

Control de sistemas caóticos basado en condición de evento variable ajustada a la dinámica del proceso

J. Francisco Moreno Verdulla, Manuel J. López Sánchez, Manuel Prian Rodríguez

Departamento de Ing. de Sistemas y Automática, Tec. Electrónica y Electrónica. Universidad de Cádiz, Chile, s/n, 11002, Cádiz, España.

Resumen

En este trabajo se presenta un método práctico para control de sistemas caóticos por medio de pulsos, que utiliza una condición de evento ajustada a la dinámica del proceso. Se muestran resultados de simulación para tres sistemas caóticos usando para ello dos algoritmos de control (unipolar y bipolar). No se requiere conocimiento de un modelo matemático del sistema a controlar, y únicamente se utilizan datos muestreados en línea de una variable medida. También se analizan aspectos prácticos como la saturación de la señal de control y el ruido en la medida. Los resultados satisfactorios obtenidos ponen de manifiesto la capacidad del método para su aplicación a sistemas reales. *Copyright © 2011 CEA.*

Palabras Clave:

Sistemas caóticos, dinámica no lineal, órbita periódica, ciclo límite, control por pulsos.

1. Introducción

El control de sistemas caóticos es un campo de estudio y experimentación muy activo. Ya en 1990, Ott, Grebogi y Yorke (OGY) (Ott *et al.*, 1990) mostraron cómo pequeñas perturbaciones en los parámetros de un sistema con comportamiento caótico, pueden estabilizarlo en las proximidades de una órbita periódica inestable (*unstable periodic orbit*, UPO), considerada ésta una condición de operación candidata o *set-point* (Abed *et al.*, 1995; Andrievskii y Fradkov, 2003; Boccaletti *et al.*, 2000). Si la trayectoria de la evolución dinámica del sistema en el espacio de estados cruza una sección de Poincaré, la secuencia de puntos de cruce tendrá, bajo comportamiento periódico, un punto de equilibrio. La acción de control se aplica sólo dentro de cierta vecindad de este equilibrio y depende de la separación al mismo. La elección de la superficie de Poincaré adecuada para que la trayectoria no deje de visitarla y la necesidad de calcular previamente el equilibrio en ella, resulta ser un inconveniente práctico. Del método OGY han surgido diferentes variantes y generalizaciones (Andrievskii y Fradkov, 2003; Boccaletti *et al.*, 2000; Chen, 1999).

Otro método de control, basado en la comparación del estado del sistema en cada instante con el estado en un intervalo de tiempo anterior, fue señalado por Pyragas (Pyragas, 1992).

En este caso, el control es proporcional a la desviación, consiguiendo un comportamiento periódico en el sistema. Como el método no requiere conocimiento previo de los equilibrios del sistema, aunque sí necesita una estimación del periodo de la órbita, puede ofrecer ventajas frente al OGY. A partir de este fundamento, se han desarrollado las técnicas de control por realimentación retardada (*Delayed Feedback Control*, DFC) y sus variantes (Fiedler *et al.*, 2007; Nakajima, 1997; Nakajima y Ueda, 1998; Pyragas *et al.*, 2004; Pyragas y Pyragas, 2006; Pyragiene y Pyragas, 2005; Ushio, 1996; Yamamoto *et al.*, 2001).

Una forma de control por impulsos que se fundamenta en la perturbación instantánea y periódica de las variables de estado, fué propuesta por Matías y Güemez (Güemez y Matías, 1993; Matías y Güemez, 1994). Mostraron que se consigue obtener en el sistema caótico un comportamiento periódico mediante el ajuste de la amplitud y del periodo de aplicación de la misma. Además, encontraron una interesante relación empírica entre la amplitud de la perturbación y su periodicidad. Entre los numerosos trabajos que han estudiado problemas de control o sincronización por pulsos, pueden citarse, entre otros, los de D.L Piro *et al.* (Gonzalez y Piro, 1984), H.A. Larrondo *et al.* (Larrondo *et al.*, 1996) y (Yang, 1999).

Cada una de estas técnicas ofrece ventajas según el objetivo fijado para el diseño del control y todas presentan dificultades para su realización práctica (Ogorzalek, 1998). Según cada caso, resultará más conveniente uno u otro método (Andrievskii y Fradkov, 2003; Boccaletti *et al.*, 2000; Chen, 1999; López *et al.*, 2006, 2007; Ogorzalek, 1993; Prian *et al.*, 2009).

Correos electrónicos: francisco.verdulla@uca.es (J. Francisco Moreno Verdulla), manuel.jesus.lopez@uca.es (Manuel J. López Sánchez), manuel.prian@uca.es (Manuel Prian Rodríguez)

Del estudio y reproducción de estos trabajos, al plantearnos una forma de control con una técnica realizable, sencilla y útil (Aracil, 2011), con un parámetro de ajuste de la ganancia, y una realización por muestreo (con un periodo T_m), así como la posibilidad de llevar a cabo una forma de control pulsado (con un ancho de pulso t_w), se desarrollaron las técnicas experimentales mostradas en la sección 2.4 de este artículo.

En este trabajo se muestra un método de control por pulsos (“*pulsed control*”), basado en una condición de evento variable ajustada a la dinámica del proceso. Logra un comportamiento periódico mediante la aplicación, en tiempo discreto, de una secuencia de control compuesta por pulsos de amplitud y periodicidad dependientes de la dinámica del sistema. Usa superficies de Poincaré y una realización con realimentación no-lineal de sólo una variable medida. No requiere conocimiento alguno *a priori* del sistema dinámico, se ajusta a sus oscilaciones y conduce a un comportamiento estable y periódico tras la sintonía de los parámetros del controlador; una vez definidos T_m y t_w , el controlador sólo depende del ajuste de ganancia.

Se han realizado pruebas de simulación numérica con tres circuitos electrónicos, considerándose aspectos relacionados con la implementación práctica, tales como el ruido de medida, la limitación de la señal de control aplicada, el periodo de muestreo, la variabilidad en las condiciones iniciales y en el instante de aplicación del control.

El trabajo se ha organizado como sigue: la sección segunda presenta el problema, el objetivo del control, la notación y las leyes de control. La sección tercera muestra los resultados de la simulación numérica. Las conclusiones resumen nuestras aportaciones y líneas de continuación.

2. Método

2.1. Formulación del problema de control

Los sistemas considerados en este trabajo pueden representarse por un conjunto de ecuaciones de estado:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, \mathbf{u}) \quad (1)$$

donde $\mathbf{x} \in R^n$ es el vector n -dimensional de estado, $\mathbf{p} \in R^{n_p}$ es el vector n_p -dimensional de parámetros del sistema, $\mathbf{u} \in R^{n_u}$ es el vector n_u -dimensional de entradas de control y \mathbf{F} es una función vectorial no lineal. Según sea el conocimiento que se tenga sobre el sistema, de las posibilidades de acceso a las magnitudes implicadas y de la facilidad para alterar sus valores, los métodos de control actúan modificando el vector de parámetros \mathbf{p} , o el vector de entradas de control \mathbf{u} . La medida de la salida del sistema (“*event measurement variable*”, EMV) se denota por \mathbf{y} , que es un vector n_y -dimensional función del vector de estado $\mathbf{y} = h(\mathbf{x})$. Cuando $\mathbf{u} = g(\mathbf{y})$, se tiene un problema de control por realimentación de la salida y la estructura (1) es la del sistema en lazo cerrado correspondiente.

Para este trabajo tanto la salida como la entrada de control son escalares. Se va a considerar la situación en la que para los valores de los parámetros elegidos, el comportamiento de (1) observado por $y(t)$ cuando $u(t) = 0$ (sistema libre), es caótico. En cada caso, la medida se obtiene de la variable de estado x_m ,

es decir, $y = h(x_m)$, y la aplicación del control se realiza en la ecuación correspondiente a la derivada de la variable de estado x_c , ($\dot{x}_c = f_c(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n) + u$), con $u = g(y)$.

2.2. Objetivo del control

Es sabido que la que la naturaleza no predecible del comportamiento caótico y la coexistencia en el atractor de *múltiples órbitas periódicas inestables* (UPOs) complica el diseño de los controladores. El objetivo de nuestra forma de control es, *únicamente*, obtener un comportamiento periódico (“*periodic orbit*”, PO) en un oscilador autónomo que se encuentra en situación de caos; y ello, con la mínima intervención (energía) del controlador. La selección de una órbita concreta, de entre las posibles UPOs y POs, no es, *en este caso*, un objetivo sino un problema abierto sobre el que continuamos trabajando. El objetivo del método propuesto es por tanto *estabilizar al sistema en una órbita periódica*, que se alcanza como resultado de aplicar el control, y que puede aproximarse a una UPO. Para ello se plantea aplicar una señal de control consistente en pulsos de duración y magnitud ajustables (ver (6) y(7)):

$$u(t) = \begin{cases} U_j & t_j \leq t \leq t_j + t_w \\ 0 & t_j + t_w < t < t_{j+1} \end{cases} \quad (2)$$

Siendo (véase la sección (2.3)) t_j y t_{j+1} los instantes de tiempo en los que se actualiza y se decide la aplicación la señal de control, $t_w < (t_{j+1} - t_j)$ el intervalo de tiempo de la actuación o ancho del pulso y U_j el valor que representa la amplitud constante del mismo en el intervalo considerado.

2.3. Condición de evento ajustada a la dinámica caótica

Para determinar (a partir de las muestras obtenidas con periodo de muestreo T_m) el instante de aplicación y la amplitud del pulso de control, en vez de usar una condición establecida *a priori*, (como el caso de sección de Poincaré fija), el algoritmo de control propuesto utiliza una condición de evento (EC, “*event condition*”) variable, dependiente de la evolución dinámica del sistema. Ello tiene la ventaja de que permite tratar al proceso como un sistema tipo caja negra, a la vez que logra que el pulso de control se ajuste a las distintas frecuencias y amplitudes de la compleja dinámica caótica.

La EC propuesta consiste en utilizar el cruce ascendente (o descendente en su caso) de la muestra actual y_k con una secuencia de valores EV_k , que corresponde al valor medio de las muestras obtenidas desde el último evento detectado, donde se inició al valor 1 el índice k , que indica el número de muestras acumuladas en la secuencia. Así, el valor de evento j -ésimo, $(EV_k)_j$, es la media de las k_j muestras de la salida $y(t)$ entre dos condiciones de evento sucesivas, la $(EC)_{j-1}$, en la que se hizo $k = 1$, y la $(EC)_j$, donde $k = k_j$:

$$(EV_k)_j = y_{event_j} = \langle y_k \rangle_j = \frac{1}{k_j} \sum_{k=1}^{k_j} y_k \quad (3)$$

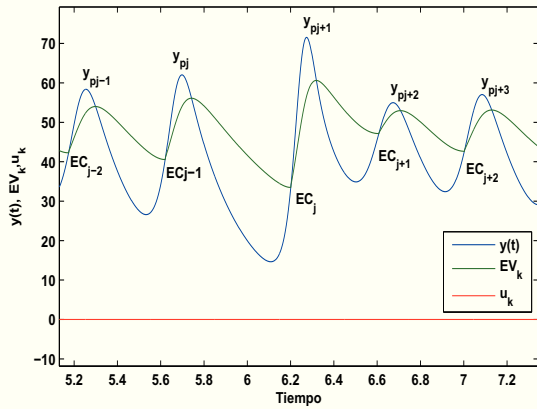


Figura 1: Condición de evento ajustada. Dinámica sin control.

La figura (1) muestra la condición de evento variable $(EC)_j$, definida por el cruce ascendente de y_k con el valor medio calculado con las k_j muestras efectuadas desde la $(EC)_{(j-1)}$:

$$y_{kj} = y_k \quad (EV)_j \quad \text{sii} \quad y_{k-1} \leq y_{event_j} \leq y_k \quad (EC) \quad (4)$$

aunque también podría quedar definida por el flanco descendente de la señal de salida, es decir:

$$y_{kj} = y_k \quad (EV)_j \quad \text{sii} \quad y_{k-1} \geq y_{event_j} \geq y_k \quad (EC) \quad (5)$$

lo que puede resultar útil en determinados casos. Nótese que la condición de evento y_{event_j} alcanza un valor máximo retrasado, que ocurre después de que y_k haya pasado por un valor máximo y_{pj} así, $(y_{pj} - y_{event_j})$ refleja una diferencia que depende no sólo del valor de pico y_{pj} , sino también de la forma con la que evoluciona en el tiempo la oscilación j -ésima. Esto sirve para realizar un ajuste dinámico de las amplitudes de los pulsos de control (ver (6) y (7)). Una vez que se alcance un régimen periódico bajo control, tanto el valor de evento $(EV)_j$ como la diferencia $(y_{pj} - y_{event_j})$ serán cantidades constantes.

2.4. Ley de control

Una vez definido el instante de aplicación del pulso de control, para calcular la amplitud del mismo, U_j en (2), se propone la siguiente expresión obtenida de forma empírica:

$$u_k = K_u \frac{(y_{pj} - y_{event_j})^2}{(t_j - t_{j-1})} \quad (6)$$

$$\text{sii} \quad t_j \leq t \leq t_j + t_w \quad \text{con} \quad k = 1, 2, \dots, k_{j+1}$$

$$u_k = 0 \quad \text{cuando} \quad t_j + t_w < t < t_{j+1}$$

Su estructura responde a la necesidad de disponer de un parámetro de ajuste (K_u), y que la amplitud del pulso sea gobernada por la dinámica de lazo cerrado, vía valores significativos de cada órbita: el valor de pico (y_{pj}), el valor de evento (y_{event_j}) y el intervalo de tiempo entre dos eventos consecutivos. ($T_j = t_j - t_{j-1}$), denominado tiempo de vuelo o de retorno. En cada caso, tras definir los parámetros temporales (T_m, t_w) el ajuste de K_u se hace de forma experimental.

En este trabajo se propone además una variante de la anterior, en la que se busca reducir la magnitud de la señal de control en régimen periódico:

$$u_k = K_u \frac{(y_{pj} - y_{event_j})^2}{(t_j - t_{j-1})} (y_{event_j} - y_{event_{j-1}}) \quad (7)$$

$$\text{sii} \quad t_j \leq t \leq t_j + t_w \quad \text{con} \quad k = 1, 2, \dots, k_{j+1}$$

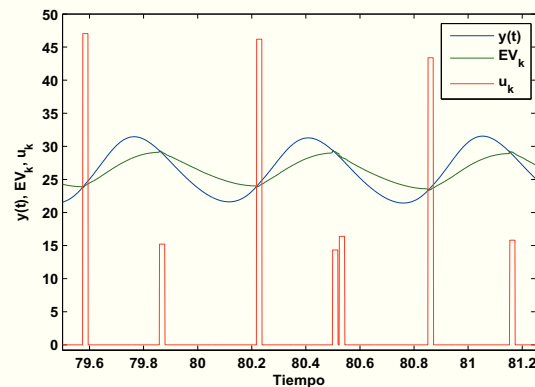
$$u_k = 0 \quad \text{cuando} \quad t_j + t_w < t < t_{j+1}$$

Se usa el valor de evento anterior ($y_{event_{j-1}}$) para añadir $(y_{event_j} - y_{event_{j-1}})$ que construye un término corrector basado en la evolución de los valores de evento hacia uno de equilibrio *sin conocimiento alguno del sistema*; a diferencia de las consideraciones de la dinámica de pico a pico (*“peak to peak dynamics”*) (Candaten y Rinaldi, 2000; Piccardi y Rinaldi, 2000, 2003), basada en los valores de pico y su evolución hacia un pico de equilibrio que ha de ser determinado previamente.

La ley de control (7) resulta muy útil cuando el sistema a controlar soporta la forma de control bipolar, es decir, los pulsos de control aplicados pueden ser positivos o negativos. Además, este término ayuda a que la magnitud de la señal de control resulte menor o tienda a disminuir conforme la dinámica obtenida converja a una situación periódica. A diferencia del método OGY, que activa la señal de control en la vecindad de una órbita periódica inestable (UPO) y entonces aplica la acción de control; en nuestro método, el instante de activación del controlador t_{on} depende del operador de planta. A medida que el algoritmo de control lleve al sistema a una situación periódica (PO), la magnitud de los pulsos de control será menor.

2.5. Efecto del ruido de medida

Como el control por pulsos sólo actúa durante breves intervalos de tiempo, la causa principal de que le afecte el ruido de medida es la decisión de activar la acción de control cuando se detecten falsas condiciones de evento producidas por el ruido, como se muestra en la figura (2).

Figura 2: Falsos eventos. Ruido $\pm 2\%$ de la medida.

Para evitar activar la señal de control en estos casos, se ha incluido la capacidad de inhibir la aplicación de la acción de control mientras puedan aparecer falsos eventos. Para ello, el

controlador propuesto dispone de otro parámetro, $t_{holdoff}$, que es ajustable por el operador y permite lograr un efecto *discriminador* de falsos eventos. Una vez aplicado el pulso de control, puede inhibirse la generación de otro pulso durante un intervalo de tiempo ($t_w + t_{holdoff} < T_j$), ignorándose toda falsa condición de evento que pudiera aparecer debido al ruido. Esto hace que el algoritmo resulte menos sensible al ruido.

3. Resultados de simulación numérica

Los valores asignados a los parámetros de los modelos, son los recogidos en las referencias respectivas. Para la simulación numérica de los circuitos se ha usado un integrador de Runge-Kutta de cuarto orden, de paso fijo (Δt) cuyo valor se indica en cada uno de los casos analizados. Para simular el ruido, se ha añadido al valor calculado de la medida una cantidad aleatoria con distribución uniforme, en un rango \pm ruido mV, según la expresión $V_{ruido} = ((0,5 - RND)/500)\text{ruido mV}$, donde RND es un número aleatorio, comprendido entre 0 y 1.

Se han realizado simulaciones de tipo MonteCarlo para considerar la sensibilidad del algoritmo frente a las condiciones iniciales $[x_i(0)]_n$ y el momento de aplicación del control $[t_{on}]_n$, afectándolas en el experimento n -simo de una variabilidad de la forma $[x_i(0)]_n = [x_i(0)]_1(1 + (0,5 - RND))$ y $[t_{on}]_n = [t_{on}]_1(1 + (0,5 - RND))$, donde $[x_i(0)]_1$ y $[t_{on}]_1$ son las condiciones iniciales y momento de aplicación del control del primer experimento, cuyo valor se declara en cada uno de los casos que se describen a continuación; en ellos se señalan también dos estadísticos (media y desviación típica) de dos indicadores de la órbita encontrada: el tiempo de vuelo T_j y el valor del pico positivo y_{pj} del último ciclo calculado.

3.1. Ajuste por el operador

La evolución dinámica en un sistema caótico es muy dependiente de las condiciones iniciales. Aquí se consideran unas condiciones iniciales que, estando dentro de la cuenca de atracción, llevan a cada oscilador a un comportamiento caótico. Es, entonces cuando el operador aplica el control, (en cada simulación realizada en un momento distinto, de manera que el estado inicial del sistema cuando se activa el controlador es siempre diferente). Tras fijar T_m , según requiera la dinámica del sistema, el operador realiza los siguientes pasos:

- (i) usa el menor ancho del pulso realizable $t_w = T_m$ y elige un valor inicial para la ganancia K_u ,
- (ii) observa el número de pulsos entre eventos y aumenta o reduce $t_{holdoff}$ hasta conseguir un único pulso,
- (iii) si el comportamiento obtenido no es satisfactorio, eleva o reduce la ganancia K_u , hasta anular o saturar u_k ; si no logra la periodicidad, aumenta el ancho del pulso t_w y repite este paso hasta que,
- (iv) si consigue una periodicidad con una banda (o zona de sombra de la órbita) limitada (que fundamentalmente se puede deber al ruido de medida), realiza el ajuste fino del controlador retocando ligeramente la ganancia o del ancho del pulso.

3.2. Circuito KSS

Kiers, Schmidt y Sprott (KSS) (Kiers *et al.*, 2004), presentaron el circuito de la figura (3), en el que se puede obtener un comportamiento caótico. Para simular el control propuesto en este circuito, se elige $y(t) = v_1(t)$ como salida. Cuando $u(t) = 0$, se tiene:

$$(RC)^3 \frac{d^3 v_1}{dt^3} = -\frac{R}{R_v}(RC)^2 \frac{d^2 v_1}{dt^2} - RC \frac{dv_1}{dt} + D(v_1) - \frac{R}{R_0} u_0$$

Si se usa un escalado de tiempo $\tau = \frac{t}{\alpha}$ con factor de escala $\alpha = RC$, entonces pueden definirse como variables de estado:

$$\begin{aligned} v_1 &= x_1 \\ \frac{dv_1}{dt} &= \frac{dv_1}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} = \frac{1}{RC} \frac{dv_1}{d\tau} = x_2 \\ \frac{d^2 v_1}{dt^2} &= \frac{1}{(RC)^2} \frac{d^2 v_1}{d\tau^2} = x_3 \\ \frac{d^3 v_1}{dt^3} &= \frac{1}{(RC)^3} \frac{d^3 v_1}{d\tau^3} = \dot{x}_3 \end{aligned}$$

quedando, al añadir $u(t)$ al nodo de entrada:

$$\begin{aligned} D(x_1) &= -c(\min\{x_1, 0\}) \\ \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= -ax_3 - x_2 + D(x_1) - b(u_0 + u) \end{aligned} \quad (8)$$

con $a = R/R_v$, $b = R/R_0$, $c = R_2/R_1$ y, en este caso, con la forma no lineal $D(x_1) = c(\min\{x_1, 0\})$.

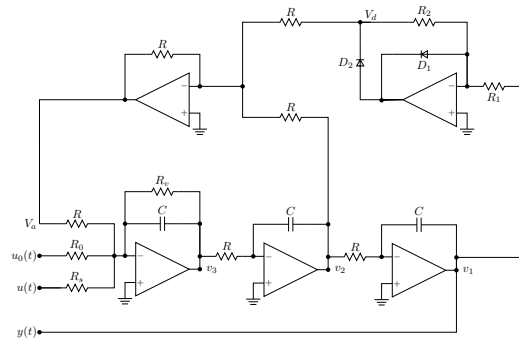


Figura 3: Circuito KSS.

En la simulación de (8), se ha considerado que $u_0 = 1V$, $R = 46.6$, $R_v = 80$, $R_0 = R_s = 156.9$, $R_2 = 88.9$, $R_1 = 15.1$; todos en kΩ. La escala de tiempos usa un factor $\alpha = 15 \times 10^{-3}$, que está próximo al valor de RC para $C = 330$ nF. El paso de integración es $\Delta\tau = 10^{-5}$; las condiciones iniciales $[x_1(0)]_1 = 0.50$, $[x_2(0)]_1 = 0.25$, $[x_3(0)]_1 = 0.001$ y el ruido entre ± 2 mV. En el controlador $T_m = 0.5 \times 10^{-3}$ s, $t_w = 5$ ms, $t_{holdoff} = 50(t = 750)$ ms. El control se aplicó en $[\tau_{on}]_1 = 200$ ($t = 3$ s) hasta $[\tau_{off}]_n = 1200$ ($t = 18$ s). Para estudiar el control unipolar, se realizaron 150 simulaciones, con $K_u = 6.7$, encontrando un tiempo de vuelo de $\bar{T}_{kj} = 6.871$ (0.103 s) con $\sigma_\tau = 0.022$ (0.0003 s), y un valor del pico positivo de $\bar{y}_{pj} = 1.664$ con $\sigma_y = 0.008V$.

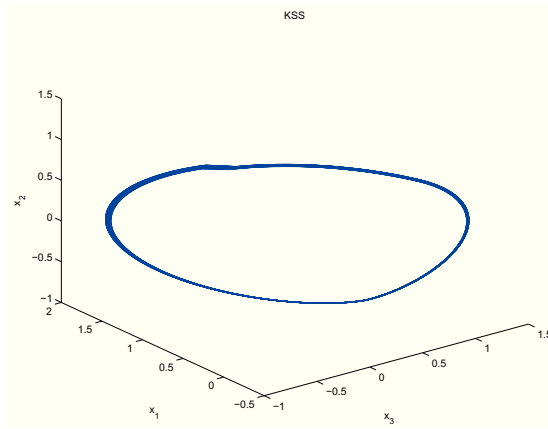
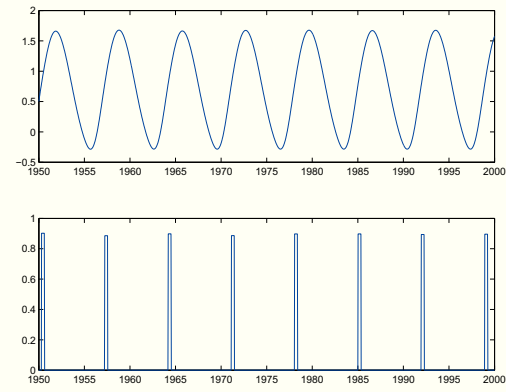
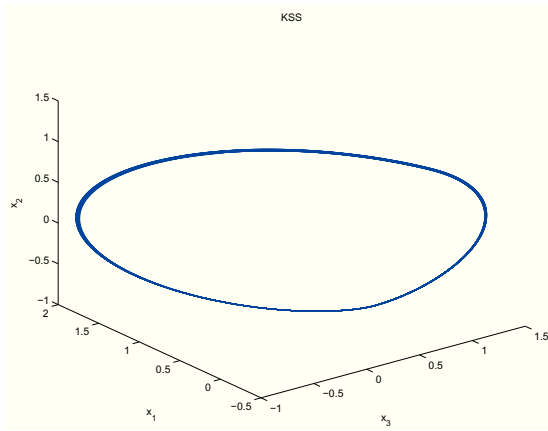
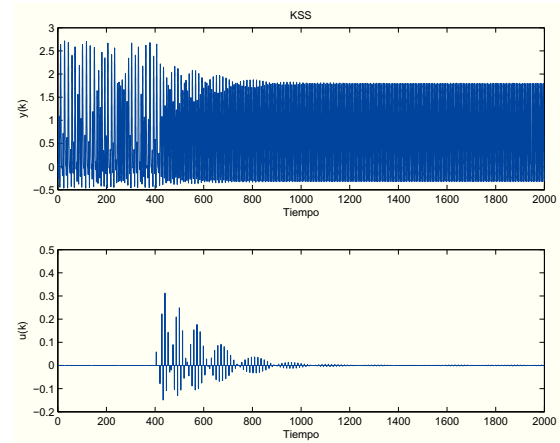
(a) KSS bajo control unipolar ($\tau > 1000$ ($t > 15s$))(b) Control unipolar (Detalle). Ruido ± 2 mV(c) KSS bajo control bipolar ($\tau > 1000$ ($t > 15s$))(d) KSS. Control bipolar desde $\tau=400$ ($t=6s$)

Figura 4: Sistema KSS.

Bajo control bipolar, con $K_u = 2.5$, $t_w = 5$ ms y con iguales valores en los demás parámetros, el tiempo de vuelo es de $\bar{T}_{kj} = 6.587$ (0.099s) con $\sigma_\tau = 0.016$ (0.0002s); el valor del pico positivo es de $\bar{y}_{pj} = 1.795$ con $\sigma_y = 0.002$ V. Nótese la mayor suavidad de la trayectoria por ser menor el cambio forzado por el control.

3.3. Circuito de González

Para llevar a cabo el control por pulsos en el oscilador de puente de Wien modificado de González *et al* (Gonzalez *et al.*, 2005), se aprovecha el nodo formado por la entrada al amplificador, el condensador C_1 y la resistencia R (figura 5).

Este nodo define tanto la tensión de salida como la variable de estado $x_3(t)$. La aplicación de los pulsos de tensión se hace a través del amplificador separador y de la resistencia $R_s = 100k\Omega$. Teniéndose que:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= (1/L)(f - R_L x_1 - x_2) \\ \dot{x}_2 &= (1/C)x_1 \\ \dot{x}_3 &= (1/C_1)(x_1 - x_3/R - (x_3 - u)/R_s) \\ f &= (A/2)(|x_3 + V_S/A| - |x_3 - V_S/A|) - x_3 \end{aligned} \quad (9)$$

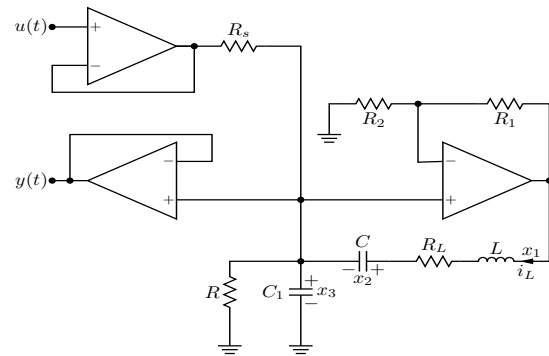


Figura 5: Circuito de González.

El sistema se ha simulado considerando $y(t_k) = x_3(t_k)$ con los siguientes valores de los parámetros: $L = 0.1$ H, $C = 100 \times 10^{-9}$ F, $C_1 = 470 \times 10^{-9}$ F, $R_L = 90\Omega$, $R = 23 \times 10^3\Omega$, $R_s = 100 \times 10^3\Omega$, $A = (1 + R_1/R_2) = 5.8$, $V_S = 14$ V, y se ha usado $\Delta t = 10^{-9}$ s. Como condiciones iniciales $[x_1(0)]_1 = 0.005$, $[x_2(0)]_1 = 0.05$, $[x_3(0)]_1 = 0.05$. En el controlador $T_m = 1 \times 10^{-5}$ s, $t_w = 0.2$ ms, $t_{holdoff} = 0.5$ ms.

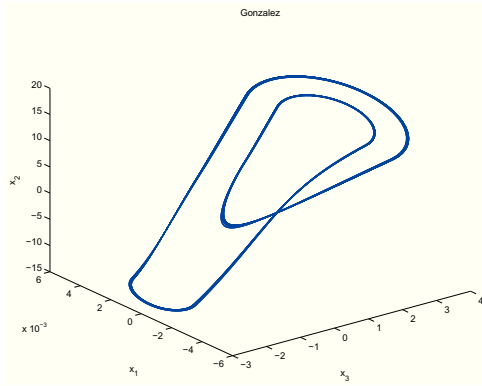
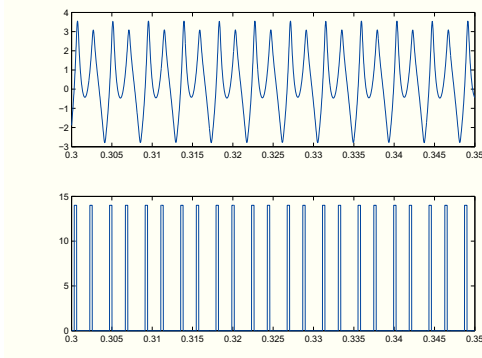
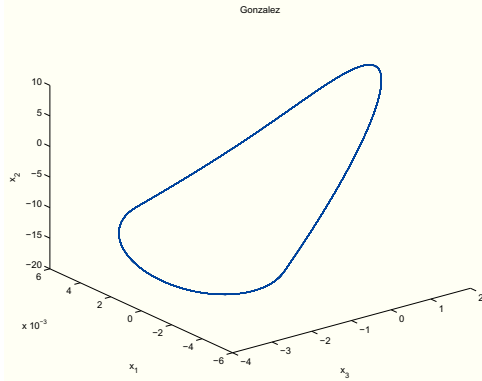
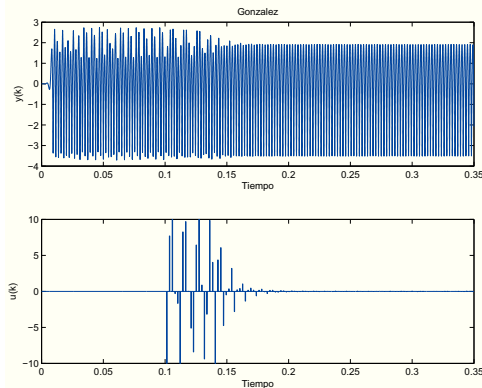
Figura 6: Circuito de González. Control unipolar ($t > 0.2$ s).

Figura 7: González. Control unipolar (Detalle).

Figura 8: González bajo control bipolar ($t > 0.2$ s).Figura 9: González. Control bipolar desde $t = 0.1$ s.

El control se aplicó en $[t_{on}]_1 = 0.2$ hasta $t_{off} = 0.6$ s. Con control unipolar, se han efectuado un total de 300 simulaciones con $K_u = 0.01$ y tensión de saturación de ± 14 V, se han podido diferenciar los dos ciclos de la órbita de periodo dos de las figuras (6) y (7). En 134 de ellas el tiempo de vuelo es de $\bar{T}_{kj} = 2.413$ ms con $\sigma_\tau = 0.006$ ms, y pico positivo de $\bar{y}_{pj} = 3.202$ V con $\sigma_y = 0.004$ V. En 166 simulaciones, se encontraron valores de $\bar{T}_{kj} = 1.872$ ms con $\sigma_\tau = 0.013$ ms y $\bar{y}_{pj} = 3.634$ V con $\sigma_y = 0.006$ V respectivamente. Nótese que pese a su saturación, el controlador logra el objetivo.

Bajo control bipolar, se han realizado 300 simulaciones, la saturación del controlador se ha ajustado a ± 10 V, permaneciendo todos los demás parámetros y condiciones iguales a los anteriores. Se obtiene un tiempo de vuelo de $\bar{T}_{kj} = 2.212$ ms con $\sigma_\tau = 0.008$ ms, y un pico de $\bar{y}_{pj} = 1.910$ con $\sigma_y = 0.024$ V. Nótese, en la figura (9), la notable disminución del esfuerzo de control.

3.4. Circuito de Chua

El complejo sistema caótico de Chua (Chua *et al.*, 1986; Murali y Sinha, 2003), puede ser realizado por un circuito basado en amplificadores operacionales, (ver (Kennedy *et al.*, 1992) para una descripción completa).

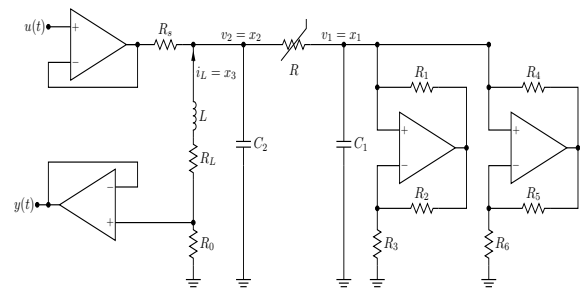


Figura 10: Circuito de Chua.

El circuito se ha representado en la figura (10). Se han añadido dos amplificadores separadores: el primero, para observar la salida $y(t) = R_0 i_L$ (a través de la resistencia de medida $R_0 = 10\Omega$); el segundo, para aplicar el control $u_2(t)$ sobre v_2 (via $R_5 = 100K\Omega$). Su modelo matemático (10) es:

$$\begin{aligned} g &= m_0 x_1 + 1/2(m_1 - m_0)(|x_1 + B_p| - |x_1 - B_p|) \\ \dot{x}_1 &= (1/C_1)[(x_2 - x_1)/R - g] \\ \dot{x}_2 &= (1/C_2)[(x_1 - x_2)/R + x_3 - (x_2 - u_2)/R_5] \\ \dot{x}_3 &= (1/L)[-x_2 - (R_L + R_0)x_3] \end{aligned} \quad (10)$$

Con parámetros (Kennedy *et al.*, 1992): $m_{01} = 1/R_1$, $B_{p1} = (R_3/(R_2 + R_3))E_{sat}$, $m_{11} = -1/R_3$, $m_{02} = 1/R_4$, $B_{p2} = (R_6/(R_5 + R_6))E_{sat}$, $m_{12} = -1/R_6$, $m_0 = (m_{01} + m_{02})$, $m_1 = (m_{11} + m_{12})$, $B_p = B_{p2}$, y componentes: $L = 0.018H$, $C_1 = 10nF$, $C_2 = 100nF$, $R_1 = 220\Omega$, $R_2 = 220\Omega$, $R_3 = 2200\Omega$, $R_4 = 22000\Omega$, $R_5 = 22000\Omega$, $R_6 = 3300\Omega$, $E_{sat} = 13.9$ V (supuesto $V_{cc} \pm 15$ V) y $R_L = 13.5\Omega$, la resistencia de la bobina. El valor de $R = 1710\Omega$, difiere del señalado en (Kennedy *et al.*, 1992) ($R = 1790\Omega$) pues la presencia de R_0 y R_5 requiere reajustar R para obtener caos.

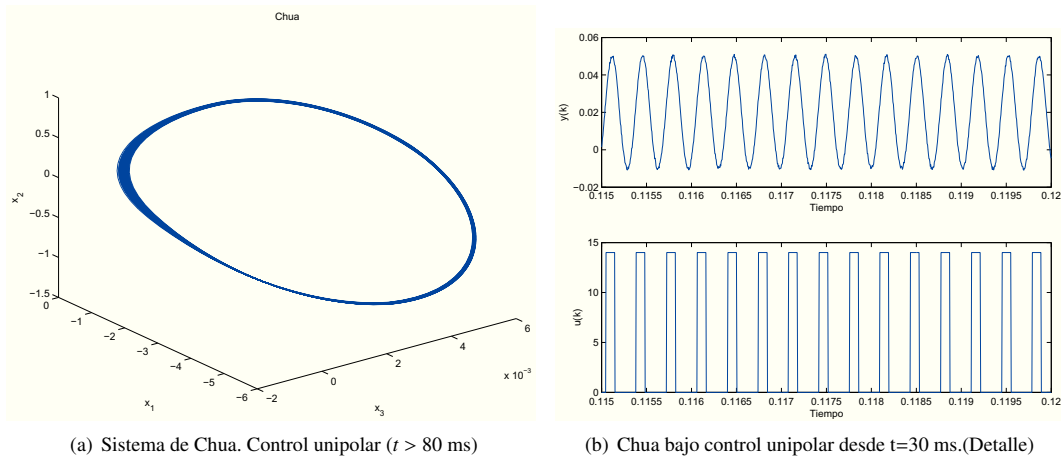


Figura 11: Sistema de Chua

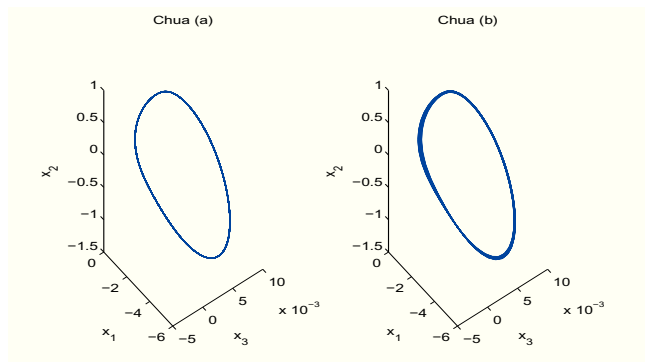


Figura 12: Control bipolar. (a) sin ruido (b) ruido 0.1mV

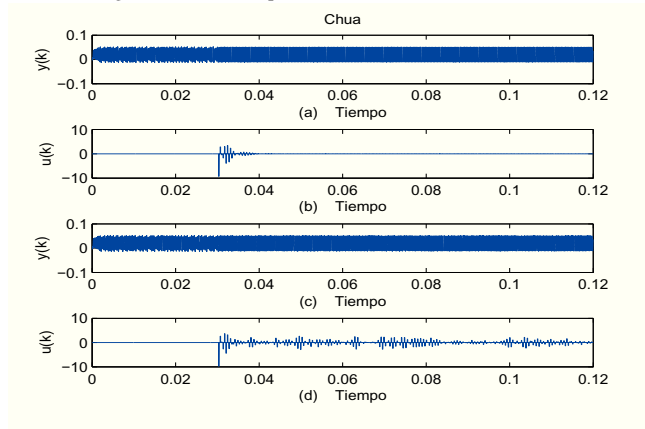


Figura 13: Control bipolar. (a),(b) sin ruido; (c),(d) ruido 0.1mV

Las figuras (11(a)) y (11(b)) muestran los resultados de simulación numérica bajo control unipolar con $\Delta t = 0,8 \times 10^{-10}$ s, condiciones iniciales $[x_1(0)]_1 = -0.7$, $[x_2(0)]_1 = 0.2$, $[x_3(0)]_1 = 0.001$ y un ruido de medida de ± 1 mV. Nótese que este nivel de ruido resulta de considerar condiciones de peor caso, pues con un amplificador de instrumentación se aumentaría la relación señal ruido que llegaría al controlador.

En el controlador, se han considerado los siguientes valores de los parámetros: $T_m = 5\mu s$, $t_{holdoff} = 200\mu s$, ajustándose la ganancia K_u y el ancho del pulso t_w según la forma de control empleada. Para el algoritmo de control unipolar, se ha ajustado la ganancia del controlador a $K_u = 30$ y el ancho del pulso a $t_w = 20\mu s$. La tensión de saturación es de ± 14 V. El control se aplica en $[t_{on}]_1 = 30$ ms hasta $t_{off} = 120$ ms.

Se han llevado a cabo un total de 300 simulaciones, encontrándose que 158 de ellas corresponden a una de las “scrolls”, obteniéndose que el tiempo medio de vuelo es de $\bar{T}_{kj} = 0.34$ ms con desviación típica $\sigma_\tau = 0.01$ ms y un promedio del valor del pico positivo $\bar{y}_{pj} = 0.051$ V, con desviación típica $\sigma_y = 0.001$ V. En las otras 142 simulaciones, correspondientes a la otra de las “scrolls”, el tiempo medio de vuelo es el mismo, con un promedio del valor del pico positivo de $\bar{y}_{pj} = 0.010$ V y con $\sigma_y = 0.001$ V.

Con control bipolar, la sensibilidad al ruido de medida es mayor. Las figuras (12) y (13) muestran las respectivas órbitas obtenidas sin ruido y con un ruido de medida de ± 0.1 mV. En el primer caso, los pulsos tienden a disminuir y la órbita lograda no muestra una banda de dispersión significativa. Con bajo nivel de ruido, el controlador genera pequeños pulsos que mantienen confinada la órbita alrededor de una banda que podría considerarse de utilidad. La simulación se ha realizado con un muestreo más fino $T_m = 1\mu s$. Se han reajustado $K_u = 1250$, $t_w = 100\mu s$ y la saturación de la salida a ± 14 V, para que en las 300 simulaciones se obtenga el comportamiento de las figuras (12) y (13), con tiempo de vuelo de $\bar{T}_{kj} = 0.35$ ms y $\sigma_\tau = 0.01$ ms. El valor del pico positivo es $\bar{y}_{pj} = 0.051$ V, con $\sigma_y = 0.01$ V.

Como se observa, con bajo nivel de ruido, la técnica logra periodicidad, pese a las variaciones en la condición inicial, el instante de activación del control, el ruido de medida y, sobre todo, la tendencia del complejo sistema de Chua (“double scroll”) a escapar de una a otra. Cuando aumenta el ruido, son mayores las bandas de amplitud y fase y el control puede necesitar el reajuste de parámetros.

4. Conclusiones

Se ha expuesto una forma de control por pulsos para sistemas caóticos basado en un algoritmo de control no lineal que aprovecha la información obtenida de la observación por muestreo de una sola variable medida. No se requiere ningún conocimiento *a priori* del sistema. Como un análisis previo de viabilidad práctica, se ha realizado la simulación numérica sobre los modelos matemáticos de varios circuitos caóticos bajo condiciones de ruido de medida y restricciones a la señal de control, encontrándose resultados satisfactorios. Entre las posibles líneas de continuación están la justificación teórica y la implementación práctica del controlador en un sistema basado en microprocesador para probarlo sobre circuitos electrónicos reales.

English Summary

Chaotic systems control based on variable event condition adjusted to process dynamics.

Abstract

In this work it is presented a practical method for controlling chaotic systems based on variable event condition adjusted to process dynamics. Simulation results are shown for three chaotic systems using two control algorithms (unipolar and bipolar). No previous knowledge of the mathematical model of the system to control is needed, and on-line sample data of only one measurement variable are used. Practical aspects such as control signal saturation and measurement noise are also considered. Satisfactory results show the method application capacity to actual systems.

Keywords:

Chaotic system, non-linear dynamics, unstable periodic orbit, pulsed control.

Referencias

- Abed, E.H., H.O. Wang, and A. Tesi. (1995). "Control of Bifurcations and Chaos". *The Control Handbook*, CRC Press and IEEE Press.
- Andrievskii, B.R. y A.L. Fradkov. (2003). "Control of Chaos: Methods and Applications. I. Methods", *Automation and Remote Control*, **64**, no. 5, pp. 673 713.
- Aracil, J. (2011). "El Ingeniero Científico o Casa con Dos Puertas Mala Es de Guardar", *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, **8**, no. 1, pp. 5 13.
- Boccaletti, S., C. Grebogi, Y.C. Lai, H. Mancini and D. Maza. (2000). "The Control of Chaos: Theory and Applications". *Physics Reports* no. 329, pp. 103 197.
- Candaten, M. and S. Rinaldi. (2000). "Peak-to-peak dynamics: a critical survey" *International Journal of Bifurcation and Chaos*, **10**, no. 8, pp. 1805 1819.
- Chen, G. (1999). "Controlling Chaos and Bifurcations in Engineering Systems". CRC Press.
- Chua, L. O., M. Komuro and T. Matsumoto. (1986). "The Double Scroll Family" *IEEE Transactions On Circuits And Systems*, **CAS-33**, no. 11, pp. 1073 1118.
- Fiedler, B., V. Flunkert, M. Georgi, P. Hövel, and E. Schöll. (2007). "Refuting the Odd-Number Limitation of Time-Delayed Feedback Control" *Phys Rev Lett* **98**, no. 11.
- Gonzalez, D. L. and Piro, O. (1984). "Disappearance of chaos and integrability in an externally modulated nonlinear oscillator". *Phys Lett A* **30** no. 5 pp. 2788 2790.
- Gonzalez, R., M. Prian, M.A. Fernandez, J.L. Rojas and E. Romero. (2005). "A Symmetric Piecewise-linear Chaotic system with a Single Equilibrium Point." *Int.Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 15, no. 4 pp. 1411 1415.
- Güemez, J. and M.A. Matias. (1993). "Control of chaos in unidimensional maps". *Phys Lett A* no. 181 pp. 29 32.
- Kennedy, M. P. (1992). "Robust OP Amp realization of Chua's Circuit" *Frequenz* **46**, no. 3-4, pp. 66 80.
- Kiers, K., D. Schmidt and J. C. Sprott. (2004). "Precision measurements of a simple chaotic circuit" *American Journal of Physics* **72**, no. 4, pp. 503 509.
- Larrondo, H. A., D. R. Avalos and R. A. Laura. (1996). "Dynamics of a Kicked Oscillator with a Delay in Its Parametric Feedback Loop: An Analytical Study", *Nonlinear Dynamics*, **11** no. 4 pp. 407 419.
- López, M.J., M.Prian and F.M. Verdulla. (2006). "Chaos Control Method". *Internal Report Nov. 2006*. Dpto. ISA. UCA.
- López, M.J., F.M. Verdulla and M. Prian. (2007). "Chaos Control Based on Non-linear State Feedback and Linear H-infinite Controller Synthesis". *WSEAS T. on Sys.*, **1**, 6, pp. 68 75.
- Matias, M.A. and J. Güemez. (1994). "Stabilization of chaos by proportional pulses in system variables". *Phys Rev Lett* **72** no. 10 pp. 1455 1458.
- Murali, K. and S. Sinha. (2003). "Experimental realization of chaos control by thresholding" *Physical Review*, **E-68**, pp. 016210-1 016210-6.
- Nakajima, H. (1997). "On analytical properties of delayed feedback control of chaos" *Phys. Lett. A* no. 232 pp. 207 210.
- Nakajima, H., Y. Ueda. (1998). "Limitation of generalized delayed feedback control" *Physica D* no. 111 pp. 143 150.
- Ogorzalek, M.J. (1993). "Taming Chaos: Part II: Control," *IEEE Trans. on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, **40**, no. 10, pp. 700 707.
- Ogorzalek, M.J. (1998). "Design considerations for electronics chaos controllers" *Chaos, Sol. and Fractals*, **9**, pp. 295 306.
- Ott, E., C. Grebogi and J. A. Yorke. (1990). "Controlling chaos", *Phys. Rev. Lett.*, **64**, no. 11, pp. 1196 1199.
- Piccardi, C. and S. Rinaldi. (2000). "Optimal control of chaotic systems via peak-to-peak maps" *Phys. D* 144 pp. 298 308.
- Piccardi, C. and S. Rinaldi. (2003). "The impact of noise and sampling frequency on the control of peak-to-peak dynamics" *I.J. of Bif. and Chaos*, **12**, no. 6 pp. 1579 1586.
- Prian, M., M.J. López and F.M. Verdulla. (2009). "Estabilización de órbitas periódicas inestables en sistemas caóticos mediante controlador híbrido". *Dpto. ISA, UCA*.
- Pyragas, K. (1992). "Continuous control of chaos by self-controlling feedback" *Physics Letters A* no. 170 pp. 421 428.
- Pyragas, K., V. Pyragas, Z. Kiss and J. L. H. Benner. (2004) "Adaptive control of unknown unstable steady states of dynamical systems," *Phys. Review E*, no. 70.
- Pyragas, V. and K. Pyragas. (2006). "Delayed feedback control of the Lorenz system: An analytical treatment at a subcritical Hopf bifurcation" *Physical Review E*, no. 73.
- Pyragiene, T. and K. Pyragas. (2005). "Delayed feedback control of forced self-sustained oscillations" *Phys. Rev. E*, no. 72.
- Ushio, T. (1996). "Limitation of delayed feedback control in nonlinear discrete-time systems," *IEEE Trans. Circ. Sys. I*, **43**, pp. 815 816.
- Verdulla, F.M., M.J. López and M. Prian. (2009). "A pulsed control method for chaotic systems" *IEEE Latin America Transactions*, **7**, no. 1, pp. 1 11.
- Yamamoto, S., T. Hino and T. Ushio. (2001). "Dynamic Delayed Feedback Controllers for Chaotic Discrete-Time Systems," *IEEE Trans. Circuits Sys. I*, **48**, no. 6, pp. 789 795.
- Yang, T. (1999). "Impulsive Control," *IEEE Transactions on Automatic Control*, **44**, n. 5 pp. 1081 1083.