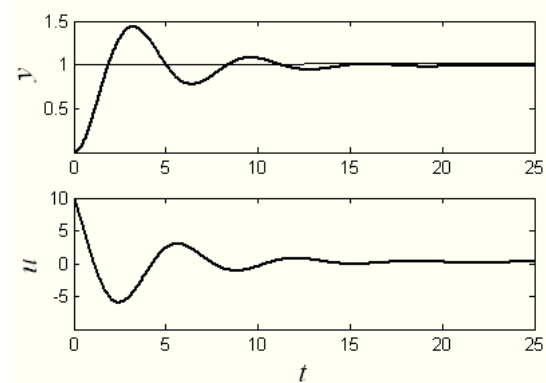


Figura 6: Respuesta del sistema en lazo cerrado a un escalón unitario en el punto de consigna. El proceso tiene la función de transferencia $P_3(s) = 5/(1-15s+50s^2)$. El controlador PID está sintonizado con $K = 10$, $K_i = 0.1$, $K_d = 8$ y $T_f = 0.008$.

La configuración del AG expuesto en (Aguado and Cipriano, 2009) fue: $N_{ind} = 400$, $N_{repet} = 5$, $N_{gen} = 3$, $P_c = 0.9$, $P_m = 0.4$ y $\alpha = 0.5$. La configuración del AGA-Simplex estuvo comprendida en: $N_{ind} = 30$, $N_{repet} = 5$, $N_{gen} = 5$, $P_c = 0.9$, $P_m = 0.4$ y $\alpha = 0.2$.

comparación con las del AGA-Simplex. Se ha definido como índice de desempeño a (20) con $\tau = 5$.

El segundo escenario de este ejemplo es considerando la inyección de un ruido de medida gaussiano con varianza 0.04, tal y como se experimenta en el ejercicio original. Para esta condición, la respuesta del sistema en lazo cerrado, ante un cambio en escalón de amplitud unitaria en el punto de consigna, es la que se ilustra en la Figura 7.

Los métodos implementados resultan casi insensibles a la presencia de ruido en las mediciones. Bajo este efecto las estimaciones siguen siendo precisas; refiérase a los resultados en la propia Tabla 6. La propuesta AGA-Simplex brinda un desempeño superior al AG previamente reportado. ■

Ejemplo 4 (*Estimación de parámetros en sistemas de generación eléctrica*). Esta temática ha sido objeto de estudio en investigaciones similares; ver (Yuan *et al.*, 1996; Boza *et al.*, 2005; Aliprantis *et al.*, 2006). Para este ejemplo se usará el modelo AC5A, adoptado como estándar por la IEEE (1992) como base para el presente estudio; ver Figura 8. Puesto que este modelo presenta una no linealidad del tipo saturación, se empleará una PRBS de pequeña amplitud como señal de consigna al controlador para garantizar que el sistema permanezca en la zona lineal. Este ejercicio también fue experimentado en (Aguado and Cipriano,

2009). El objetivo radica en identificar los parámetros K_a , T_a , K_e , T_e , K_g y T_g , correspondientes al amplificador, excitador y generador del modelo, respectivamente.

Los parámetros del controlador PID, representado por el bloque $R(s)$ en la Figura 8, son: $K = 50$, $K_I = 0.5$, $K_d = 10$ y $T_f = 0.002$. Por su parte, los parámetros de la red de adelanto que regula la salida del amplificador son: $K_f = 0.12$, $T_{f1} = 0.582$, $T_{f2} = 1.22$ y $T_{f3} = 0$. La tensión de saturación $K_{sat} = 0.86$.

Para este problema, la población del AGA se compone por

$$x_{AC5A}^j = [K_a^j \ T_a^j \ K_e^j \ T_e^j \ K_g^j \ T_g^j].$$

Aquí, la restricción del espacio inicial de búsqueda del AGA gravita sobre el conocimiento aproximado de los posibles valores de los parámetros del modelo. Ello, en dependencia del valor teórico para cada caso (Boza *et al.*, 2005). Así

$$x_{AC5A_{max}} = [2.0 \ 0.4 \ 2.0 \ 1.2 \ 2.0 \ 10],$$

$$x_{AC5A_{min}} = [0.5 \ 0.1 \ 0.5 \ 0.3 \ 0.5 \ 2.5].$$

La configuración del AG propuesto en (Aguado and Cipriano, 2009) fue: $N_{ind} = 400$, $N_{repet} = 5$, $N_{gen} = 5$, $P_c = 0.9$, $P_m = 0.4$ y $\alpha = 0.5$. La configuración para el AGA-Simplex estuvo comprendida en: $N_{ind} = 50$, $N_{repet} = 5$, $N_{gen} = 8$, $P_c = 0.9$, $P_m = 0.4$ y $\alpha = 0.5$.

Tabla 7: Resultados de identificación de los parámetros del modelo AC5A en lazo cerrado utilizando AG (Aguado and Cipriano, 2009) y AGA-Simplex.

Método	K_a	T_a	K_e	T_e	K_g	T_g	IECP
Modelo AC5A	1.00	0.20	1.00	0.58	1.00	5.00	-
AG	1.25	0.28	0.72	0.61	1.07	5.30	$7.321E-03 \pm 7.551E-04^a$
AGA-Simplex	1.0000	0.1999	0.8920	0.5463	0.9899	5.0000	$7.086E-05 \pm 5.233E-06$

^aNo se registran las magnitudes Promedio \pm Desviación Estándar de la IECP.

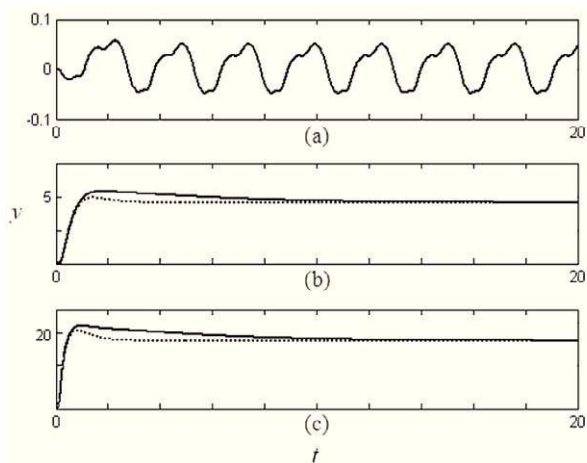


Figura 9: (a) Respuesta del modelo AC5A a una PRBS de amplitud [-1,1], (b) Respuesta del modelo AC5A y dinámica obtenida con el AGA-Simplex ante un cambio en escalón de amplitud 5 en el punto de consigna (líneas sólidas superpuestas), y dinámica obtenida con el AG (línea punteada), (c) Respuesta del modelo AC5A y dinámica obtenida con el AGA-Simplex ante un cambio en escalón de amplitud 20 en el punto de consigna (líneas sólidas superpuestas), y dinámica obtenida con el AG (línea punteada) a partir de un experimento que considera saturación.

Resulta notable el beneficio de la propuesta en la identificación del modelo AC5A. Compare la IECP obtenida para cada método

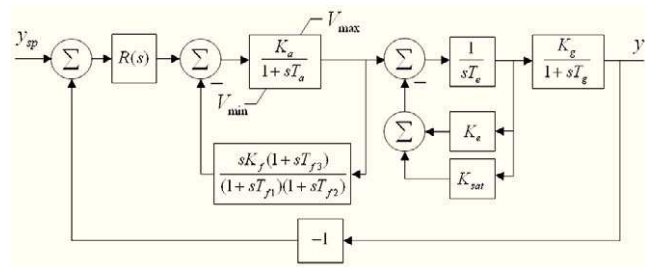


Figura 8: Diagrama de bloques de un sistema de control realimentado que tiene como proceso al modelo AC5A de unidades de excitación-generación eléctrica. El bloque $R(s)$ representa un controlador PID sintonizado con $K = 50$, $K_I = 0.5$, $K_d = 10$ y $T_f = 0.002$.

Note que el AGA emplea 350 individuos menos con respecto al AG. El N_{gen} del híbrido se incrementa con la idea de aprovechar mejor la evolución del algoritmo en cada repetición.

La Figura 9(a) muestra la respuesta del sistema ante una PRBS de amplitud [-1,1]. En ella, se confirma que las excursiones de la salida y son muy pequeñas, lo que significa que el sistema se encuentra operando en la zona lineal. La Tabla 7 presenta los resultados obtenidos por ambas variantes. Se ha definido como índice de desempeño a (20) con $\tau = 20$.

implementado. La Figuras 9(b) y 9(c) ilustran las respuestas del sistema, para ambas estrategias, ante consignas en escalón de diferentes amplitudes. En el diagrama inferior la respuesta fue obtenida en condiciones de saturación activa. Para los dos casos, la dinámica obtenida con el AGA-Simplex se superpone a la dinámica del modelo AC5A.

5. Conclusiones

En este artículo se presentó una estrategia híbrida para la identificación de sistemas continuos en lazo cerrado. El planteamiento se formuló como un problema de optimización a partir de la minimización del error cuadrático existente entre la dinámica del proceso y el modelo. La propuesta utiliza un AGA, que funciona como optimizador parcial a partir de una señal especial (escalón o PRBS) que perturba el punto de consigna del controlador. El optimizador final, en una segunda etapa de estimación, concierne al método Simplex en versión no lineal. Los resultados alcanzados mejoran notablemente a los reportados en publicaciones relacionadas a la temática; (Alfaro, 2003), así como a otro método similar basado en un AG; (Aguado and Cipriano, 2009). La propuesta también se extiende a la identificación, en lazo cerrado, de sistemas de orden elevado. Este tópico no es abordado en la literatura. Para el caso de sistemas de orden reducido, como los definidos en (1) y (2), es posible acotar el espacio inicial de búsqueda del AGA y con ello disminuir su esfuerzo. Esta alternativa se analizó en el apartado 3.3 y quedó reflejada en (19). En este aspecto tam-

bién procede el uso de información a priori, al menos aproximada, de los valores de los parámetros; ver Ejemplo 4. Aunque ambas variantes son practicable, el AGA es capaz de encontrar soluciones conservadoras y, en algunos casos, plausibles ante espacios de búsqueda más extensos. La táctica a seguir bajo esta condición puede estar en el incremento de N_{ind} , o bien en el incremento de N_{repet} y/o N_{gen} . Las réplicas en las experimentaciones ayudan a una efectiva convergencia de la solución parcial, considerándose en este sentido el carácter aleatorio del AGA. Por su parte, el Simplex es un método determinístico que siempre provee una única solución. El costo computacional del AGA-Simplex es aceptable, en particular, cuando se estiman modelos reducidos. Ello da a pensar que la propuesta puede ser empleada en la identificación en línea. Otras extensiones podrían enmarcarse en la sintonía de control PID y en estrategias de control predictivo basado en modelo.

English Summary

Close-loop system identification based on an AGA-Simplex hybrid strategy

Abstract

Closed-loop identification of continuous systems, which can be considered as a nonlinear optimization problem, may result in a difficult solution problem when conventional methods are used. In this paper it is presented a hybrid strategy based on an Adaptive Genetic Algorithm and the Simplex method, that results in a satisfactory solution for this problem. The proposal is compared with other techniques reported in the literature. Three examples show the performance of the method: identification of high order dynamics; identification of unstable second order dynamics in open-loop; and parameter estimation in power generation systems. Simulation results show that the proposed is a robust method for close-loop system identification.

Keywords:

Optimization algorithms, Genetic Algorithms, Parameter estimation, Closed-loop identification.

Referencias

- Aguado, A. and Cipriano, A., 2009. Identificación en lazo cerrado y ajuste de reguladores mediante Algoritmos Genéticos. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* 6(1), 20-30.
- Alfaro, V.M., 2003. Identificación de procesos sobreamortiguados utilizando técnicas de lazo abierto y lazo cerrado. *Epícticos* 2(1), 9-30.
- Aliprantis, D.C., Sudhoff, S., Kuhn, B., 2006. Genetic algorithm based parameter identification of a Hysteretic Brushless Exciter Model. *IEEE Trans. Energy Conversion* 21(1), 148-154.
- Ananth, I. and Chidambaram, M., 1999. Closed-loop identification of transfer function model for unstable systems. *Tech. Rep. TR-336*, J. Franklin Institute, 1055-1061.
- Åström, K.J. and Hägglund, T., 1984. Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins. *Automatica* 20(5), 645-651.
- Åström, K.J. and Hägglund, T., 2006. *Advanced PID Control*. Research Triangle Park: Instrumentation, Systems, and Automation Society, Ch. 3, pp. 67-97.
- Back, T., 1996. *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice*. Oxford University Press, New York.
- Baker, E., 1987. Reducing bias and inefficiency in the selection algorithms. In: *Proc. Second International Conference on GA* 1, 14-21.
- de Barros Fontes, A., Sobrinho, M., Lima, J., 2012. New Method of Closed-Loop Identification of FOPDT and SOPDT Models Considering the Padé Zero Influence. In: *Proc. 16th IFAC Symposium on SYSID*, Brussels, Belgium, July 11-13.
- Boza, J., Aguado, A., Gómez, A., Pérez, F., 2005. Identificación de los parámetros de los sistemas de excitación de los generadores sincrónicos del SEN. In: *Proc. 9CHLIE*, Marbella, Spain, June 30-July 2.
- Butcher, J.C., 2002. The A-stability of methods with Padé and generalized Padé stability functions. *Numerical Algorithms* 31(4), 47-58.
- Cao, L.T., Jin, Q.B., Fan, T.S., Su, W., 2012. On-Line Identification of Process Model Based on Swarm Intelligence Technology. *Advanced Materials Research* 403-408, 3216-3219.
- Chen, C.L., 1989. A simple method for on-line identification and controller tuning. *AIChE Journal* 35(12), 2037-2039.
- Cong, S., Li, G., Feng, X., 2010. Parameters identification of nonlinear DC Motor model using compound Evolutions Algorithms. In: *Proc. World Congress on Engineer* 1, London, UK, June 30-July 02.
- Forssell, U. and Ljung, L., 1999. Closed-loop identification revisited. *Automatica* 35(7), 1215-1241.
- Goldberg, E., 1989. *Genetic Algorithms in search optimization and machine learning*, Addison-Wesley.
- Granado, E., Mata, E., Revollar, S., Colmenares, W., Pérez, O., 2004. Study about system identification for second order process: an open and closed-loop improvement. *Ingeniería UC* 11(1), 41-47.
- Han, Y. and de Callafon, R.A., 2011. Closed-loop Identification of Hammerstein Systems Using Iterative Instrumental Variables. In: *Proc. 18th IFAC World Congress*, Milano, Italy, August 28-September 2.
- Haro, E., 2008. Estimación de parámetros físicos de un automóvil. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* 5(4), 28-35.
- Ho, W.K., Hang, C.C., Cao, L.S., 1995. Tuning PID controllers based on gain and phase margin specifications. *Automatica* 31(3), 497-502.
- Holland, J.H., 1975. *Adaptation in natural and artificial systems*, Ann Arbor, The University of Michigan Press.
- IEEE, 1992. Recommended Practice for Excitation System Models for Power Systems Stability Studies. *IEEE Power Engineering Society*, IEEE Standard 421.5.
- Jorgensen, S.B. and Lee, J.H., 2001. Recent Advances and Challenges in Process Identification. In: *Proc. Chemical Process Control VI*, Arizona, USA, January 8.
- Jutan, A. and Rodríguez, E.S., 1984. Extension of a new method for on-line controller tuning. *The Canadian Journal of Chemical Engineers* 62(6), 802-807.
- Landau, I.D. and Karimi, A., 1999. A recursive algorithm for ARMAX model identification in closed-loop. *IEEE Trans. on Automatic Control* 44(4), 840-843.
- Lee, J. and Sung, S.W., 1993. Comparison of two identification methods for PID controller tuning. *AIChE Journal* 39(4), 695-697.
- Lee, J., 1989. On-line PID controller tuning from a single close-loop test. *AIChE Journal* 35(2), 329-331.
- Ljung, L. and Forssell, U., 1999. An alternative motivation for the indirect approach to closed-loop identification. *IEEE Trans. on Automatic Control* 44(11), 2206-2209.
- Mathews, J.H. and Fink, K.K., 2004. *Numerical Methods using Matlab*, Prentice-Hall Int., New Jersey, USA, Ch. 8, pp. 430-436.
- Michalewicz, Z., 1996. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Program*, Springer series Artificial Intelligence, Springer.
- Miklès, J. and Fikar, M., 2007. *Process Modelling, Identification, and Control*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, Ch. 6, pp. 230-233.
- Mitchell, M., 1999. *An Introduction to Genetic Algorithms*, A Bradford Book The MIT Press, Massachusetts Institute of Technology, England.
- Mohamed, O.M. and Radhi, M., 2005. Using Genetic Algorithms in closed-loop identification of the systems with variable structure controller. In: *Proc. Word Academy of Sciences, Engineering and Technology* 7, 1307-1311.
- Muhlenbein, H. and Schlierkamp, V., 1993. Predictive models for the breeder Genetic Algorithm I. continuous parameter optimization. *Evolutionary Computation* 1(1), 25-49.
- Nelder, J.A. and Mead, R., 1965. A simplex method for function minimization. *Computer Journal* 7, 308-313.
- Ogata, K., 1997. *Modern Control Engineering*, Pearson-Prentice Hall Int., Ch. 4, pp. 141-160.
- Parikh, N.N., Patwardhan, S.C., Gudi, R.D., 2012. Closed-loop Identification of Quadruple Tank System using an Improved Indirect Approach. In: *Proc.*

- 8th IFAC Symposium on Advanced Control of Chemical Processes, Furama Riverfront, Singapore, July 10-13.
- Pasadyan, A.J., Qin, S.J., Valle-Cervantes, S., 1999. Closed-loop and open-loop identification of an industrial wastewater reactor. In: Proc. American Control Conference 6, 3965-3969.
- Pouliquen, M., Gehan, O., Pigeon, E., Frikel, M., 2012. Closed-loop output error identification with bounded disturbances. In: Proc. 16th IFAC Symposium on SYSID, Brussels, Belgium, July 11-13.
- Pramod, S. and Chidambaram, M., 2000. Closed-loop identification of transfer function model for unstable bioreactors for tuning PID controllers. *Bioprocess and Biosystems Engineering* 22(2), 185-188.
- Rajinikanth, V. and Latha, K., 2009. Integrating and unstable process model estimation with relay feedback. In: Proc. International Conference on Modeling and Simulation, 225-228, India, December 1-3.
- Rajinikanth, V. and Latha, K., 2010. Identification and Control of Unstable Biochemical Reactor. *International Journal of Chemical Engineering and Applications* 1(1), 106-111.
- Rivera, D.E., Morari, M., Skogestad, S., 1986. Internal Model Control 4. PID controller design. *Ind. Eng. Chem. Res.* 25(1), 252–265.
- Shardt, Y. and Huang, B., 2011. Closed-Loop Identification using Routine Operating Data: the Effect of Time Delay. In: Proc. 18th IFAC World Congress, Milano, Italy, August 28-September 2.
- Skogestad, S., 2003. Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning. *Journal of Process Control* 13(4), 291–309.
- Spendley, W., Hext, G.R., Himsforth, F.R., 1962. Sequential application of simplex design in optimization and evolutionary operation. *Technometrics* 4, 441-461.
- Strejc, V., 1959. Näherungsverfahren für Aperiodische Übertragscharakteristiken. *Regelungstechnik* 7(7), 124–128 (in Czech).
- Sun, L. and Zhu, Y., 2012. New Closed-Loop Identification Approach Based on Output Over-Sampling Scheme. In: Proc. of 16th IFAC Symposium on SYSID, Brussels, Belgium, July 11-13.
- Tanda, R.F. and Aguado, A., 2012. Estrategia híbrida AGA-Simplex para la estimación de parámetros de modelos dinámicos a partir de la respuesta al escalón. *Investigación Operacional* 33(3), 193-209.
- Tóth, R., Laurain, V., Gilson, M., Garnier, H., 2012. Instrumental variable scheme for closed-loop LPV model identification. *Automatica* (Available on-line 7 July).
- Tufa, L.D., Ramasamy, M., Shuhaimi, M., 2010. Closed-loop system identification using OBF-ARMAX model. *Journal of Applied Sciences* 10(24), 3175-3182.
- Van den Hof, P., 1998. Closed-loop issues in system identification. *Annual Reviews in Control* 22, 173-186.
- Whorton, M.S., 2004. Closed-loop system identification with Genetic Algorithms. In: Proc. AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, Rhode Island, USA, August 16-19.
- Wu, C., Lu, C., Han, Y., 2012. Closed-Loop Identification of Power System Based on Ambient Data. *Mathematical Problems in Engineering*, Volume 2012, Article ID 632897, 16 pp.
- Yuan, Y., Chuan, L., Tain, S., 1996. Experience with identification and tuning of excitation system parameters at the second nuclear plant of Taiwan Power Company. *IEEE Trans. on Power Systems* 11, 747-753.
- Yuwana, M. and Seborg, D.E., 1982. A new method for on-line controller tuning. *AIChE Journal* 28(3), 434-440.
- Zheng, W.X., 1996. Identification of closed-loop systems with low-order controllers. *Automatica* 32(12), 1753–1757.
- Zhu, Y., 2003. New development in industrial MPC identification. In: Proc. International Symposium on Advanced Control of Chemical Processes, Hong Kong, China.
- Ziegler, J.B. and Nichols, N.B., 1942. Optimum settings for automatic controls. *Trans. ASME* 64, 759-768.