

## Revisión de Esquemas de Control Visual y Propuesta de Mejora

Luis Gracia\* Carlos Pérez-Vidal\*\*

\* Instituto IDF, Universidad Politécnica de Valencia, Camino de Vera s/n,  
46022 Valencia, España, (e-mail: luigraca@isa.upv.es)

\*\* Departamento de Ingeniería de Sistemas Industriales, Universidad Miguel  
Hernández, Avda de la Universidad s/n, 03202, Elche, España,  
(e-mail: carlos.perez@umh.es)

**Resumen:** En este trabajo se realiza una revisión crítica de los esquemas de control visual desarrollados hasta la fecha y se propone uno nuevo que los mejora en varios aspectos. En primer lugar se introducen los esquemas básicos que permiten clasificar los tipos de control visual y se delimita la problemática a resolver: el control visual indirecto basado en posición. Posteriormente se abordan de forma crítica y unificada los distintos esquemas desarrollados previamente así como el propuesto en este trabajo. En particular, el esquema propuesto evita los inconvenientes de los anteriores y los mejora bajo distintos puntos de vista: funciones de transferencia bajo un marco ideal; condiciones para error en régimen permanente nulo; márgenes de estabilidad; etc. Todos los esquemas son analizados comparativamente en simulación para evidenciar la mejora obtenida con el planteamiento propuesto. Finalmente, se muestran resultados experimentales obtenidos para un robot cartesiano de tres ejes que permiten validar el esquema de control desarrollado. *Copyright © 2010 CEA.*

**Palabras Clave:** Control en lazo cerrado, robótica, control de robots, márgenes de estabilidad.

### 1. INTRODUCCIÓN

El *control visual* y *seguimiento visual* están convirtiéndose cada vez más populares hoy en día debido fundamentalmente al incremento en la potencia de los algoritmos y ordenadores. La filosofía del control visual consiste en utilizar un manipulador robótico con un lazo de realimentación basado en la información proporcionada por un sensor cámara (Hutchinson et al., 1996). El método permite tratar en tiempo real los cambios de la posición relativa respecto al robot y tiene la ventaja (Shirai and Inoue, 1973) de poseer una gran precisión y robustez, ya que es independiente del proceso de calibrado. El método es análogo al modo en que una persona observa y agarra un objeto por medio de realimentación visual. En (Corke, 1993) se describen un amplio rango de aplicaciones en las se puede utilizar el control visual. Los avances en el procesamiento han acelerado la implantación de sistemas de control visual al permitir analizar en tiempo real las escenas del sistema de visión cara a generar las acciones de control. Esto ha dado lugar recientemente a numerosas especiales sobre control visual en prestigiosas revistas (Special issue on visual servoing, 1996, 1998, 2003).

Un problema principal en control visual es el tratamiento del retardo introducido por la adquisición y el procesamiento de la imagen. Muchas de las publicaciones sobre control visual, ver por ejemplo (Espiau et al., 1992) (Hashimoto et al. 1996) (Malis et al., 1999) (Benhimane and Malis, 2003) (Garcia-Aracil et al., 2005) (Monroy et al., 2007), están centradas en otros aspectos y simplemente ignoran este retardo, lo que es la principal razón de las limitadas velocidades y aceleraciones en el movimiento. Un modo de evitar el retardo del sistema de visión (Chroust and Vincze, 2003) consiste en utilizar algoritmos predictivos (e.g. interpolación lineal, filtro de *Kalman*, filtro  $\alpha\beta\gamma$ , etc.), también útiles para reducir el típico ruido de señal.

El artículo está organizado como se indica a continuación. En la

sección 2 se clasifican los distintos tipos de control visual y se delimita la problemática a resolver: el control visual indirecto basado en posición. En la sección 3 se presentan de forma crítica y unificada los distintos esquemas, incluyendo el propuesto en este trabajo. Dichos esquemas son analizados comparativamente en la sección 4 bajo distintos puntos de vista: funciones de transferencia; condiciones para error en régimen permanente nulo; márgenes de estabilidad; simulaciones; etc. Posteriormente, en la sección 5 se muestran resultados experimentales obtenidos para un robot cartesiano de tres ejes que permiten validar el esquema propuesto. Finalmente, la sección 6 destaca las contribuciones más importantes de este trabajo y apunta trabajos futuros.

### 2. TIPOS DE CONTROL VISUAL Y PROBLEMÁTICA

Una primera clasificación de los tipos de control visual se basa en la señal de error utilizada (Hutchinson et al., 1996): por un lado se tiene el control *basado en imagen*, cuando dicha señal está referida directamente a la imagen (e.g. característica); y por otro el control *basado en posición*, cuando se utilizan técnicas de visión para reconstruir el espacio cartesiano 3D de trabajo.

Un segundo criterio para clasificar el control visual considera si se utiliza o no el control dinámico de bajo nivel del propio robot (Weiss et al., 1987): por un lado se tiene el control *indirecto*, en el que el control cinemático envía las referencias cartesianas de velocidad al controlador de articulación del propio robot; y por otro el control *directo*, en el que un controlador específicamente desarrollado para control visual actúa directamente sobre los motores que mueven el robot, enviando la señal de tensión o par  $T$ . La principal ventaja del control indirecto es que simplifica la obtención de la ley de control del lazo cinemático. Mientras que utilizando el control directo se puede conseguir una respuesta global más rápida aunque es más complejo obtener una ley de control que garantice la estabilidad del conjunto. En este último caso sólo se tiene un lazo de control, por lo que el sensor de

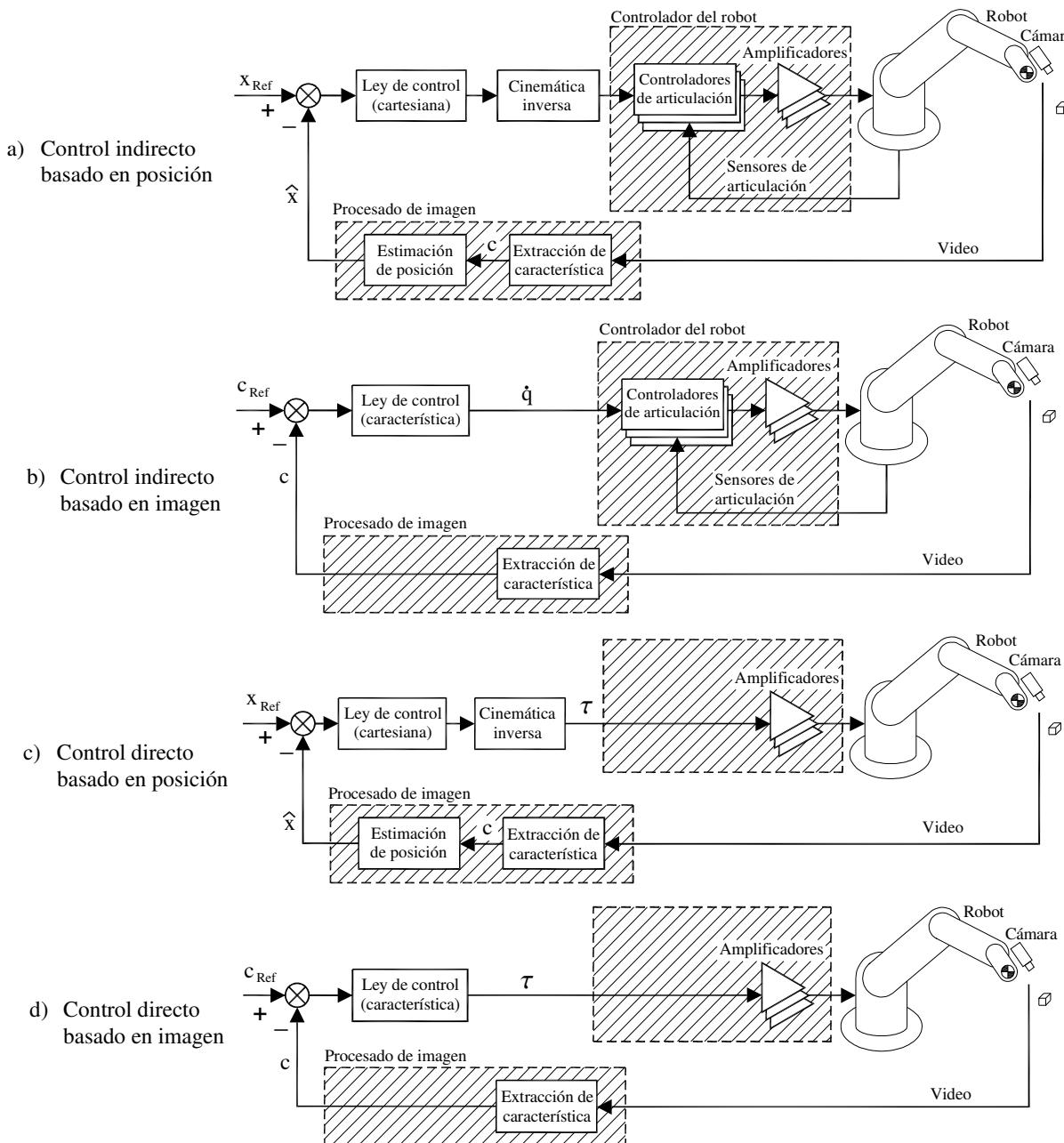


Figura 1. Tipos de control visual.

visión debe tener una adquisición suficientemente rápida para no ralentizar en exceso el periodo de ese único lazo de control discreto. Un ejemplo de control visual directo se puede encontrar en (Espiau et al., 1992), mientras que otro de control visual indirecto se presenta en (Hashimoto et al. 1996).

Combinando las dos clasificaciones anteriores se obtienen cuatro tipos de control visual: indirecto basado en posición (Figura 1a); indirecto basado en imagen (Figura 1b); directo basado en posición (Figura 1c); y directo basado en imagen (Figura 1d). Este trabajo se centra en los esquemas pertenecientes al tipo de *control visual indirecto basado en posición* (Figura 1a), que es uno de los más utilizados. En concreto se van a analizar los siguientes 5 esquemas: el de (Wilson et al., 1996), al que se hará referencia con la letra “w”; el de (Corke and Good, 1996), al que se hará referencia con la letra “c”; el de (Chroust and Vincze,

2003), al que se hará referencia con la letra “v”; el de (Angel et al., 2007), al que se hará referencia con la letra “a”; y el propuesto en este trabajo, al que se hará referencia con la letra “p”. Todos estos esquemas utilizan la estructura de control genérica indicada en la Figura 2 (el significado de las variables está en la Tabla 1), la cual está compuesta por cuatro elementos fundamentales: el modelo del robot; el sistema de visión; un estimador; y el control cinemático. Las señales de la Figura 2 son vectoriales (habría una componente por cada coordenada cartesiana) y las líneas discontinuas representan conexiones que sólo están presentes en alguno de los esquemas (indicados con letras). El modelo del robot  $R(z)$  y el sistema de visión  $V(z)$  son el mismo para todos los esquemas y lo que los diferencia son el estimador y/o control cinemático considerados. A continuación se describen los cuatro elementos fundamentales anteriores, cara a valorar la problemática de los esquemas de forma *unificada*.

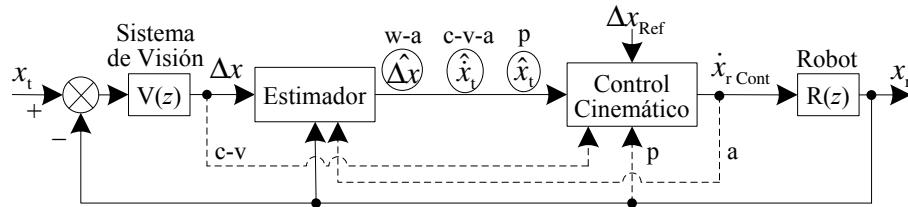


Figura 2. Bloques genéricos en los esquemas de control visual indirecto basado en posición.

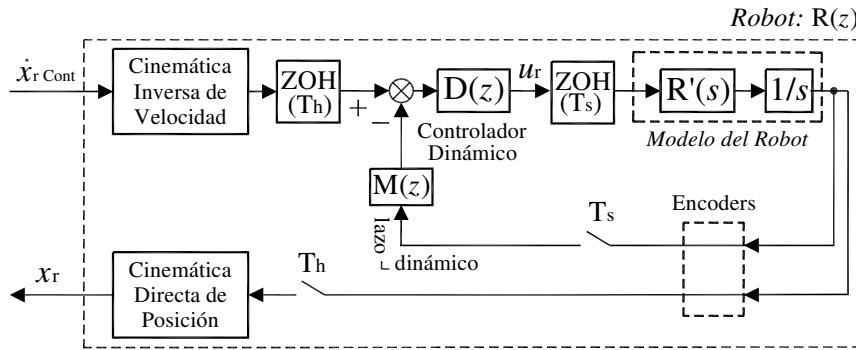
Figura 3. Esquema asociado al modelo del robot  $R(z)$ .

Tabla 1. Variables y notación.

Símbolo	Descripción
$k$	Variable temporal discreta
$m(k)$	Valor de la señal genérica $m$ en el instante discreto $k$
$\dot{m}$	Derivada de la señal genérica $m$
$\hat{m}$	Estimación de la señal genérica $m$
$d$	Número de muestras de retraso introducidas por el sistema de visión
$x_t$	Posición del objeto o blanco
$x_r$	Posición del robot
$\Delta x$	Salida del sistema de visión (igual a $x_t - x_r$ )
$\Delta x_{\text{Ref}}$	Referencia para el sistema de visión (diferencia deseada entre la posición del objeto y la del robot)
$\dot{x}_{\text{r Cont}}$	Referencia de velocidad para los controladores del robot
$x_{\text{r Ref}}$	Referencia de la posición del robot
$u_r$	Acción de control obtenida por el controlador dinámico
$z^{-d}$	Operador retardo discreto de $d$ muestras
$V(z)$	Sistema de visión
$E(z)$	Filtro de predicción
$C(z)$	Controlador cinemático que corrige el error de la posición
$R(z)$	Comportamiento global del robot
$R'(s)/s$	Modelo continuo de bajo nivel del robot
$D(z)$	Controlador dinámico que corrige el error de la velocidad. Incluye el efecto integral para que el error en régimen permanente sea nulo
$M(z)$	Estimador de velocidad de bajo nivel basado en la información de los encoders
$\text{Der}(z)$	Función de transferencia del derivador discreto, i.e. $(z-1)/(T \cdot z)$
$\text{ZOH}$	Retenedor de orden cero ( <i>zero-order hold</i> )
$T_h$	Período de muestreo del lazo de control cinemático
$T_s$	Período de muestreo pequeño/rápido para el lazo de control dinámico o de articulaciones

El *modelo del robot*  $R(z)$  tiene como entrada, a modo de referencia, la velocidad deseada para el robot en el espacio cartesiano, la cual es suministrada por el control cinemático como  $\dot{x}_{\text{r Cont}}(k)$ . Mientras que su salida es la posición del robot  $x_r$  en el espacio cartesiano. El modelo del robot, para el caso analizado de control indirecto basado en posición, incluye: la transformación entre coordenadas (de cartesianas a articulares y viceversa); los controladores de articulación; los actuadores (e.g. motores); los sensores de posición (e.g. encoders); etc. En particular, en la Figura 3 se ha detallado el modelo del robot  $R(z)$  con las variables y notación indicadas en la Tabla 1. Por un lado, la transformación de coordenadas se realiza con los bloques “cinemática inversa de velocidad” o Jacobiano y “cinemática directa de posición”. Por otro lado se tiene el controlador dinámico de bajo nivel  $D(z)$ , habitualmente discreto, y que corrige con  $u_r$  el error de la velocidad del robot. El modelo del robot continuo de bajo nivel es  $R'(s)/s$  y esta compuesto por su inercia (se ha explicitado el integrador intrínseco) y la dinámica de los actuadores. El bloque  $M(z)$  estima la velocidad de las articulaciones a partir de la señal discreta de los encoders del robot, la cual es utilizada para cerrar el lazo de control dinámico de bajo nivel. En el diagrama se han considerado dos períodos de muestreo: uno pequeño o rápido  $T_s$ , para el bucle interno de articulación (normalmente entorno a 1 milisegundo); y otro grande o lento  $T_h$ , que viene marcado por el período del control cinemático de nivel superior y que habitualmente está entorno a 40 ms en aplicaciones de control visual para los estándares PAL y RS170. Para cambiar entre ambos períodos de muestreo y con la parte continua del modelo se han incluido dos retenedores (ZOH) y dos muestreadores. Normalmente está también el *lazo de corriente* (más interno que el dinámico) que corrige el error de la aceleración y que no se ha representado en la Figura 3 porque suele estar integrado en el propio actuador y su dinámica es muy rápida.

El *sistema de visión*  $V(z)$  realiza la adquisición de la imagen a través de algún sensor óptico (e.g. cámara CCD) y el

procesamiento de la misma asociado a la obtención de  $\Delta x$ : diferencia entre la posición del objeto  $x_t$  y la del robot  $x_r$ . Habitualmente este elemento se modela (Vincze and Hager, 2000) como un retardo puro  $V(z)=k_v z^d$ , donde “d” suele ser 2, aunque en ocasiones puede valer 1 (Vincze and Hager, 2000).

El *estimador* tiene como entrada la información de los sensores: la salida del sistema de visión  $\Delta x$  y la posición del robot  $x_r$ , obtenida a partir de los encoders y la cinemática directa de posición. Además, en el caso del esquema de (Angel et al., 2007) también es entrada al estimador la referencia de velocidad  $\dot{x}_r$  Cont. Mientras que la salida del estimador es  $\{\hat{\Delta}x, \hat{x}_t, \dot{\hat{x}}_t\}$  para los esquemas {w-a, c-v-a, p}, ver la Figura 2. En caso de que el instante temporal discreto al que pertenecen las señales de salida de este elemento sea posterior al de sus señales de entrada, entonces el estimador estaría funcionando como *predictor*. Cabe indicar que, el uso de predictores debe considerarse con cautela, porque descansan en modelos, imperfectos por naturaleza. De modo que, estudiar y garantizar la robustez del sistema global puede ser un tema importante en algunas aplicaciones.

El *control cinemático* tiene como objetivo corregir el error de la posición del robot en el espacio cartesiano, i.e. minimizar la diferencia entre la salida del sistema de visión  $\Delta x$  y la referencia de visión  $\Delta x_{ref}$ . La salida que genera es la referencia de velocidad  $\dot{x}_r$  Cont para el robot. Por otra parte, tiene tres entradas (ver la Figura 2): la referencia de visión  $\Delta x_{ref}$ ; una entrada controlable,  $\{\Delta x, \hat{\Delta}x, x_r\}$  para los esquemas {c-v, w-a, p}; y otra entrada no controlable o perturbación,  $\{\hat{x}_t, \dot{\hat{x}}_t\}$  para los esquemas {c-v-a, p}.

Notar que en el esquema genérico de la Figura 2 se cierran cuatro lazos de control: el de corriente y el dinámico (incluidos en el modelo del robot), que corrigen el error de aceleración y velocidad del robot respectivamente; el cinemático, que corrige el error de posición del robot; y el de planificación (el más externo), que se cierra a través del sistema de visión y que establece la referencia de posición a seguir por el robot.

### 3. ESQUEMAS PARA CONTROL VISUAL INDIRECTO BASADO EN POSICIÓN

De la Figura 4 a la Figura 8 se detallan los 5 esquemas de control a comparar. Para todos ellos se ha utilizado la misma notación, indicada en la Tabla 1, y una organización de bloques que permite compararlos fácilmente de forma unificada. En cualquier caso se ha respetado la funcionalidad de los mismos respecto a las figuras originales de los distintos trabajos.

En la Figura 4 se muestra el esquema de (Wilson et al., 1996) donde: el estimador se implementa con un filtro de *Kalman*, que funciona como predictor; y el control cinemático consiste en una corrección del error de la posición con el controlador  $C(z)$ . Este esquema presenta como mayor inconveniente que:

W1) El control cinemático es una *persecución pura* del objeto, i.e. para mover el robot hace falta tener error.

En la Figura 5 se muestra el esquema de (Corke and Good, 1996), donde el control cinemático se compone de una corrección del error de la posición más una prealimentación derivativa de la posición estimada del objeto. Lo anterior se corresponde con el clásico *control de trayectoria*. El bloque de

retardo  $z^{-d}$  del estimador adecua el instante temporal de la posición del robot con la de la salida del sistema de visión. El esquema presenta dos inconvenientes:

- C1) En el trabajo original de (Corke and Good, 1996), la prealimentación derivativa se implementa con un filtro de posición en serie con otro de velocidad *sin ningún tipo de predicción*. Por tanto, dicha prealimentación no corresponde al instante actual, i.e. está retrasada.
- C2) El controlador  $C(z)$  utiliza la señal que viene directamente del sistema de visión y que por tanto esta *retrasada*.

El esquema de (Corke and Good, 1996) es el más extendido entre la comunidad científica internacional, y un ejemplo es que en (Chroust and Vincze, 2003) se presenta ese esquema con una reorganización de bloques y un par de modificaciones, ver la Figura 6. La primera modificación es que los filtros de posición y velocidad se aglutanen en uno único bloque estimador particularizado como filtro de *Kalman* (*KF*). Dicho estimador en este caso sí que funciona como predictor y por tanto no se tiene el inconveniente C1). Sin embargo, el inconveniente C2) sigue presente, además de uno nuevo adicional:

- V1) La referencia de visión  $\Delta x_{ref}$  no está en el esquema, por lo que implícitamente se está asumiendo que es constante y por tanto se pierde generalidad.

En la tesis de (Angel, 2005) se desarrollan varios esquemas para control visual cuya versión más evolucionada es la de la que también aparece en (Angel et al., 2007) y que se muestra en la Figura 7. En la misma se han explicitado los instantes temporales de algunas señales para facilitar la interpretación del estimador implementado. Como se puede apreciar, este esquema vuelve a considerar el clásico control de trayectoria (corrección del error más prealimentación derivativa), aunque tiene una complejidad de bloques considerable y los siguientes inconvenientes:

- A1) La prealimentación derivativa del control cinemático no pertenece al instante actual, i.e. está retrasada d instantes.
- A2) El estimador utiliza la referencia de velocidad del robot  $\dot{x}_r$  Cont para predecir el incremento de la salida del sistema de visión  $\Delta x$  del instante  $k-r$  al  $k$ . Sin embargo se trata de una velocidad *deseada* y no real, por lo que su utilización es poco adecuada, ya que ambas pueden diferir mucho en los transitorios del control dinámico de bajo nivel.
- A3) El estimador empleado para predecir el incremento de la salida del sistema de visión  $\Delta x$  del instante  $k-r$  al  $k$  asume implícitamente que las señales  $\dot{x}_r$  Cont y  $\hat{x}_t$  son constantes en ese intervalo (o desprecia su variación), ya que se multiplican directamente por  $d \cdot T_h$ .
- A4) En la prealimentación derivativa del control cinemático no interviene la referencia de visión  $\Delta x_{ref}$ , lo que implicará error permanente no nulo para referencias no constantes.

En la Figura 8 se muestra el esquema propuesto en este trabajo, donde se han explicitado los instantes temporales de todas las señales. El bloque  $E(z)$  es un estimador ó filtro predictor (e.g. interpolación lineal, filtro de *Kalman*, etc.) que predice la posición del objeto  $x_t$  para el instante actual  $k$ . El control cinemático vuelve a hacer uso del clásico control de trayectoria,

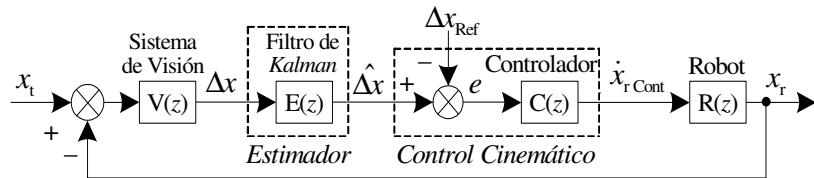


Figura 4. Esquema de control visual propuesto en (Wilson et al., 1996), letra "w".

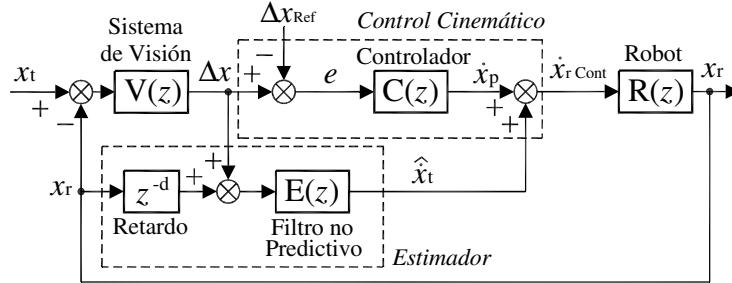


Figura 5. Esquema de control visual propuesto en (Corke and Good, 1996), letra "c".

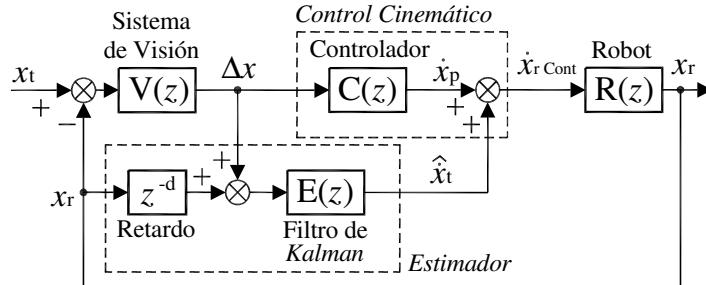


Figura 6. Esquema de control propuesto en (Chroust and Vincze, 2003), letra "v".

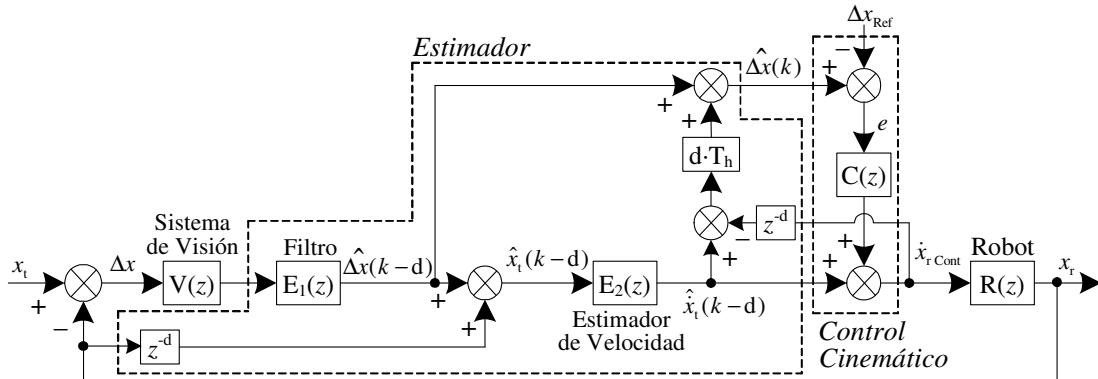


Figura 7. Esquema de control propuesto en (Angel et al., 2007), letra "a".

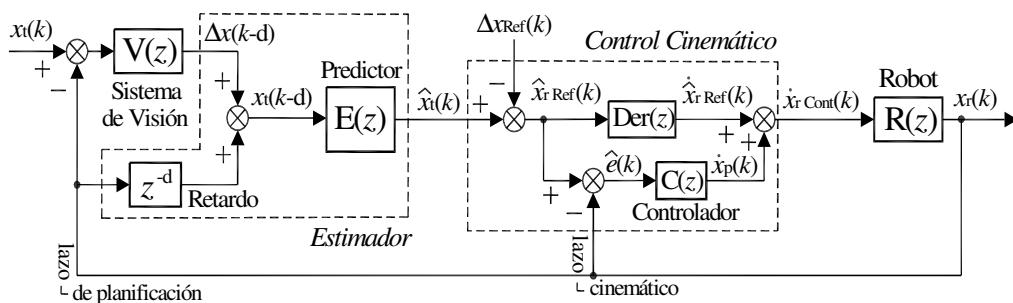


Figura 8. Esquema de control propuesto en este trabajo, letra "p".

empleando el derivador discreto  $\text{Der}(z)$  para generar la prealimentación derivativa de la referencia del robot  $x_r^{\text{Ref}}$ . Alternativamente, se podría eliminar este derivador si el estimador predice también la velocidad actual del objeto  $\dot{x}_t$  además de su posición. Los aspectos más destacados de este esquema, comparándolo con los anteriores, son:

- P1) Se considera el caso general de que la referencia del sistema de visión  $\Delta x_{\text{Ref}}$  no sea constante, incluyéndola en la prealimentación derivativa.
- P2) La prealimentación derivativa de la referencia del robot se calcula para el instante actual, dado que el estimador  $E(z)$  predice “d” muestras hacia el futuro.
- P3) El error de la posición, se obtiene para el instante actual con el predictor. Evidentemente, esta señal será más precisa que la que se hubiera calculado directamente con la salida retrasada (d muestras) del sistema de visión. En el peor caso será igual si la incertidumbre del modelo del proceso utilizado en el predictor es muy grande.

#### 4. ANÁLISIS DE LOS ESQUEMAS DE CONTROL

##### 4.1 Definiciones

*Marco cinemático discreto:* Cuando el control dinámico de bajo nivel se considera instantáneo y el control cinemático es discreto, i.e.  $R(z)$  equivale al integrador discreto  $\text{Int}(z)=T_h/(z-1)$ .

*Marco cinemático continuo:* Cuando el control dinámico de bajo nivel se considera instantáneo y el control cinemático es continuo, i.e.  $T_h=0$  y  $R(z)$  equivale a un integrador continuo  $1/s$ .

*Marco dinámico:* Cuando el control dinámico de bajo nivel no se considera instantáneo.

*Estimador perfecto:* Es aquel que estima sin error, e.g.  $\hat{\Delta x}(k) = \Delta x(k)$ ,  $\hat{x}_t(k) = \dot{x}_t(k)$ ,  $\hat{x}_t(k) = x_t(k)$ ,  $E(z)=1$ , etc.

En algunos apartados de esta sección se considerará estimador perfecto y/o el marco cinemático para centrar la comparativa entre los distintos esquemas en las cosas que los diferencia: la estructura del control cinemático y la del estimador, ver la Figura 2. Se podrían analizar dichos aspectos también para estimadores no perfectos y/o un marco dinámico, obteniéndose conclusiones similares a las presentadas. En cualquier caso, esto queda fuera del objetivo de este trabajo.

##### 4.2 Funciones de Transferencia

En la Figura 2 genérica se pueden apreciar dos entradas: la referencia del sistema de visión  $\Delta x_{\text{Ref}}$  (señal arbitraria modificable ó *referencia*) y la posición del objeto  $x_t$  (entrada no controlable ó *perturbación*). Por otro lado, se tomará como *salida* la señal del sistema de visión  $\Delta x$ , obteniéndose las funciones de transferencia escalares genéricas  $F_1(z)$  y  $F_2(z)$

$$\Delta x(z) = F_1(z)\Delta x_{\text{Ref}}(z) + F_2(z)x_t(z). \quad (1)$$

Simplificando los diagramas de bloques de la Figura 4 a la Figura 8 se obtienen las siguientes funciones de transferencia para cada uno de los 5 esquemas de control considerados

$$F_{1w}(z) = \frac{R(z)C(z)}{1+R(z)C(z)E(z)} \quad F_{2w}(z) = \frac{1}{1+R(z)C(z)E(z)}, \quad (2)$$

$$F_{1c}(z) = \frac{R(z)C(z)}{1+z^{-d}R(z)C(z)} \quad F_{2c}(z) = \frac{1-z^{-d}R(z)E(z)\text{Der}(z)}{1+z^{-d}R(z)C(z)}, \quad (3)$$

$$F_{1v}(z) = 0 \quad F_{2v}(z) = \frac{1-R(z)E(z)\text{Der}(z)}{1+z^{-d}R(z)C(z)}, \quad (4)$$

$$F_{1a}(z) = \frac{R(z)C(z)}{H(z)} \quad F_{2a}(z) = \frac{1+z^{-d}\left(C(z)\cdot d\cdot T_h - R(z)\text{Der}(z)\cdot\right)}{H(z)}, \quad (5)$$

con  $H(z) = 1+z^{-d}(C(z)\cdot d\cdot T_h + R(z)(C(z)E(z) + \text{Der}(z)E_2(z)(C(z)\cdot d\cdot T_h + 1)(E_1(z)-1)))$ ,

$$F_{1p}(z) = \frac{R(z)(C(z) + \text{Der}(z))}{1+R(z)C(z)} \quad F_{2p}(z) = \frac{1+R(z)\left(\begin{array}{l} C(z)(1-E(z)) \\ -\text{Der}(z)E(z) \end{array}\right)}{1+R(z)C(z)}. \quad (6)$$

En las expresiones anteriores se ha tenido en cuenta si los estimadores son predictores y/o si estiman velocidad. Por ejemplo, el bloque original  $E(z)$  de un estimador que prediga la velocidad “d” muestras hacia el futuro se ha sustituido por  $z^{+d}\cdot\text{Der}(z)\cdot E(z)$ . Las funciones de transferencia anteriores bajo el marco cinemático discreto con estimador perfecto resultan

$$F_{1w\text{ ideal}}(z) = \frac{C(z)}{\text{Der}(z)+C(z)} \quad F_{2w\text{ ideal}}(z) = \frac{\text{Der}(z)}{\text{Der}(z)+C(z)}, \quad (7)$$

$$F_{1c\text{ ideal}}(z) = \frac{C(z)}{\text{Der}(z)+z^{-d}C(z)} \quad F_{2c\text{ ideal}}(z) = \frac{\text{Der}(z)(1-z^{-d})}{\text{Der}(z)+z^{-d}C(z)}, \quad (8)$$

$$F_{1v\text{ ideal}}(z) = 0 \quad F_{2v\text{ ideal}}(z) = 0, \quad (9)$$

$$F_{1a\text{ ideal}}(z) = \frac{C(z)}{\tilde{H}(z)} \quad F_{2a\text{ ideal}}(z) = \frac{\text{Der}(z)(1-z^{-d})}{\tilde{H}(z)}, \quad (10)$$

$$\text{con } \tilde{H}(z) = \text{Der}(z)(1+z^{-d}C(z)\cdot d\cdot T_h) + z^{-d}C(z)$$

$$F_{1p\text{ ideal}}(z) = 1 \quad F_{2p\text{ ideal}}(z) = 0. \quad (11)$$

Por tanto, únicamente el esquema propuesto tiene *salida perfecta* (referida a la *respuesta forzada*, ya que la técnica de diagrama de bloques y función de transferencia asume condiciones iniciales nulas) y rechazo de perturbación completa ( $F_{2p\text{ ideal}}=0$ ). Mientras que para el resto de esquemas esto no sucede a pesar de considerarse condiciones ideales. La función de transferencia  $R(z)$  del robot, para el caso de que el control dinámico de bajo nivel tenga efecto integral (para que el error de posición de la velocidad del robot sea nulo), viene dada por el integrador intrínseco del robot multiplicado por una función de transferencia con ganancia estática unitaria, es decir

$$R(z) = \frac{N(z)/\text{Der}(z)}{\text{Der}(z)+N(z)} = \frac{N(z)}{\text{Der}^2(z)+\text{Der}(z)N(z)}, \quad (12)$$

donde  $N(z)$  es una función de transferencia genérica con ganancia estática no nula.

##### 4.3 Dinámica y Errores en Régimen Permanente

*Proposición 1:* Para el esquema de control propuesto (Figura 8) y bajo el marco cinemático continuo con estimador perfecto, el error converge exponencialmente a cero para un controlador cinemático proporcional, i.e.  $C(z)=K$  con  $K>0$ , si la trayectoria de referencia del robot  $x_r^{\text{Ref}}(t)$ , i.e.  $x_t(t)-\Delta x_{\text{Ref}}(t)$ , es *continua*.

*Demostración:* Bajo el marco cinemático continuo se tiene

$$\dot{x}_r^{\text{Cont}} = \dot{x}_r. \quad (13)$$

El control cinemático para estimador perfecto viene dado por

$$e = x_r^{\text{Ref}} - x_r, \quad (14)$$

$$\dot{x}_r \text{ Cont} = \dot{x}_r \text{ Ref} + K e. \quad (15)$$

Sustituyendo (15) en (13), y utilizando la derivada de (14)

$$\dot{x}_r = \dot{x}_r \text{ Ref} + K e, \quad (16)$$

$$\dot{e} + K e = 0, \quad (17)$$

$$e(t) = e(0) e^{-K t}. \quad (18)$$

Notar que, la trayectoria de referencia  $x_r \text{ Ref}(t)$  debe ser continua para evitar acciones de control imposibles (infinitas) en (15). Utilizando un procedimiento similar al de la Proposición 1, la condición para convergencia exponencial del error en el esquema de (Corke and Good, 1996) (el más extendido en la comunidad científica internacional), ver Figura 5, es que la trayectoria de referencia  $x_r \text{ Ref}(t)$  sea continua y que la trayectoria de referencia del sistema de visión  $\Delta x_{\text{Ref}}(t)$  sea constante, lo que es más restrictivo que la condición obtenida en la Proposición 1.

El error de la salida del sistema de visión viene dado por

$$\Delta x_{\text{error}} = \Delta x_{\text{ref}} - \Delta x. \quad (19)$$

Sustituyendo en la expresión anterior (1) y (6) (esquema propuesto), se obtiene la función de transferencia del error

$$\begin{aligned} \Delta x_{\text{error p}}(z) &= \frac{1-R(z)\text{Der}(z)}{1+R(z)C(z)} \Delta x_{\text{Ref}}(z) \\ &+ \frac{-1+R(z)(C(z)(E(z)-1)+\text{Der}(z)E(z))}{1+R(z)C(z)} x_t(z). \end{aligned} \quad (20)$$

Considerando estimador perfecto, la expresión anterior resulta

$$\Delta x_{\text{error p}}(z) = \frac{R(z)\text{Der}(z)-1}{1+R(z)C(z)} (x_t(z) - \Delta x_{\text{Ref}}(z)). \quad (21)$$

Sustituyendo (12) en (21) se obtiene

$$\Delta x_{\text{error p}}(z) = \frac{-\text{Der}^2(z)(x_t(z) - \Delta x_{\text{Ref}}(z))}{\text{Der}^2(z)+\text{Der}(z)N(z)+N(z)C(z)}, \quad (22)$$

$$\Delta x_{\text{error p}}(z) = \frac{-(\ddot{x}_t(z) - \Delta \ddot{x}_{\text{Ref}}(z))}{\text{Der}^2(z)+\text{Der}(z)N(z)+N(z)C(z)}. \quad (23)$$

Por tanto, asumiendo que el sistema global es estable, el esquema de control propuesto (Figura 8) tiene error en régimen permanente nulo si el valor en el permanente de la segunda derivada de la referencia del robot  $x_r \text{ Ref}$  (i.e.  $\ddot{x}_t - \Delta \ddot{x}_{\text{Ref}}$ ) es nula

$$\Delta x_{\text{error p}}(\infty) = 0 \quad \text{si} \quad \ddot{x}_r \text{ Ref}(\infty) = \ddot{x}_t(\infty) - \Delta \ddot{x}_{\text{Ref}}(\infty) = 0. \quad (24)$$

Con el mismo procedimiento anterior, las condiciones para error en régimen permanente nulo en el resto de esquemas resultan

$$\Delta x_{\text{error w}}(\infty) = 0 \quad \text{si} \quad \dot{x}_r \text{ Ref}(\infty) = \dot{x}_t(\infty) - \Delta \dot{x}_{\text{Ref}}(\infty) = 0, \quad (25)$$

$$\Delta x_{\text{error c-v-a}}(\infty) = 0 \quad \text{si} \quad \ddot{x}_t(\infty) = 0 \quad \text{y} \quad \Delta \dot{x}_{\text{Ref}}(\infty) = 0, \quad (26)$$

donde (25) es un orden más restrictiva que (24) y (26) añade una restricción adicional a la de (24).

#### 4.4 Márgenes de Estabilidad

La dinámica de un sistema (e.g. función de transferencia) depende de sus polos y ceros, pero la estabilidad depende sólo de sus polos. En este sentido, la estabilidad relativa cuantifica la

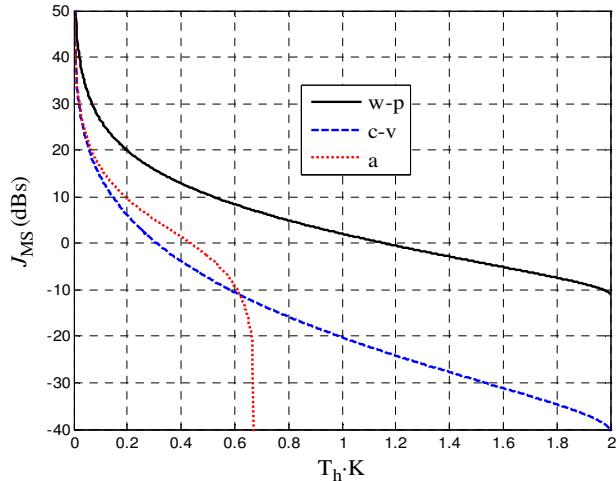


Figura 9. Comparación de la estabilidad relativa (márgenes de estabilidad) para  $\{\text{MG}_{\text{des}}=6\text{dBs}, \text{MF}_{\text{des}}=45^\circ, k_{\text{MS}}=2\}$ .

proximidad de los polos del sistema a la inestabilidad. En este apartado se utiliza la herramienta clásica de *márgenes de estabilidad* (Ogata, 2001) para analizar la *estabilidad relativa* de los distintos esquemas. Los márgenes de estabilidad son: el margen de ganancia MG y el margen de fase MF, en forma exponencial  $\text{MS}=\text{MG} \cdot e^{i\text{MF}}$ , donde  $i$  es el número imaginario. Estos márgenes se obtienen a partir del diagrama de Nyquist (diagrama polar de la respuesta en frecuencia) de  $G(z)$ , es decir, del denominador de la función de transferencia global menos 1

$$\frac{y(z)}{u(z)} = \frac{\text{Num}(z)}{1+G(z)}. \quad (27)$$

En el caso de sistema estable en lazo abierto (i.e. polos de  $G(z)$  estables), el sistema controlado en lazo cerrado será estable si  $\text{MG}_{\text{dBs}}$  y  $\text{MF}^\circ$  son positivos e inestable en caso contrario. Además, será “más” estable (estabilidad relativa) cuanto más positivos sean. Ambos márgenes deben considerarse conjuntamente para obtener una medida fiable de la estabilidad relativa, por lo que se propone el *índice de rendimiento*

$$J_{\text{MS}} = \left( \frac{\text{MG}}{\text{MG}_{\text{des}}} \right)_{\text{dBs}} + k_{\text{MS}} \left( \frac{180 - \text{MF}_{\text{des}}}{180 - \text{MF}^\circ} \right)_{\text{dBs}}, \quad (28)$$

donde  $(\cdot)_{\text{dBs}} \equiv 20 \log_{10}(\cdot)$ ,  $k_{\text{MS}}$  es el factor de peso relativo, y ambos márgenes se han normalizado: el margen de ganancia MG no aporta al índice cuando vale  $\text{MG}_{\text{des}}$ ; y el margen de fase MF no aporta al índice cuando vale  $\text{MF}_{\text{des}}$  grados (para  $+180^\circ$  tiene influencia máxima). De hecho, estos son los nuevos valores deseables, i.e.  $J_{\text{MS des}} \geq 0\text{dBs}$ , que típicamente están entorno a  $6\text{dBs}$  y  $45^\circ$  y al menos deben ser  $0\text{dBs}$  y  $0^\circ$ .

Teniendo en cuenta las funciones de transferencia (2)–(6) del apartado anterior, la expresión de  $G(z)$  para cada esquema es

$$G_w(z) = R(z)C(z)E(z), \quad (29)$$

$$G_c(z) = z^{-d}R(z)C(z), \quad (30)$$

$$G_v(z) = z^{-d}R(z)C(z), \quad (31)$$

$$G_a(z) = z^{-d}(C(z) \cdot d \cdot T_h + R(z)(C(z)E_1(z) + \text{Der}(z)E_2(z)(C(z) \cdot d \cdot T_h + 1)(E_1(z) - 1))), \quad (32)$$

$$G_p(z) = R(z)C(z). \quad (33)$$

Bajo el supuesto de estimador perfecto, (29)–(33) resultan

$$G_{w \cdot ep}(z) = G_{p \cdot ep}(z) = G_{w-p \cdot ep}(z) = R(z)C(z), \quad (34)$$

$$G_{c \cdot ep}(z) = G_{v \cdot ep}(z) = G_{c-v \cdot ep}(z) = z^{-d}G_{w-p \cdot ep}(z), \quad (35)$$

$$G_{a \cdot ep}(z) = (d \cdot T_h / R(z) + 1)G_{c-v \cdot ep}(z). \quad (36)$$

Para comparar los márgenes de estabilidad, se considerará el marco cinemático discreto y el controlador cinemático proporcional  $C(z)=K$ , por lo que (34)–(36) se particularizan en

$$G_{w-p \cdot ideal}(z) = (T_h K) / (z - 1), \quad (37)$$

$$G_{c-v \cdot ideal}(z) = z^{-d}G_{w-p \cdot ideal}(z), \quad (38)$$

$$G_{a \cdot ideal}(z) = (d(z - 1) + 1)G_{c-v \cdot ideal}(z). \quad (39)$$

Notar que, según (37) la máxima ganancia que mantiene el sistema estable para el esquema propuesto ( $K_{p \cdot ideal \max}$ ) es  $2/T_h$ . Notar también que en (37) hay dos parámetros,  $T_h$  y  $K$ , pero sólo un grado de libertad:  $T_h \cdot K$ . La Figura 9 muestra comparativamente el índice de rendimiento  $J_{MS}$  (28) de todos los esquemas respecto a  $T_h \cdot K$  para  $d=2$  (retardo típico del sistema de visión en control visual). Se puede apreciar que los valores del índice obtenidos para el esquema propuesto y el de (Wilson et al., 1996) son los mejores. Alternativamente, se podría representar el índice de los esquemas para un marco dinámico, i.e. sustituyendo una función  $R(z)$  específica (incluyendo el integrador) en (34)–(36), y las conclusiones serían similares.

#### 4.5 Simulación

Para las simulaciones se considerará: estimador perfecto; el retardo típico del sistema de visión  $d=2$ ; el periodo del control cinemático  $T_h=0.04$  s (tiempo de adquisición de una cámara PAL trabajando a 25 imágenes o fotogramas por segundo); controlador cinemático proporcional con ganancia  $K_{p \cdot ideal \max}/5$ ; la relación de periodos  $T_h=10 \cdot T_s$ ; y el modelo del robot  $R(z)$  igual al integrador intrínseco multiplicado por un sistema de segundo orden con ganancia estática unitaria, sobreoscilación del 20% y tiempo de establecimiento (99%) de 20 periodos  $T_s$ , es decir

$$R_{T_s}(z) = \frac{T_s}{z-1} \cdot \frac{0.125z+0.1057}{z^2-1.3758z+0.6065}, \quad (40)$$

donde el subíndice indica el periodo asociado a la función de transferencia discreta (con el comando *d2d* de Matlab se puede pasar la función del periodo  $T_s$  al  $T_h$ ). De la Figura 10 a la Figura 16 se muestra el resultado de la simulación de cada esquema para 7 trayectorias distintas del objeto  $x_t$  y de la referencia del sistema de visión  $\Delta x_{ref}$ . Cada figura muestra la evolución temporal del error de la salida del sistema de visión ( $\Delta x_{error}$ ) y del error normalizado (de 100 a -100) respecto al error del esquema propuesto, obtenido con la expresión

$$\Delta x_{error_i}(k) = 100 \cdot \frac{|\Delta x_{error_i}(k)| - |\Delta x_{error_p}(k)|}{|\Delta x_{error_i}(k)| + |\Delta x_{error_p}(k)|}, \quad (41)$$

donde el subíndice  $i$  indica el esquema considerado {w, c, v, a, p}. La Tabla 2 muestra el valor medio del error normalizado ( $\bar{\Delta x}_{error_i}$ ) de cada esquema durante el *primer segundo* de simulación para las 7 trayectorias consideradas. De las simulaciones anteriores se pueden sacar las siguientes conclusiones. La condición para error nulo en régimen permanente en cada esquema, dada por (24)–(26), es acorde con los resultados obtenidos: el esquema de (Wilson et al., 1996)

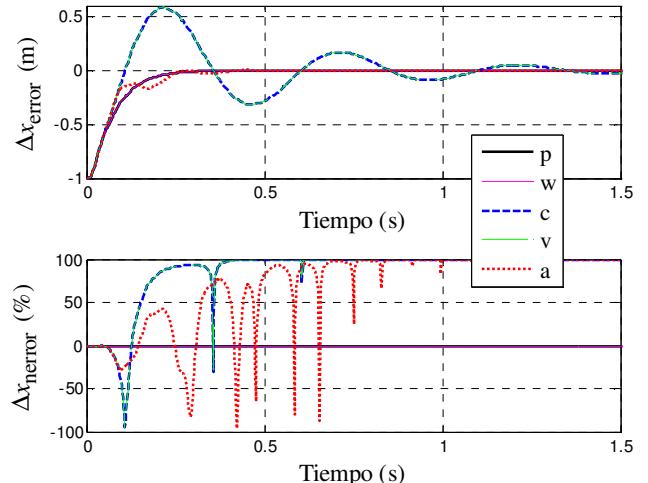


Figura 10. Simulación para  $\{x_t=1, \Delta x_{ref}=0\}$  m

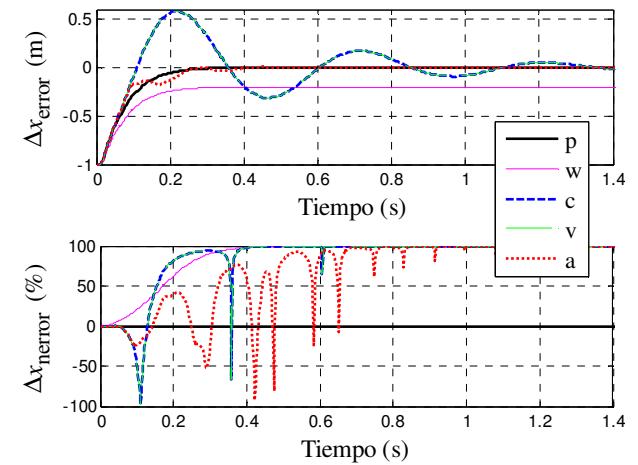


Figura 11. Simulación para  $\{x_t=2t+1, \Delta x_{ref}=0\}$  m

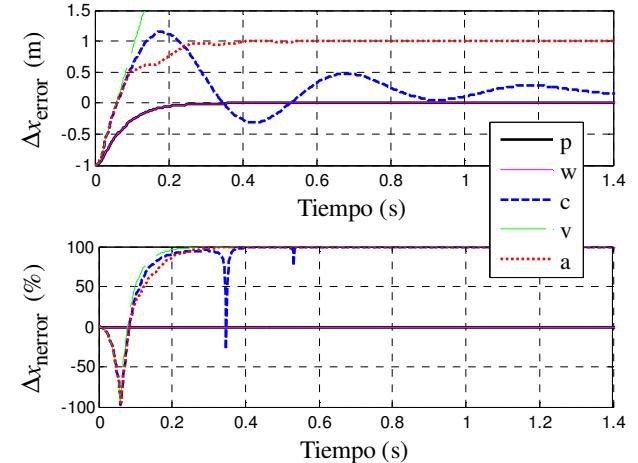
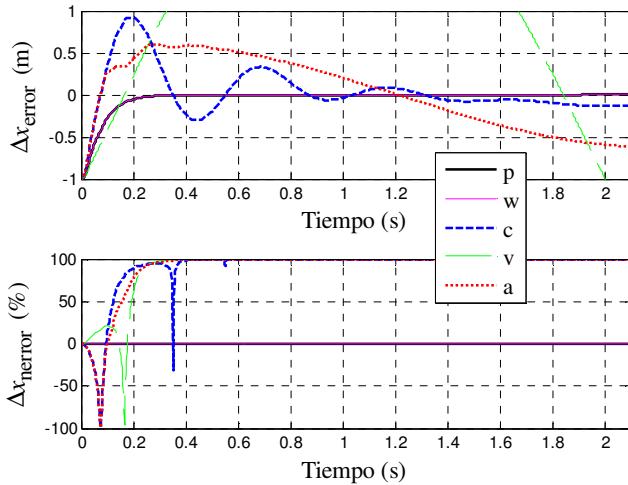
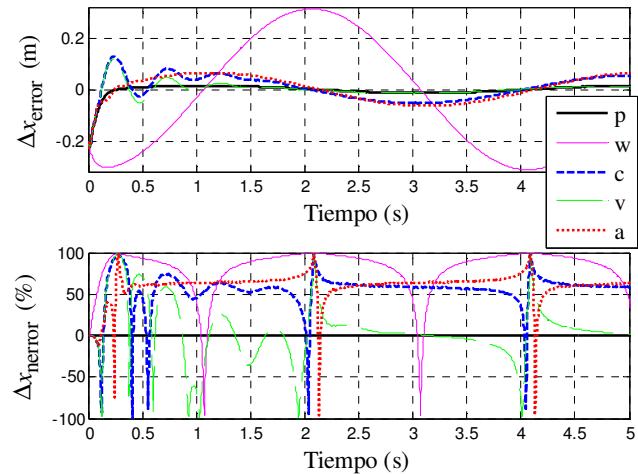
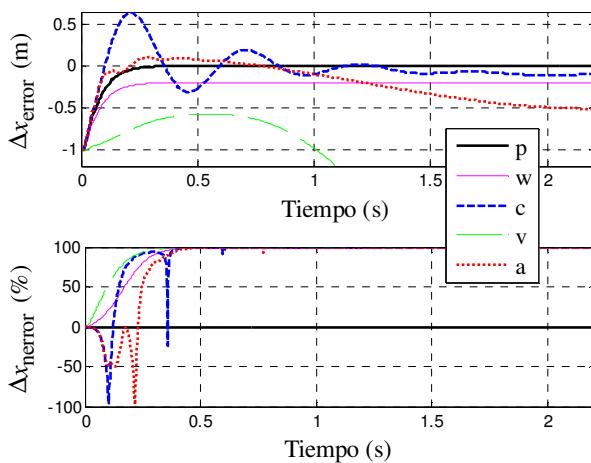
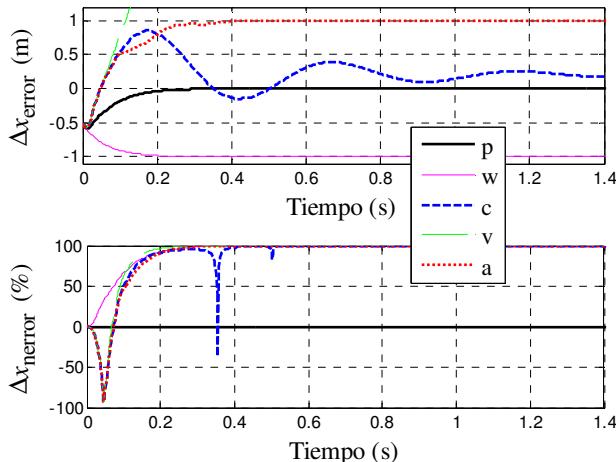


Figura 12. Simulación para  $\{x_t=10t+1, \Delta x_{ref}=10t\}$  m

tiene error nulo en el permanente en las Figuras 10, 12 y 13; los esquemas de (Corke and Good, 1996), (Chroust and Vincze, 2003) y (Angel et al., 2007) tienen error nulo en el permanente en las Figuras 10 y 11; el esquema propuesto en este trabajo tiene error nulo en el permanente para las Figuras 10, 11, 12, 13, 14 y 15. Lo anterior ilustra que la condición para el esquema propuesto (24) es menos restrictiva que las otras (25)–(26).

Figura 13. Simulación para  $\{x_t = 4\sin(\pi t/2) + 1, \Delta x_{ref} = 4\sin(\pi t/2)\}$  mFigura 16. Simulación para  $\{x_t = 2\sin(\pi t/2) + 0.2, \Delta x_{ref} = 0\}$  mFigura 14. Simulación para  $\{x_t = 2\sin(\pi t/2) + 1, \Delta x_{ref} = x_t - 1 - 2t\}$  m

Por otra parte, tanto la evolución en todas las gráficas del error normalizado  $\Delta x_{error}$  como el error medio de la Tabla 2, evidencia que el esquema propuesto es el que mejor respuesta tiene: menos duración del transitorio; menos oscilaciones en el transitorio; etc. Además, se puede ver que el esquema propuesto y el de (Wilson et al., 1996) resultan prácticamente equivalentes cuando se cumple (25), ver Figuras 10, 12 y 13. También resultan prácticamente equivalentes los esquemas de (Corke and Good,

**Tabla 2. Valor medio del error normalizado.**

Simulación	$\overline{\Delta x_{error}}_i (\%)$ (de 0 a 1 segundo)				
	w	c	v	a	p
Figura 10	0.0	79.5	79.5	54.1	0.0
Figura 11	82.1	79.2	79.2	55.3	0.0
Figura 12	0.0	83.2	86.5	83.4	0.0
Figura 13	0.0	81.8	80.3	80.4	0.0
Figura 14	82.1	79.6	88.7	67.1	0.0
Figura 15	91.2	84.3	87.7	85.5	0.0
Figura 16	80.3	46.6	29.3	49.2	0.0

1996) y (Chroust and Vincze, 2003) cuando se cumple (26). Finalmente, se puede apreciar en la Tabla 2 que de entre los esquemas  $\{c, v, a\}$  el que da menor error medio depende de la trayectoria considerada: el de (Corke and Good, 1996) en las Figuras 12 y 15; el de (Chroust and Vincze, 2003) en las Figuras 13 y 16; y el de (Angel et al., 2007) en las Figuras 10, 11 y 14.

## 5. RESULTADOS EXPERIMENTALES

En esta sección se muestran algunos resultados experimentales que ilustran, en un marco de aplicación, los desarrollos teóricos presentados. Para ello, se han utilizado los elementos de la Figura 17. Un *disco giratorio (turntable)*, que consiste en un disco con un círculo pintado de otro color cerca del borde que proporciona una característica visual en movimiento. El disco se mueve a través de un motor eléctrico (Siemens 3-Mot. 1LA7060-4AB60) y un *driver* que recibe las señales de control de un PC vía RS-232. Frente al disco se tiene el efecto final de un robot cartesiano de tres ejes con una cámara uEYE USB2.0 (UI-2310-C, 640h-480v,  $T_h=0.04$  s) montada en su extremo, ver la Figura 18. El plano imagen de la cámara es paralelo al disco. Utilizando 2 grados de libertad del robot, se consigue hacer un seguimiento (*tracking*) de la característica visual del disco (Perez-Vidal et al., 2009). Para ello, la imagen se procesa ( $d=2$ ) obteniéndose su “centro de masas” utilizando un algoritmo de detección de mancha (*blob*) basado en segmentación (OpenCV). El robot cartesiano, ver Figura 19, tiene 1.7 m de alto, 2.3 m de largo y 1.4 m de ancho, y se mueve con 3 servo-motores AC síncronos de SIEMENS (1FK6 serie), con las siguientes características: para los ejes X e Y: par a  $\omega=0$ : 16 Nm, Par

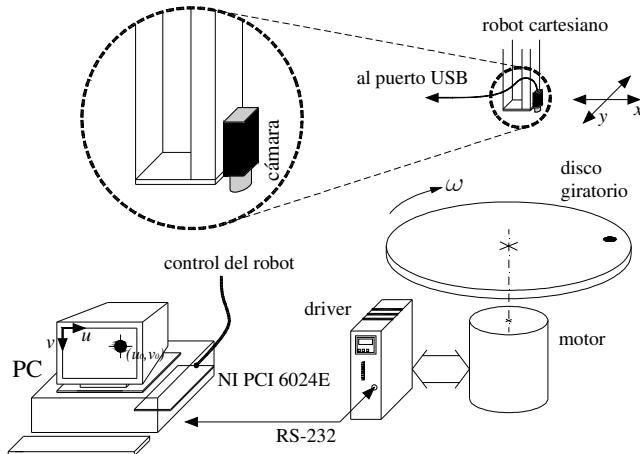


Figura 17. Representación esquemática de los elementos.



Figura 18. Disco giratorio y cámara en el efecto del robot.



Figura 19. Robot cartesano de 3-GDLs desarrollado en la UMH.

nominal: 10.5 Nm; para el eje Z: par a  $\omega=0$ : 11 Nm, Par nominal: 6 Nm. En el PC se han implementado los controles de velocidad de las articulaciones, el esquema de control propuesto en este trabajo para control visual (Figura 8) y el predictor descrito en (Perez-Vidal et al., 2010). Otra alternativa hardware para la implementación anterior sería utilizar una FPGA como la empleada en (Perez-Vidal and Gracia, 2009). Como tarjeta de control se ha empleado la NI PCI 6024E, ver Figura 17. Desde el PC se inicia la aplicación y el robot se controla para que la característica visual se mantenga en el centro del plano imagen. El movimiento giratorio del disco genera dos señales sinusoidales en cada uno de los ejes, X e Y. La combinación de

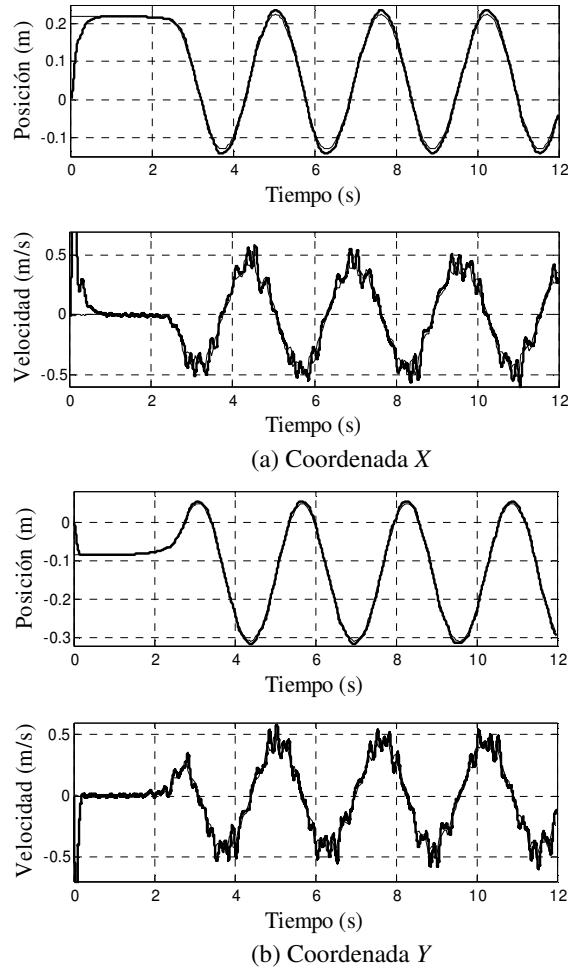


Figura 20. Resultados experimentales obtenidos con el disco giratorio y el robot cartesano controlado con un PC.

ambas es la trayectoria circular de la característica a seguir ( $\Delta x_{Ref}=0$ ). La frecuencia de estas señales depende de la velocidad angular de giro del disco, en este caso  $2\pi/2.5$  rad/s, su amplitud vale 0.177 m (distancia de la característica al eje de giro del disco) y su desplazamiento respecto al origen (valor medio) depende de la posición inicial del robot. La relación de transformación entre el plano imagen y el real es de 400 píxeles/m. La Figura 20 muestra los resultados experimentales obtenidos utilizando el disco giratorio y el robot cartesano.

## 6. CONCLUSIÓN

En este trabajo se realizó una *revisión crítica y unificada* de los esquemas *previos* existentes para control visual indirecto basado en posición que permite valorar la *mejora* introducida por el esquema *propuesto*. Para evidenciar dicha mejora, todos los esquemas se han analizado comparativamente desde el punto de vista de: funciones de transferencia bajo un marco ideal; condiciones para error en régimen permanente nulo; márgenes de estabilidad; y simulación. En todos los casos se ha podido comprobar la mejora obtenida respecto a los esquemas previos, y en especial respecto al de (Corke and Good, 1996), que es el más extendido en la comunidad científica internacional. Esto hace que el planteamiento propuesto adquiera cierta relevancia e interés en el campo de la robótica en general y del control visual en particular. Adicionalmente, los resultados experimentales presentados para una aplicación práctica que utiliza el esquema

desarrollado, permiten validar la viabilidad del planteamiento propuesto. Queda, como trabajo futuro, el investigar los esquemas y leyes de control asociados a los restantes tipos de control visual: directo basado en posición; directo basado en imagen; etc.

#### AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado parcialmente por la Generalitat Valenciana (proyecto de investigación GVPRE/2008/168) y por Bancaja. Los autores agradecen a los revisores sus comentarios para la mejora de este artículo.

#### REFERENCIAS

- Angel, L. (2005). *Control Visual de Robots Paralelos: Análisis, Desarrollo y Aplicación a la Plataforma RoboTenis*. Ph.D. Thesis in the Technical University of Madrid. Spain.
- Angel, L., A. Traslosheros, J.M. Sebastián and L. Pari (2007). High-speed visual servoing of PKMs. In: *Proc. of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics*. p. 991-996. Vigo, Spain.
- Benhimane, S. and E. Malis (2003). Vision-based control with respect to planar and non-planar objects using a zooming camera. In: *Proc. of the IEEE Int. Conference on Advanced Robotics*. p. 991-996. Coimbra, Portugal.
- Chroust, S. and M. Vincze (2003). Improvement of the prediction quality for visual servoing with a switching Kalman filter. *International Journal of Robotics Research* **22**(10-11), 905-922.
- Corke, P.I. (1993). Visual control of robot manipulators. In: *Visual Servoing* (K. Hashimoto, (Ed)). p. 1-31. World Scientific. Singapore, China.
- Corke, P.I. and M.C. Good (1996). Dynamic effects in visual closed-loop systems. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **12**(5), 671-683.
- Espiau, B., F. Chaumette and P. Rives (1992). A new approach to visual servoing in robotics. *IEEE Trans. on Robotics and Automation* **8**(3), 313-326.
- Garcia-Aracil, N., E. Malis, R. Aracil-Santoja and C. Perez-Vidal (2005). Continuous visual servoing despite the changes of visibility in image features. *IEEE Transactions on Robotics* **21**(6), 1214-1220.
- Hashimoto, K., T. Ebine and H. Kimura (1996). Visual servoing with hand-eye manipulator-optimal control approach. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **12**(5), 766-774.
- Hutchinson, S., G. Hager and P. Corke (1996). A tutorial on visual servo control. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **12**(5), 651-668.
- Malis, E., F. Chaumette and S. Boudet (1999). 2-1/2-D Visual servoing. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **15**(2), 238-250.
- Monroy, C., R. Kelly, M. Artega and E. Bugarin (2007). Remote visual servoing of a robot manipulator via Internet2. *Journal of Intelligent and Robotic Systems* **49**(2), 171-187.
- Ogata, K. (2001). *Modern Control Engineering*. Prentice Hall. 4th edition.
- Perez-Vidal, C. and L. Gracia (2009). High speed filtering using reconfigurable hardware. *Journal of Parallel and Distributed Computing* **69**(11), 896-904.
- Perez-Vidal, C., L. Gracia, N. Garcia and E. Cervera (2009). Visual control of robots with delayed images. *Advanced Robotics* **23**(6), 725-745.
- Perez-Vidal, C., L. Gracia and O. Reinoso (2010). Fusión borrosa de estimadores para aplicaciones de control basado en imagen. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* **7**(2), In Press.
- Shirai, Y. and H. Inoue (1973). Guiding a robot by visual feedback assembling tasks. *Pattern Recognition* **5**, 99-108.
- Special issue on visual servoing (1996). *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **12**(5).
- Special issue on visual servoing (1998), *IEEE Robotics and Automation Magazine* **5**(4).
- Special issue on visual servoing (2003). *International Journal of Robotics Research* **22**(10-11).
- Vincze, M. and G.D. Hager (2000). *Robust Vision for Vision-Based Control of Motion*. Wiley-IEEE Press. Piscataway, New Jersey, USA.
- Weiss, L.E., A.C. Sanderson and C.P. Neuman (1987). Dynamic sensor-based control of robots with visual feedback. *IEEE Trans. on Robotics and Automation* **RA3**(5), 404-417.
- Wilson, W.J., C.C.W. Hulls and G.S. Bell (1996). Relative end-effector control using Cartesian position-based visual servoing. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **12**(5), 684-696.