

Estabilización de un mini helicóptero de cuatro rotores basada en flujo óptico y sensores inerciales

Hugo Romero *, Sergio Salazar **, Juan Escareño **
y Rogelio Lozano ***

* Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Carr. Pachuca-Tulancingo
Km.4.5 Unidad Universitaria, 42184 Pachuca, Hgo. México
(e-mail: rhugo@uaeh.edu.mx)

** UMI CNRS CINEVESTAV, Av. IPN 2508 Col. San Pedro Zacatenco 07360
México D.F., México (e-mail: sergio.salazar.cruz@gmail.com)

*** Université de Technologie de Compiègne, Heudiasyc Centre de
Recherches Royallieu BP 20529 60205 Compiègne cedex France,
(e-mail: rlozano@hds.utc.fr)

Resumen: En este artículo se presenta la estabilización de vuelo de un helicóptero con cuatro rotores utilizando transductores inerciales y la información visual de una cámara. Utilizando el flujo óptico experimentado por el sensor visual se realiza la estimación de la velocidad traslacional en el plano $x-y$, de la posición y del ángulo de guiñada del helicóptero. En tanto los ángulos de orientación de alabeo y cabeceo junto con las velocidades angulares en todos los ejes ($\dot{\psi}$, $\dot{\theta}$ y $\dot{\phi}$) son estimados utilizando filtros complementarios, los cuales son aplicados a las señales obtenidas de la central inercial. El flujo óptico es obtenido utilizando el método de Lucas-Kanade Piramidal, el cual permite detectar movimientos relativamente rápidos y es de fácil implementación computacional. Además, la información provista por los girómetros es también utilizada para eliminar la componente de flujo óptico generada por los movimientos de rotación experimentados en los ejes de alabeo y cabeceo que afectan directamente la estimación de la velocidad traslacional. Los resultados experimentales son presentados y muestran un desempeño satisfactorio del helicóptero en tiempo real. *Copyright©2010 CEA.*

Palabras Clave: Control de aeronaves, visión por computadora, navegación de robots.

1. INTRODUCCIÓN

Una amplia variedad de técnicas para la navegación visual utilizando sistemas de visión en robots han sido desarrolladas en los últimos años. Estas técnicas actualmente están siendo utilizadas en los vehículos aéreos autónomos con el propósito de incrementar su autonomía y su adaptabilidad para desarrollar diversas tareas.

En los últimos años hemos sido testigos de un gran interés en el desarrollo de los vehículos aéreos autónomos (Unmanned Aerial Vehicles UAV). Este interés es debido al hecho de que estos vehículos tienen aplicaciones civiles y militares de gran impacto, como operaciones de investigación, de rescate, de vigilancia aérea, de inspección y monitoreo ambiental, etc.

Las aplicaciones mencionadas anteriormente requieren de robots aéreos con habilidad y autonomía para operar en ambientes desconocidos, hostiles y/o no bien estructurados geométricamente en donde la señal GPS (Global Positioning System) no esté disponible. En este artículo estamos interesados en desarrollar un sistema de odometría de bajo costo para estimar la velocidad con respecto al piso de un vehículo aéreo autónomo.

El artículo está enfocado al uso de la visión artificial para estimar la velocidad horizontal de un vehículo aéreo autónomo con respecto al piso para estabilizar su vuelo estacionario en una posición deseada. Las cámaras son transductores muy útiles

que proveen la suficiente información alrededor del medio en que se desenvuelve un robot. La mejora en la calidad digital de la imagen y el incremento en el desempeño del análisis y procesamiento de imágenes son tales que, actualmente, la visión por computadora es una herramienta adecuada para estimar la velocidad de un vehículo aéreo autónomo.



Figura 1. Vehículo aéreo en vuelo estacionario utilizando retroalimentación visual.

El tratamiento de imágenes y el procesamiento de señales de los transductores inerciales son dos modalidades que son exploradas para dar soluciones robustas en la segmentación de imágenes y la recuperación de la estructura del mundo real a partir de las imágenes (O. Amidi and Fujita, 1999), (Corke, 2004). La combinación de transductores inerciales y la visión artificial incrementa las capacidades de un robot y amplía la aplicación potencial de su sistema de visión. Al utilizar esta combinación visual-inercial de transductores se tiene la ventaja de aprovechar las principales características de cada uno de los tipos de transductores. Por un lado, los transductores inerciales pueden realizar mediciones con un alto grado de precisión en movimientos rápidos del vehículo, sin embargo, en movimientos lentos éstos presentan una gran incertidumbre. Mientras que en el caso del transductor visual sucede prácticamente lo contrario, es decir, los movimientos lentos pueden ser medidos con una precisión aceptable, mientras que la medición de movimientos de alta velocidad requiere un detrimento en la resolución de la imagen para obtener una ventana grande de seguimiento de características con el mismo número de píxeles. Además de que las incertidumbres en la medición se acrecentan.

Este artículo propone una estrategia de control para estabilizar un helicóptero de cuatro rotores utilizando la posición, orientación y velocidades estimadas a través de una apropiada fusión de información proveniente de transductores inerciales y del flujo óptico.

En los vehículos aéreos autónomos, los recursos computacionales son limitados debido a restricciones de peso y los requerimientos de cálculo en tiempo real. Por lo que algunos algoritmos de procesamiento de señales y/o imágenes demasiado complejos no pueden ser utilizados. Una de las alternativas para la construcción de un sistema de navegación utilizando la visión artificial es el cálculo de flujo óptico y consecuentemente la estimación de la velocidad del movimiento del robot aéreo.

El flujo óptico o velocidad de imagen se ha sido utilizado para la navegación de vehículos aéreos en (S. Hrabar and Roberts, 2005), (L. Muratet and Meyer, 2004), (Hrabar and Sukhatme, 2004) y (W. E. Green and Barrows, 2004). Es también utilizado para el cálculo de detección de movimiento, tiempo de colisión, medición de disparidad en imágenes estereoscópicas, etc. El flujo óptico es calculado utilizando una secuencia de imágenes ordenadas en el tiempo que permiten la estimación del movimiento en una imagen en dos dimensiones, ya sea como una imagen instantánea de velocidad o una imagen discreta de desplazamientos (P. Corke and Singh, 2004).

En este trabajo, se presenta un algoritmo de control no lineal para estabilizar un mini helicóptero que tiene cuatro rotores. Además, también se describe el algoritmo de estimación para obtener la orientación, la posición y la velocidad del robot aéreo a partir de la combinación de la medición de la central inercial y el cálculo del flujo óptico. Los experimentos muestran un desempeño satisfactorio del helicóptero en vuelo estacionario.

El presente texto está organizado como sigue: la sección 2 da un panorama del problema a tratar. La sección 3 presenta el algoritmo de flujo óptico propuesto por Lucas-Kanade y la estimación de las velocidades lineales y angulares. La fusión de datos de los transductores inerciales está descrita en la sección 4. El método de calibración de la cámara utilizando el algoritmo de los dos planos es presentado en la sección 5. El modelo dinámico del mini helicóptero a cuatro rotores utilizando el

método de Newton-Euler es presentado en la sección 6. En la sección 7 se describe la ley de control utilizando saturaciones anidadas. Finalmente los resultados experimentales y conclusiones son expuestas en las secciones 8 y 9 respectivamente.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los transductores estándares utilizados para estimar la velocidad de traslación de vuelo de un avión son los tubos de Pitot, anemómetros y mas recientemente el GPS. Los tubos de Pitot proveen una medición adecuada pero son costosos y utilizados en grandes aeronaves. Los anemómetros tiene una precisión de $\pm 10 \frac{m}{s}$ por lo tanto no son idóneos para medir velocidades inferiores a estos limites, además son considerablemente afectados por el viento. Una alternativa para medir la velocidad relativa al piso es el GPS, sin embargo el GPS no puede ser utilizado en el interior y en algunas ocasiones en ambientes urbanizados ya que la señal es atenuada o bloqueada. Más aún el GPS es prominente a experimentar perdidas en la comunicación satelital. Los GPS más comerciales no tiene la suficiente capacidad de proporcionar la información precisa para desarrollar vuelos estacionarios debido a que el error en posición es cuando menos igual 2 metros en el mejor de los casos. En este artículo se estudia la alternativa de utilizar el flujo óptico para estimar la velocidad y la posición de un mini helicóptero con cuatro rotores.

3. CONTROL BASADO EN EL FLUJO ÓPTICO

Existen diversos métodos de tratamiento de imágenes por computadora para estimar la velocidad relativa al plano imagen utilizando el flujo óptico, algunos de ellos son descritos en (Beauchemin and Barron, 1995). Estos métodos de estimación de flujo óptico son clasificados principalmente en métodos diferenciales basados en la intensidad de la imagen, en métodos de filtrado basados en la frecuencia y métodos basados en la correlación. Adicionalmente a esta clasificación, existen algunos métodos para el cálculo de discontinuidades o flujo óptico multi valuado y técnicas para desarrollar refinamientos temporales de estimación de movimiento. En este artículo se utiliza el método piramidal Lucas-Kanade propuesto en (Lucas and Kanade, 1981) y desarrollado en (Bouguet, 1999), el cual es un método diferencial basado en la intensidad.

Considérese dos imágenes en tonos de grises I_{t_1} y I_{t_2} , las cuales son capturadas en dos diferentes instantes de tiempo t_1 y t_2 respectivamente. Las imágenes pueden ser representadas por dos funciones discretas, es decir $I_{t_1}, I_{t_2} \in R^{m_u \times n_v}$. Los valores en escala de grises para un píxel particular $p = (u, v)^T$ en cada una de las dos imágenes I_{t_1} y I_{t_2} están definidos respectivamente como

$$I_{t_1}(p) = I_{t_1}(u_p, v_p) \quad I_{t_2}(p) = I_{t_2}(u_p, v_p)$$

donde u_p y v_p corresponde a las coordenadas renglón y columna respectivamente del punto imagen genérico p .

Para clarificar un poco la idea del flujo óptico consideremos un primer punto imagen (píxel) $p_{t_1} = [u_{p_1} \ v_{p_1}]^T$ que representa a un punto tridimensional (3D) particular que es proyectado en la primera imagen I_{t_1} . El objetivo es encontrar su punto correspondiente en la segunda imagen I_{t_2} definido como el píxel $p_{t_2} = [u_{p_2} \ v_{p_2}]^T$ tal que

$$p_{t_2} = p_{t_1} + r = [u_{p_1} + r_u \ v_{p_1} + r_v]^T$$

siendo $I_{t_1}(p_1)$ igual a $I_{t_2}(p_2)$. El vector $r = [r_u \ r_v]^T$ define la velocidad de la imagen o el flujo óptico experimentado y éste es tal que la función residual

$$\epsilon(r) = \sum_{u_p=u_{p_1}-w_u}^{u_{p_1}+w_u} \sum_{v_p=v_{p_2}-w_v}^{v_{p_2}+w_v} (D(u_p, v_p, r))^2$$

es minimizada, con s

$$D(\cdot) = I_{t_1}(u_p, v_p) - I_{t_2}(u_p + r_u, v_p + r_v)$$

donde w_u y w_v son dos enteros que definen el tamaño de la ventana de integración como $(2w_u + 1) \times (2w_v + 1)$. Existe un natural compromiso entre la exactitud local y la robustez que depende del tamaño de la ventana de integración, éste es conocido como *problema de apertura*. Una ventana de integración grande es requerida para estimar velocidades altas pero se aumenta la probabilidad de establecer correlaciones erróneas entre puntos de las dos imágenes. Por otro lado, una ventana de integración pequeña reduce el tiempo de cálculo del flujo óptico y minimiza la incorrecta correlación de puntos imagen en dos cuadros consecutivos, pero con la limitante en la capacidad de estimar desplazamientos de magnitudes considerables. Valores típicos para w_u y w_v están en el intervalo $[2, 7]$. En este artículo, se considera una implantación iterativa del algoritmo de flujo óptico Lucas-Kanade descrito en (Bouguet, 1999), este algoritmo tiene una ventana de integración adaptable con lo se evita el problema de apertura para la ventana de búsqueda. Este método está basado en una representación piramidal de una imagen genérica (división de su tamaño). La motivación central de esta representación piramidal es la capacidad de manipular movimientos rápidos de puntos característicos en el plano imagen (píxeles). Este algoritmo funciona como un filtro pasa bajos. El número máximo de imágenes piramidales o niveles que se utiliza en este experimento es $L = 3$. Para una descripción más detallada del método vea el trabajo presentado en (Bouguet, 1999).

El flujo óptico es el desplazamiento aparente de ciertas características dentro del campo visual de un observador móvil. Este flujo puede ser creado por dos clases de movimiento: traslacional (F_t) y/o rotacional (F_r). El flujo óptico (OF) que es experimentado por una cámara en movimiento está relacionado con la velocidad traslacional v , la velocidad angular ω , la distancia d entre la cámara y el plano de observación y con el ángulo β formado entre su línea de vista o vector principal y la dirección de su desplazamiento. Esta relación es definida en (W. E. Green and Barrows, 2004) y está expresada mediante la ecuación:

$$OF = \frac{v}{d} \sin \beta - \omega \quad (1)$$

Donde el primer término del lado derecho representa el flujo óptico debido al movimiento traslacional y es proporcional a la velocidad v y al seno del ángulo β que fue definido anteriormente e inversamente proporcional a la distancia d al objeto y ω representa la velocidad angular (vea figura 2). Una gran magnitud de flujo óptico es obtenida cuando la distancia d es pequeña y el máximo flujo es generado cuando el plano que contiene la información visual es perpendicular al eje visual de la cámara es decir $\beta = 90$. La velocidad puede ser estimada utilizando la ecuación (1) como sigue:

$$v = \frac{(OF + \omega)}{\sin \beta} d \quad (2)$$

Nótese que las singularidades en la ecuación anterior aparecen cuando $\beta = 0^\circ$. Sin embargo en este trabajo cuando el mini helicóptero se encuentra propiamente estabilizado, los ángulos de cabeceo y alabeo son tales que están limitados a tener excursiones no mayores a $\pm 10^\circ$ lo cual implica que $80^\circ < \beta < 100^\circ$. La estimación de la velocidad angular ω es obtenida utilizando la información de los girómetros que miden las velocidades angulares con respecto a cada uno de los ejes del sistema de coordenadas montado sobre el vehículo. Un filtro pasa bajos de segundo orden es aplicado para eliminar el ruido generado por las vibraciones mecánicas del mini helicóptero que podrían afectar la estimación del ángulo β y que generaría mediciones falsas del flujo óptico. Un algoritmo para estabilizar la altitud es utilizado para mantener el helicóptero a una distancia constante d (véase la sección 5).

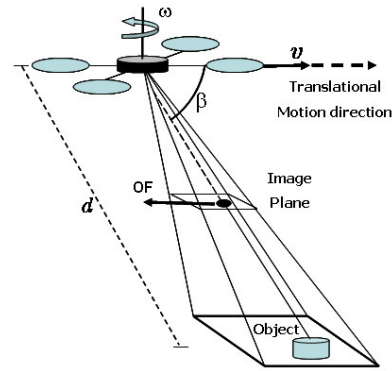


Figura 2. Esquema básico del flujo óptico.

4. MODELO DINÁMICO NO LINEAL DEL ROBOT AÉREO

El modelo dinámico completo de un robot aéreo es muy complicado pues incluye la flexibilidad de las propelas y del fuselaje así como la dinámica de los actuadores. En muchos casos el robot aéreo es considerado como un cuerpo rígido que se desenvuelve en un espacio 3D. Las ecuaciones de movimiento para un cuerpo rígido sujeto a fuerzas externas $F^{ext} \in \mathbb{R}^3$ y un torque $\tau \in \mathbb{R}^3$ aplicado al centro de masa y especificadas con respecto a las coordenadas del cuerpo del robot $\mathcal{B} = (E_1, E_2, E_3)$, las ecuaciones de movimiento son obtenidas utilizando el formalismo de Newton-Euler en \mathcal{B} , (Etkin and Reid, 1996), las cuales son:

$$\begin{cases} m\dot{v}^{\mathcal{B}} + \Omega \times mv^{\mathcal{B}} = F^{ext} \\ J\dot{\Omega} + \Omega \times J\Omega = \tau \end{cases} \quad (3)$$

donde $v^{\mathcal{B}} \in \mathbb{R}^3$ y $\Omega \in \mathbb{R}^3$ son respectivamente el vector de velocidad y la velocidad angular y $J \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es la matriz inercial, todos ellos expresados en el marco de referencia \mathcal{B} . F^{ext} es el vector de fuerza externa total que consiste de la fuerza de gravedad y F es el vector de sustentación generado por las propelas y están también expresados en \mathcal{B} . $m \in \mathbb{R}$ representa la masa del robot aéreo. Además, $\xi = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ y $v^{\mathcal{I}} \in \mathbb{R}^3$ denotan, respectivamente, los vectores de posición y

de velocidad del centro de gravedad del helicóptero, expresados en el marco inercial $\mathcal{I} = (E_x, E_y, E_z)$.

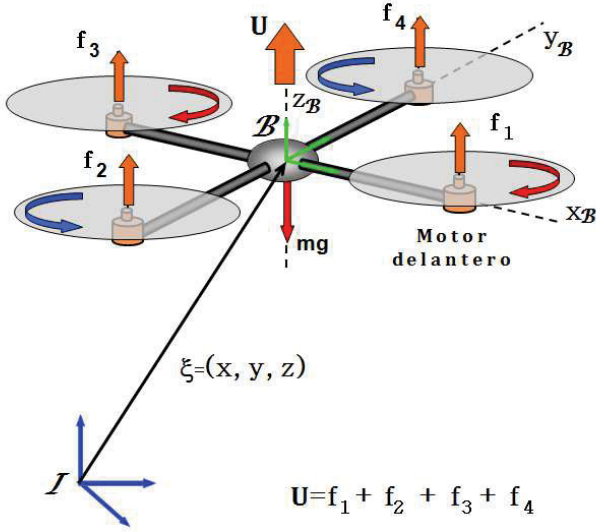


Figura 3. Esquema del helicóptero con cuatro rotores.

$R \in SO(3)$ es la matriz de rotación desde \mathcal{B} a \mathcal{I} de los ejes del cuerpo relativo los ejes inerciales. R puede ser obtenida utilizando la convención "XYZ" y los ángulos de Euler, $\eta = (\phi, \theta, \psi)$ los cuales son el alabeo, cabeceo y guiñada respectivamente:

$$R = R_\phi \cdot R_\theta \cdot R_\psi \quad (4)$$

$$= \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & c_\theta s_\psi & -s_\theta \\ s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & s_\phi c_\theta \\ c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi & c_\phi c_\theta \end{bmatrix}$$

Notese que $R^{-1} = R^T$, $\det(R) = 1$, s y c representan las funciones seno y coseno. Utilizando esta transformación, la primera ecuación en (3) que describe la dinámica traslacional, puede ser escrita como

$$\begin{cases} m\ddot{\xi} = RF - mgE_z \\ J\dot{\Omega} + \Omega \times J\Omega = \tau \end{cases} \quad (5)$$

La segunda ecuación en (5) describe la dinámica rotacional expresada en el marco \mathcal{B} . Notese que la relación entre las velocidades generalizadas $\dot{\eta} = (\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$ y la velocidad angular Ω es

$$\Omega = W\dot{\eta} \quad (6)$$

donde W está dada por la siguiente ecuación (Beji and Abichou, 2005; Etkin and Reid, 1996):

$$W(\eta) = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & -s_\psi & 0 \\ s_\psi c_\theta & c_\psi & 0 \\ -s_\theta & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Con el propósito de explotar la técnica de saturaciones anidadas, la cual es generalmente aplicada a este tipo de sistemas, se transforma el sistema (5) en una estructura dinámica conveniente. Primero, se substituye (6) en (5), donde se obtiene:

$$\begin{cases} m\ddot{\xi} = RF - mgE_z \\ JW\ddot{\eta} + J\dot{W}\dot{\eta} + W\dot{\eta} \times JW\dot{\eta} = \tau \end{cases} \quad (8)$$

Definiendo la matriz $\mathbb{I}(\eta) = JW$ y un vector de fuerzas de Coriolis y centrífugas $C(\dot{\eta}, \eta) = \dot{\mathbb{I}}\dot{\eta} + W\dot{\eta} \times \mathbb{I}\dot{\eta}$, el sistema (8) puede ser reescrito en la siguiente forma

$$\begin{cases} m\ddot{\xi} = RF - mgE_z \\ \mathbb{I}(\eta)\ddot{\eta} + C(\dot{\eta}, \eta) = \tau \end{cases} \quad (9)$$

Este modelo tiene la misma estructura como el sistema presentado en (Castillo *et al.*, 2004, 2005) el cual fue obtenido utilizando la técnica Euler-Lagrange. La principal diferencia es la expresión de \mathbb{I} y C las cuales son más complejas y más difíciles de calcular. Es importante notar que este modelado es común para todos los vehículos aéreos con seis grados de libertad.

El estudio dinámico se enfoca en el modelo de una clase de robots aéreos que son caracterizados por tres torques de control $\tau = (\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi)^T$ y la componente vertical del vector de fuerza $F = (0, 0, u)^T$.

La dinámica de esta clase de vehículos es gobernada por el siguiente sistema

$$m\ddot{\xi} = u \begin{pmatrix} -s_\theta \\ s_\phi c_\theta \\ c_\phi c_\theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbb{I}(\eta)\ddot{\eta} = \tau - C(\dot{\eta}, \eta) \quad (11)$$

La expresión analítica para las cuatro entradas de control $(u, \tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi)$ depende de la configuración física del helicóptero y del mecanismo para generar los momentos y fuerzas.

En lo subsecuente, se incluirá la relación entre las entradas de control y las velocidades de los motores en el caso del mini helicóptero de cuatro hélices. La entrada colectiva u es la suma de la propulsión generada por los cuatro rotores $u = \sum_{i=1}^4 f_i = \sum_{i=1}^4 \mu w_i^2$. Los torques generados por los rotores están dados por las siguientes relaciones

$$\tau_\phi = l\mu(w_4^2 - w_2^2) \quad (12)$$

$$\tau_\theta = l\mu(w_3^2 - w_1^2) \quad (13)$$

$$\tau_\psi = \kappa(w_1^2 + w_3^2 - w_2^2 - w_4^2) \quad (14)$$

donde (μ, κ) son constantes positivas caracterizadas por las propelas aerodinámicas y w_i es la velocidad angular resultante del motor i . l representa la distancia desde los rotores al centro de masa del helicóptero. La relación entre la velocidad angular w y la sustentación generada es muy compleja (para mayores detalles vea (McCormick, 1995; W.Prouty, 1995)). Las expresiones en (12)-(14) son aproximaciones válidas que se encuentran en la literatura de helicópteros y las cuales son utilizadas en los casos de vuelo estacionario y desplazamiento lineal. Además, la estructura del robot aéreo está sujeta a esfuerzos de torsión adicionales debidos a la aceleración del motor.

Notese que la dinámica rotacional en (11) no depende de la dinámica traslacional debido a que esta ecuación es una función de las variables de orientación y el vector de torque. Se propone el siguiente cambio de variables de entrada

$$\tau = C(\eta, \dot{\eta}) + \mathbb{I}\ddot{\eta} \quad (15)$$

donde

$$\tilde{\tau} = \begin{bmatrix} \tilde{\tau}_\phi \\ \tilde{\tau}_\theta \\ \tilde{\tau}_\psi \end{bmatrix} \quad (16)$$

Remplazando τ en (11) por la expresión dada en (15), se tiene que

$$\ddot{\eta} = \tilde{\tau} \quad (17)$$

ésto debido a que la ecuación (11) es lineal en consecuencia a que se ha compensado la matriz Coriolis C .

5. ALGORITMO DE CONTROL

En esta sección se presenta la estrategia de control para estabilizar un vuelo estacionario del helicóptero con cuatro rotores, esta estrategia es presentada en (J. Escareno and Lozano, 2006), (H. Romero and Lozano, 2006). En estos artículos los autores han demostrado que el sistema en lazo cerrado es estable. Describiendo el algoritmo de control, la entrada u es esencialmente utilizada para alcanzar la altura deseada. La entrada de control τ_ψ es utilizada para ubicar el desplazamiento angular de la guiñada a un valor deseado ψ_d . τ_θ es empleada para controlar el ángulo de cabeceo y el movimiento en el eje x . De maneera similar, τ_ϕ es utilizada para controlar el ángulo de alabeo y el desplazamiento horizontal en el eje y .

Utilizando (10)-(17), El robot aéreo puede ser representado por el siguiente sistema en variables de estado

$$m\ddot{x} = -u \sin \theta \quad (18)$$

$$m\ddot{y} = u \cos \theta \sin \phi \quad (19)$$

$$m\ddot{z} = u \cos \theta \cos \phi - mg \quad (20)$$

$$\ddot{\phi} = \tilde{\tau}_\phi \quad (21)$$

$$\ddot{\theta} = \tilde{\tau}_\theta \quad (22)$$

$$\ddot{\psi} = \tilde{\tau}_\psi \quad (23)$$

donde x y y son los desplazamientos en el plano horizontal y z es la posición vertical. ψ es el ángulo de guiñada entorno al eje z , θ es el ángulo de cabeceo entorno al eje y , y ϕ es el ángulo de alabeo entorno al eje x . Las entradas de control u , $\tilde{\tau}_\phi$, $\tilde{\tau}_\theta$ y $\tilde{\tau}_\psi$ son el empuje total o colectivo y los momentos angulares de alabeo, cabeceo y guiñada, respectivamente. Notese que este sistema puede dividirse en cuatro subsistemas acoplados.

5.1 Control de la altura y del ángulo de guiñada

El control de la posición vertical puede ser obtenido utilizando la siguiente entrada de control

$$u = \frac{(r_1 + mg)}{\cos \theta \cos \phi} \quad (24)$$

con

$$r_1 = -a_{z_1} \dot{z} - a_{z_2} (z - z_d) \quad (25)$$

donde a_{z_1} , a_{z_2} son constantes positivas y z_d es la altitud deseada. La posición angular de la guiñada es controlada aplicando

$$\tilde{\tau}_\psi = -a_{\psi_1} \dot{\psi} - a_{\psi_2} (\psi - \psi_d) \quad (26)$$

donde ψ_d es la posición angular deseada. Los parámetros de control a_{ψ_1} , a_{ψ_2} , a_{z_1} y a_{z_2} son elegidos para garantizar una respuesta subamortiguada estable y rápida en el eje vertical y el ángulo de guiñada.

5.2 Control de la posición lateral y ángulo de alabeo

Reemplazando las ecuaciones (24) y (25) dentro de (19) y de (21) respectivamente y considerando que en un tiempo finito arbitrariamente largo, existe una pequeña cota superior para $|\dot{\phi}|$ tal que la diferencia $\tan \phi - \phi$ es arbitrariamente pequeña. Esto conduce a lo siguiente

$$\ddot{y} = g\phi \quad (27)$$

$$\ddot{\phi} = \tilde{\tau}_\phi \quad (28)$$

o

$$y^{(iv)} = g\tilde{\tau}_\phi \quad (29)$$

esta ecuación representa cuatro integradores en cascada. Utilizando la técnica desarrollada en (Teel, 1992) basada en saturaciones anidadas para estabilizar cuatro integradores en cascada, el controlador tiene la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}_\phi = & -\sigma_{\phi_1}(\dot{\phi} + \sigma_{\phi_2}(\dot{\phi} + \phi + \sigma_{\phi_3}(\dot{\phi} + 2\phi \\ & + \frac{\dot{y}}{g} + \sigma_{\phi_4}(\dot{\phi} + 3\phi + 3\frac{\dot{y}}{g} + \frac{y}{g})))) \end{aligned} \quad (30)$$

donde σ_r representa la siguiente función de saturación

$$\sigma_r(s) = \begin{cases} r & \text{sí } s > r \\ s & \text{sí } -r \leq s \leq r \\ -r & \text{sí } s < -r \end{cases} \quad (31)$$

Este algoritmo de control garantiza la convergencia a cero de ϕ , $\dot{\phi}$, y , y \dot{y} .

5.3 Control de posición de avance y ángulo de cabeceo

El procedimiento usado en la subsección precedente para el control del ángulo de alabeo es también utilizado para el control del ángulo de cabeceo. El subsistema x - θ es reescrito como

$$\ddot{x} = -g \tan \theta \quad (32)$$

$$\ddot{\theta} = \tilde{\tau}_\theta$$

Procediendo como en la subsección anterior, después de un tiempo finito, el ángulo θ es demasiado pequeño tal que $\tan \theta \approx \theta$. De esta forma el subsistema (32) se reduce a

$$\ddot{x} = -g\theta \quad (33)$$

$$\ddot{\theta} = \tilde{\tau}_\theta$$

Similarmente, la entrada de control para el ángulo de alabeo está dada por

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}_\theta = & -\sigma_{\theta_1}(\dot{\theta} + \sigma_{\theta_2}(\dot{\theta} + \theta + \sigma_{\theta_3}(\dot{\theta} + 2\theta \\ & - \frac{\dot{x}}{g} + \sigma_{\theta_4}(\dot{\theta} + 3\theta - 3\frac{\dot{x}}{g} - \frac{x}{g})))) \end{aligned} \quad (34)$$

Este algoritmo de control garantiza la convergencia al origen de θ , $\dot{\theta}$, x , y \dot{x} . El método utilizado de flujo óptico estima las velocidades lineales \dot{y} and \dot{x} en las ecuaciones (30) y (34) respectivamente.

Los ángulos de orientación del vehículo aéreo θ y ϕ así como las velocidades angulares $\dot{\psi}$, $\dot{\theta}$ y $\dot{\phi}$ son medidas utilizando una central inercial compuesta por tres girómetros y un acelerómetro dual (dos ejes), los cuales están contruidos bajo la tecnología MEMS. Los girómetros están colocados de manera ortogonal uno con respecto del otro haciéndolos coincidir con cada uno de

los ejes del sistema coordinado fijo en el cuerpo del vehículo, mientras que el acelerómetro dual coincide solamente con los ejes de alabeo y cabeceo.

Para realizar la estimación de los ángulos de orientación se utiliza la teoría de los filtros complementarios (Shmuel, 1996), (S. Salazar and Lozano, 2007). Esto es, el ángulo estimado $\hat{\theta}$ es obtenido de $\hat{\theta} = F_1(s)\hat{\theta}_g + F_2(s)\theta_a$ donde $\hat{\theta}_g$ y θ_a definen las mediciones provenientes del girómetro y del acelerómetro respectivamente, además $F_2(s) = \frac{k}{k+s}$ es un filtro pasa bajos de primer orden. El filtro complementario es tal que su función de transferencia está definida como $sF_1(s) + F_2(s) = 1$. Entonces, cuando $k = 0$, $F_2(s) = 0$, y $F_1(s)$ es un integrador puro y $\hat{\theta}$ diverge debido a la deriva del girómetro. De otro modo, cuando $k = \infty$, $F_2(s) = 1$, lo cual implica que $F_1(s) = 0$ traduciéndose en la supresión total de la información proveniente del girómetro. En la práctica el ajuste del parámetro k se hace de tal forma que se tenga la mejor estimación del ángulo posible.

Por otro lado se utiliza la medición del flujo óptico para efectuar la estimación de la velocidad traslacional del robot aéreo en el plano $x-y$, de su posición en el mismo plano y del ángulo de guiñada. Para tal fin un primer paso es establecer las relaciones geométricas entre la cámara y el mundo real, lo cual implica realizar la calibración de nuestro sensor visual. La calibración de la cámara es el proceso que permite determinar las características ópticas y geométricas de una cámara (parámetros intrínsecos) y la posición y orientación de la cámara con respecto a un cierto sistema de coordenadas bien definido (parámetros extrínsecos) (Hartley and Zisserman, 2004).

En este caso el objetivo es obtener una relación entre el desplazamiento en el plano imagen expresado en píxeles y el desplazamiento en el mundo real expresado en unidades métricas utilizando el método de calibración de cámaras conocido como el método de los 2-planos. Este método inicialmente descrito en (H. A. Martins, 1981) da una solución al problema de la reproyección. En (K. Gremban and Kanade, 1988) este resultado es extendido para dar solución también al problema de proyección. Adicionalmente, este método es eficiente desde el punto de vista computacional ya que para su implementación solamente se requieren multiplicaciones e inversiones matriciales. Lo anterior lo hace un método directo y fácil a implementar.

6. RESULTADOS EXPERIMENTALES

En esta sección se presentan los resultados experimentales que se han llevado a cabo para validar el desempeño del vehículo aéreo durante vuelos autónomos. Las ganancias de control fueron ajustadas en la práctica para obtener una respuesta aceptable del sistema, *i.e.* éstas fueron seleccionadas para obtener una respuesta rápida pero evitando oscilaciones. La plataforma experimental consiste de una cámara WEB y transductores inerciales a bordo del vehículo, la señal de imagen es enviada a una computadora externa para estimar el flujo óptico. El vector de velocidad es estimado como una expresión con respecto al sistema de coordenadas del piso. Este vector de velocidad contiene la velocidad de desplazamiento \dot{x}, \dot{y} , el cual es enviada a la computadora personal la cual se ejecuta como *target*, la cual utiliza el sistema en tiempo real de Matlab XPC Target. Para estimar la velocidad es necesario calcular el tiempo transcurrido durante el procesamiento de la imagen para obtener el flujo óptico. Este tiempo es de 76 a 88 *ms*, lo cual significa que el

muestreo de la imagen es 11 – 13 FPS (Frames Per Second). Adicionalmente, un filtro pasa bajos de segundo orden es aplicado a las mediciones del flujo óptico, con el fin de atenuar el ruido proveniente de la imagen a altas frecuencias. La figura 4 muestra el cálculo del flujo óptico de una imagen.

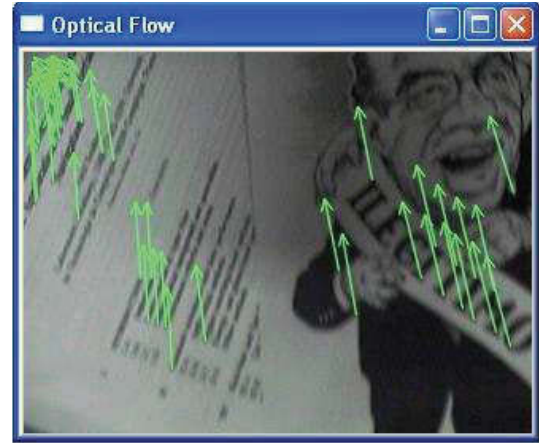


Figura 4. Flujo óptico obtenido.

El filtro pasa bajo introduce un retardo adicional, tal que el muestreo de la imagen es de 10 FPS. La computadora *Target* recibe las señales de la central inercial a través de las tarjetas A/D y la fusión de datos inerciales es realizada como se explicó en la sección 5. El sistema Matlab XPC Target se ejecuta en modo multi tareas debido a que la adquisición de la información inercial tiene un muestreo de 50 Hz mientras la adquisición de la imagen tiene un muestreo de 10Hz.

El interés de este experimento fue la medición de la velocidad lineal, para esto se utilizó la estimación del flujo óptico. El flujo óptico puede estimar la velocidad traslacional y la velocidad rotacional. Para cancelar la medición de la velocidad rotacional es utilizada la información de los girómetros. Este procedimiento mejora la precisión de la estimación de la velocidad traslacional. Para estimar la posición horizontal se realiza una integral de la velocidad. Con el fin de evitar las derivas de la integral se realizan resets a la estimación de la posición cada 30s. Se ha observado que las derivas son relativamente pequeñas tal que los experimentos pueden llevarse a cabo durante periodos grandes de tiempo.

La posición y velocidad horizontal estimada así como el ángulo de guiñada estimado son enviados a la computadora externa para calcular las señales de control utilizando Matlab XPC Target. Las entradas de control son enviadas al radio transmisor a través de la tarjeta Advantech PCL-726 (6 canales D/A). La arquitectura de computo completa es mostrada en la figura 5.

Debido a las restricciones físicas de la radio, las señales de control deben satisfacer las siguientes desigualdades

$$\begin{aligned} 0,40V < u < 4,70V \\ 0,40V < \tau_\phi < 4,50V \\ 0,40V < \tau_\theta < 4,16V \\ 0,40V < \tau_\psi < 4,15V \end{aligned} \quad (35)$$

Las ganancias de control para el alabeo, cabeceo y guiñada son las siguientes



Figura 5. Arquitectura de la plataforma experimental.

$$\begin{aligned}
 k_y &= 0,50 & k_{\dot{y}} &= 1,50 & k_\phi &= 1,20 & k_{\dot{\phi}} &= 0,02 \\
 k_x &= 0,65 & k_{\dot{x}} &= 1,40 & k_\theta &= 0,90 & k_{\dot{\theta}} &= 0,013 \\
 k_\psi &= 1,20 & k_{\dot{\psi}} &= 0,01
 \end{aligned}$$

Como se aprecia en las figuras 6, 7, 8 y 9, el primer paso en el experimento es estabilizar el helicóptero a una altura de 50cm. Aproximadamente 50s después, la medición del flujo óptico inicia y el desplazamiento y la velocidad horizontal son reguladas en torno al origen. La figura 6 muestra las señales de control enviadas por el radio transmisor, mientras que el comportamiento de los ángulos de orientación es presentado en la figura 7. Es de notar que hay ruido presente en las mediciones de los ángulos de alabeo y cabeceo, ángulos que son obtenidos a partir de la información obtenida del modulo inercial. Este ruido es originado principalmente por el sistema de engranaje que utiliza el motor para producir aceleraciones en la hélice. Por otro lado este ruido no se encuentra presente en la medición del ángulo de guiñada, la razón obedece a que este ángulo es obtenido a partir del vector de flujo óptico obtenido del sistema de visión, al cual le fue aplicado un filtro pasabajos de segundo orden que origina una señal relativamente más suave en comparación con las anteriores.

El proceso de estimación del ángulo de guiñada aplica un simple algoritmo. Primeramente éste realiza la división del plano imagen en cuadrantes, los cuales tiene como origen el punto principal de la cámara. En cada uno de estos cuadrantes se efectúa la estimación del vector de flujo óptico promedio (magnitud y dirección). Con esta información disponible se determina directamente la dirección de giro del mini helicóptero sobre el eje z . Además, utilizando las relaciones métricas obtenidas del proceso de calibración de la cámara para una altura fija predeterminada y la magnitud y dirección promedio del vector

de flujo óptico se realiza la estimación de la magnitud del giro en z . Es decir, del ángulo de guiñada ψ .

Las posiciones estimadas x e y y velocidades \dot{x} and \dot{y} son mostradas en las figuras 8 y 9 respectivamente. Para obtener la posición en el plano $x-y$ se hace una integración del vector de velocidad que a su vez fue estimado a partir del vector de flujo óptico y las relaciones obtenidas del proceso de calibración de la cámara de acuerdo a una altura de vuelo de 50cm. Como se aprecia el comportamiento del vehículo aéreo es satisfactorio.

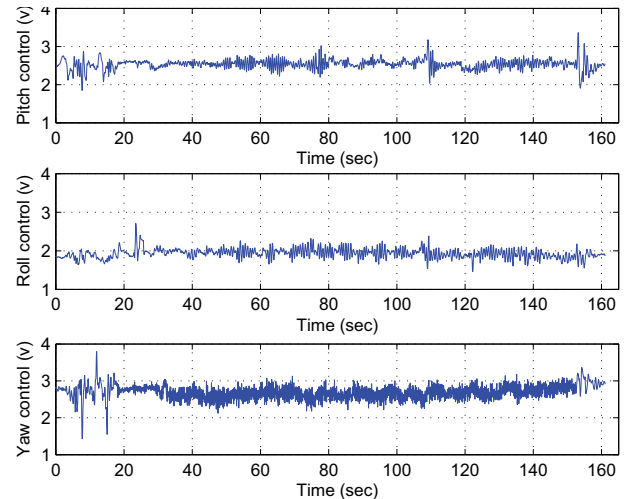


Figura 6. Señales de control.

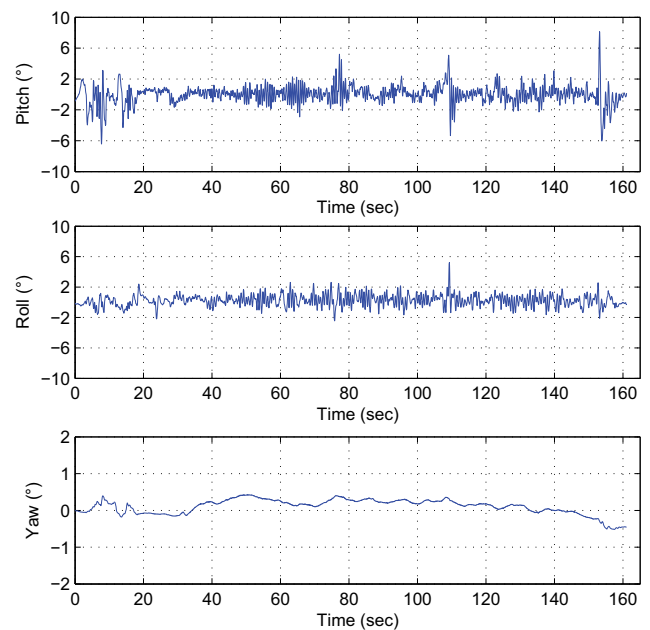


Figura 7. Ángulos de orientación.

7. CONCLUSIONES

Este artículo presenta un controlador no lineal para estabilizar un mini helicóptero en vuelo. El algoritmo para estimar la orientación, la posición y la velocidad del vehículo aéreo fue obtenido mediante la combinación de las señales inerciales y el cálculo del flujo óptico. Los experimentos del vuelo estacionario realizado en tiempo real muestran el desempeño satis-

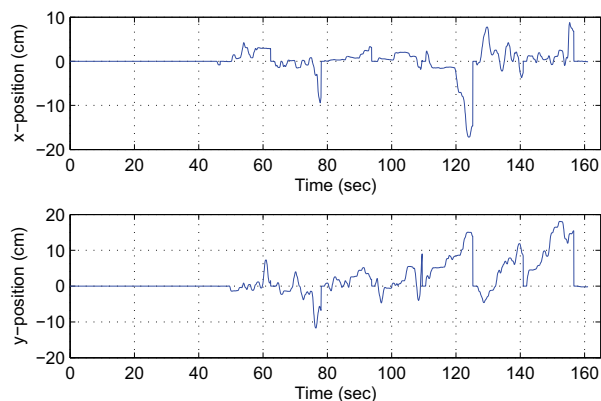


Figura 8. Posición del vehículo aéreo.

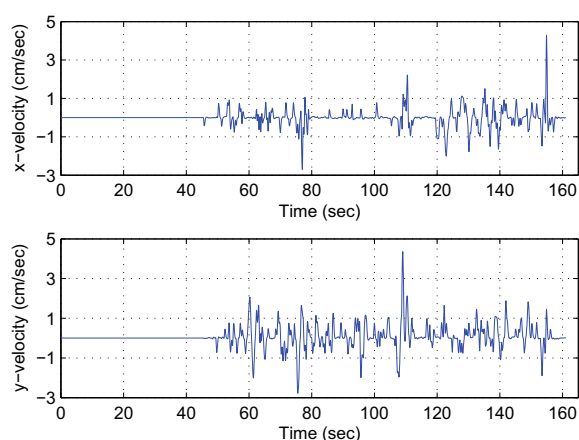


Figura 9. Velocidad traslacional del helicóptero.

factorio del mini del helicóptero. Uno de los problemas encontrados en este proyecto está ligado al hecho de que la medición del flujo óptico incluye la velocidad de traslación y la velocidad de rotación. La señal de los girómetros fue utilizada para compensar la componente debida a la velocidad rotacional. A pesar de esta compensación, existen aún oscilaciones pequeñas en los ángulos de cabeceo y alabeo del mini helicóptero debido al retardo existente. Se están realizando estudios adicionales para mejorar la medición del flujo óptico tal que se obtenga un mejor desempeño del vuelo del helicóptero.

REFERENCIAS

- Beauchemin, S. S. and J. L. Barron (1995). The computation of optical flow. *ACM Computing Surveys* **27**, 433–467.
- Beji, Lotfi and Azgal Abichou (2005). Trajectory generation and tracking of a mini-rotorcraft. In: *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*. Barcelona, Spain. pp. 2629–2634.
- Bouguet, J. Y. (1999). Pyramidal implementation of the lucas kanade feature tracker. Technical report. Intel.
- Castillo, P., A. Dzul and R. Lozano (2004). Real-time stabilization and tracking of a four rotor mini-rotorcraft. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **12**(4), 510–516.
- Castillo, P., R. Lozano and A. Dzul (2005). *Modelling and Control of Mini-Flying Machines*. springer-verlag ed.
- Corke, P. (2004). An inertial and visual sensing system for a small autonomous helicopter. Vol. 18. pp. 43–51.
- Etkin, Bernard and Lloyd Duff Reid (1996). *Dynamics of Flight: Stability and Control*. 3rd. edition ed.. John Wiley and Sons Inc.
- H. A. Martins, J. Birk, R. B. Kelley (1981). Camera models based on data from two uncalibrated planes. *Computers Graphics and Image Processing* **17**, 173–180.
- H. Romero, R. Benosman and R. Lozano (2006). Stabilization and location of a four rotors helicopter applying vision. In: *Proc. American Control Conference ACC*. Minnesota, USA.
- Hartley, R. and A. Zisserman (2004). *Multiple View Geometry in Computer Vision*. 2nd edition ed.. Cambridge University Press.
- Hrabar, S. E. and G. S. Sukhatme (2004). A comparison of two camera configurations for optic-flow based navigation of a uav through urban canyons. In: *Proc. of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems IROS*.
- J. Escareno, S. Salazar-Cruz and R. Lozano (2006). Embedded control of a four-rotor uav. In: *Proc. American Control Conference ACC*. Minnesota, USA.
- K. Gremban, C. Thorpe and T. Kanade (1988). Geometric camera calibration using systems of linear equations. In: *Proc. of IEEE Conference on Robotics and Automation ICRA*. pp. 562 – 567.
- L. Muratet, S. Doncieux and J. A. Meyer (2004). A biometric navigation system using optical flow for a rotary-wing uav in urban environment. In: *Proc. of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems IROS*.
- Lucas, B. D. and T. Kanade (1981). An iterative image registration technique with an application to stereo vision. In: *Proc. Imaging Understanding Workshop*. pp. 121–130.
- McCormick, Barnes W. (1995). *Aerodynamics Aeronautics and Flight Mechanics*. john wiley & sons ed.. New York.
- O. Amidi, T. Kanade and K. Fujita (1999). A visual odometer for autonomous helicopter flight. *Journal of Robotics and Autonomous* **28**, pp. 185 – 193.
- P. Corke, D. Strelow and S. Singh (2004). Omnidirectional visual odometry for a planetary rover. In: *Proc. of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems IROS*.
- S. Hrabar, G. S. Sukhatme, P. Corke K. Usher and J. Roberts (2005). Combined optic-flow and stereo-based navigation of urban canyons for a uav. In: *Proc. of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems IROS*. pp. 3309–3316.
- S. Salazar, J. Escareño, D. Lara and R. Lozano (2007). Embedded control system for a four-rotor uav. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* **21**(2,3), 189–204.
- Shmuel, Merhav (1996). *Aerospace sensors systems and applications*. Springer.
- Teel, A. R. (1992). Global stabilization and restricted tracking for multiple integrators with bounded controls. *Systems and Control Letters* **18**, 165–171.
- W. E. Green, P. Y. Oh and G. L. Barrows (2004). Flying insect inspired vision for autonomous aerial robot maneuvers in near-earth environments. In: *Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation ICRA*.
- W. Prouty, Raymond (1995). *Helicopter performance, stability, and control*. krieger publishing compagny ed.. Malabar, Florida.