

## Diseño Simultáneo de Proceso y Control de una Torre Sulfitadora de Jugo de Caña de Azúcar

Rosalba Lamanna\*, Pastora Vega\*\*, Silvana Revollar.\*, Hernán Alvarez\*\*\*

\* Sección de Sistemas de Control. Departamento de Procesos y Sistemas.  
Universidad Simón Bolívar. Caracas, Venezuela  
(e-mail: lamanna@usb.ve, srevolla@usb.ve)

\*\* Grupo de Control de Procesos. Departamento de Informática y Automática.  
Universidad de Salamanca. Salamanca, España  
(e-mail: pvega@usal.edu.es)

\*\*\* Grupo de Investigación en Automática. Escuela de Procesos y Energía.  
Universidad Nacional de Colombia. Medellín, Colombia.  
(e-mail: hdalvare@unal.edu.co)

**Resumen:** Este trabajo se aborda el problema de diseño y control de una planta perteneciente a una etapa clave del proceso de obtención del azúcar de caña como es la clarificación. Se presenta una aproximación novedosa al problema de diseño y control simultáneo del proceso considerando tanto la controlabilidad de estado (basada en métricas de controlabilidad práctica) como la controlabilidad de salida (basada en índices dinámicos de control), tomando como ejemplo el caso de la torre sulfitadora. Esta propuesta se traduce en un problema de optimización no lineal donde se imponen restricciones sobre las condiciones de operación de la planta, las medidas de controlabilidad de estado y algunos índices de desempeño a lazo cerrado, mientras se minimizan los costos de inversión, operación y control. El problema de optimización se resolvió satisfactoriamente empleando algoritmos genéticos.

Copyright © 2009 CEA.

**Palabras Clave:** Diseño de proceso, Controlabilidad, Control de proceso, Optimización, Torre de sulfitación

### 1. INTRODUCCIÓN

La etapa de clarificación en un ingenio azucarero es la encargada de retirar la mayor cantidad de impurezas del jugo de caña ya filtrado, previo a los procesos de evaporación y posterior cristalización del azúcar. Se trata de un proceso complejo, cuyo diseño y operación eficiente presenta todavía muchos aspectos mejorables de acuerdo a la opinión de expertos de la industria del azúcar (Cenicaña, 2006, Emerson, 2004).

Tradicionalmente, el diseño de un proceso ha sido considerado independiente del diseño del sistema de control. En efecto, en la práctica cotidiana, éste suele realizarse posterior al diseño de la planta. Siguiendo esta metodología, la planta puede resultar económicamente aceptable, pero con comportamientos dinámicos tan pobres que se requerirían grandes inversiones para tratar de controlarla adecuadamente.

A partir de los años 80, se inició un movimiento que intenta cambiar este paradigma, presionado por resultados poco alentadores cuando se abordaba el diseño de procesos que exigen mucha flexibilidad operativa y altos estándares de calidad. Se plantea entonces como solución, el desarrollo simultáneo del diseño del proceso y de su sistema de control.

La primera inquietud de los diseñadores fue la pérdida de desempeño del proceso cuando se realizaban cambios en el punto de operación o incluso, la disminución en la robustez del

diseño ante perturbaciones nuevas o cuando se estrechaban los márgenes de variabilidad de la calidad del producto, operando en un único punto. Obviamente, la primera intención fue la de revisar en detalle los procedimientos de diseño del proceso, buscando robustecer tales métodos y despajarlos de la incertidumbre que siempre habían tenido pero que ahora atentaba contra el logro de objetivos más exigentes. Se observaba que estos diseños, sin sistema de control, mostraban buenos resultados desde el punto de vista estático, pero su comportamiento a lazo cerrado era poco satisfactorio, lo cual llevó a ver el sistema de control como causante de tal deterioro. Muchos trabajos se escribieron indagando sobre las causas de tal disfunción entre proceso y sistema de control, pero en su mayoría partían de una sobrevaloración de la respuesta estática del proceso: todos los libros de diseño postulaban ecuaciones de diseño algebraicas que reproducen condiciones de estado estacionario (atemporales).

En un principio los estudios para integrar el diseño del proceso con el diseño del sistema de control se enfocaron en métricas del desempeño del lazo cerrado, recordando los primeros tiempos de la sintonía de controladores (particularmente PID). Si bien dichas métricas consideran el componente dinámico de la respuesta del problema, todavía el apego a los estados estacionarios del sistema en lazo cerrado era alto (Fisher et al., 1988; Douglas, 1988; Kim, 1997). Luego vinieron trabajos que indagaban más en profundidad sobre la estructura del sistema de control y su integración con la estructura del proceso. Esta tendencia puede dividirse en tres corrientes o propuestas, que

difieren en la manera de integrar el control y el diseño de procesos.

La primera de ellas se basa en analizar la controlabilidad del proceso en lazo abierto desde las etapas iniciales del diseño, entendiéndose la controlabilidad como la propiedad que indica qué tan bien la planta rechaza perturbaciones, cuán severamente interactúan sus múltiples variables y qué tan fácil se mueve de una condición de operación a otra (Luyben y Floudas, 1994). Este análisis se basa en métricas como por ejemplo el valor singular, el número de condición y la matriz de ganancias relativas (Luyben, 1993; Luyben y Floudas, 1994; Kookos and Perkins, 2001; Gutierrez y Vega 2002). Nótese que todas estas métricas utilizan aproximaciones lineales y describen los efectos que tienen las variables manipuladas y las perturbaciones sobre las salidas del proceso, de aquí que sean medidas de regulabilidad entrada-salida. En efecto no se analiza controlabilidad desde el sentido estricto de la teoría de control (Hermann y Krener, 1977; Ochoa, 2005) de tal forma que dicho análisis no conlleva a la obtención de diseños controlables en el espacio de estados.

La segunda corriente, utiliza una medida del desempeño del sistema de control (error medio integral cuadrático) como restricción dentro de un problema de optimización (económica) no lineal. Además, el problema se convierte en uno de optimización mixta-entero no lineal si se incluyen en el diseño diversas posibilidades estructurales para el proceso o el sistema de control (Luyben y Floudas, 1994; Narraway and Perkins, 1994; Gil et al, 2001). Para la optimización se evalúa por simulación el desempeño del sistema de control, lo cual nuevamente es una medida de regulabilidad más no de controlabilidad en el espacio de estados.

En la tercera propuesta, se utilizan las ecuaciones de un controlador como restricciones a un problema de optimización no lineal, o mixto-entero, multiobjetivo, en donde además de obtener los parámetros de diseño para los equipos de proceso, se obtienen los parámetros de sintonía para el sistema de control (Revollar et al, 2005; Francisco y Vega, 2006; Revollar et al., 2006). De igual forma que en las dos corrientes anteriores, el procedimiento realizado no garantiza controlabilidad completa de estado, sino regulabilidad entrada-salida del sistema analizado.

Aunque estas propuestas no conllevan a diseñar procesos realmente controlables en el espacio de estados, el relacionar las variables que participan en el proceso y el determinar los efectos dinámicos que tienen las entradas, perturbaciones e incertidumbres sobre las salidas del mismo, han aportado en la comprensión del problema de la integración diseño-control. Precisamente, el agotamiento de la discusión en el contexto de las respuestas del sistema entrada-salida en lazo cerrado, invita a retomar los trabajos de Lyapunov y Kalman, tan usados en la teoría de control para determinar estabilidad, observabilidad y controlabilidad en el espacio de estado. Es a través de tal confrontación que se descubre la diferencia que existe entre los índices de desempeño y las métricas de controlabilidad (regulabilidad entrada - salida) usados en el análisis previo, y las medidas de observabilidad y controlabilidad que se proponen desde la teoría de control en el espacio de estado. Estas últimas medidas, mucho más genéricas, brindan información de la controlabilidad o no controlabilidad del sistema en el espacio de estados independientemente del tipo de controlador que se

utilice, pero deben interpretarse con sumo cuidado debido a su naturaleza matemática y general. Tal vez estas dos últimas características, junto con la necesidad de poseer un modelo del proceso para poder analizar estabilidad, observabilidad y controlabilidad, hicieron que los ingenieros de procesos rápidamente volvieran al trabajo con índices de desempeño entrada - salida en lazo cerrado y con métricas de regulabilidad entrada - salida.

En la bibliografía revisada, no se han encontrado aún propuestas que exploren la alternativa de usar métricas de la ingeniería de control para llevar a cabo la integración diseño-control de procesos. Las dos tendencias: controlabilidad de estado y controlabilidad de salida, no han tenido conciliación en la literatura, mostrando incluso contradicciones en sus interpretaciones individuales (Ochoa, 2005). Es por eso que este artículo pretende inquietar sobre las potencialidades del análisis de controlabilidad en el espacio de estados visto desde la teoría de control. Se considera necesario además, desarrollar simultáneamente el análisis de estabilidad y observabilidad con el ánimo de complementar los resultados obtenidos al evaluar controlabilidad.

En resumen y en un marco muy general, el diseño integrado de procesos o el diseño simultáneo de proceso y control, es una metodología en la cual se integran en las etapas iniciales del diseño no sólo los criterios económicos, sino una serie de criterios e índices de controlabilidad. Esta conjunción de criterios convierte el problema de uno con un solo objetivo (el económico) a uno multiobjetivos (economía-controlabilidad), en el cual la solución final dependerá de los compromisos que se tomen entre cada uno de los objetivos planteados. Ante la complejidad inherente a un problema de optimización multiobjetivo como el planteado, el reto es garantizar la mayor cercanía posible al óptimo de diseño de proceso y sistema de control.

La opción que se propone en este trabajo y que parece la más indicada para lograr tal efecto, es la combinación de las herramientas conceptuales asociadas con la controlabilidad: la controlabilidad de estado como prefactibilidad y la controlabilidad (regulabilidad) de salida como realización, siendo esta la principal contribución del mismo. El método propuesto para el Diseño Simultáneo de Proceso y Control (DSPC) se aplica al proceso de clarificación del jugo de caña de azúcar, que es un ejemplo lo suficientemente sencillo como para seguir fácilmente la metodología propuesta. Se usan métodos estocásticos de optimización, como los algoritmos genéticos, que ya se han utilizado con éxito para resolver algunos problemas de síntesis y diseño simultáneo de proceso y control (Revollar et al, 2005; Revollar et al, 2006).

Esta tarea requiere el modelo del proceso para poder estudiar su controlabilidad de estado y los índices de desempeño entrada-salida. Por eso aquí se retoman los resultados del modelo presentado en Alvarez et. al (2009). Se incluye además, como restricción adicional, una cota de controlabilidad de estado para el proceso, calculada a través de índices de controlabilidad de estado para sistemas no lineales, de acuerdo con una extensión de la controlabilidad dada por Kalman para sistemas lineales (Hermann y Krener, 1977; Ochoa et al., 2004).

Un resumen sobre el proceso de clarificación y del modelo a utilizar, se presentan en la sección 2. La sección 3 está dedicada

al estudio de la controlabilidad de estado del sistema. En la sección 4, se formula el problema de diseño simultáneo de proceso y control para calcular los parámetros óptimos de operación y de control para la sulfitadora. Los resultados se presentan finalmente en la sección 5.

## 2. LA PLANTA DE CLARIFICACION EN UN MODELO DINAMICO

En la operación de los ingenios azucareros típicos, el jugo ya filtrado proveniente de la molienda de la caña de azúcar es sometido al proceso llamado de clarificación, antes de pasar a las etapas de evaporación y cristalización del azúcar.

El proceso de clarificación usualmente se realiza en tres etapas. Al jugo que proviene del filtrado con un pH ácido entre 5.0 y 5.6 unidades, se adiciona lechada de cal en un primer tanque con el fin de aumentar el pH aproximadamente hasta valores entre 6.5 y 8.5. El paso siguiente lo sufre el jugo en la torre de sulfitación (o sulfitadora). Allí se ponen en contacto el jugo asperjado desde el tope de la torre, con una corriente de humos que contiene  $\text{SO}_2$ . El dióxido de azufre transforma compuestos que dan coloración oscura al jugo en compuestos incoloros, y además sirve de agente antiséptico. La sulfitación produce un jugo con pH entre 4.5 y 5.3, justo en el límite inferior del intervalo en el cual se producirían pérdidas de sacarosa, de ahí lo importante del control de este valor de pH. El jugo caliente llega finalmente al tanque clarificador donde se mezcla con un floculante aniónico, con dosificación cercana a las 5ppm. De este modo, se logra separar por decantación los sólidos, que van al fondo, del jugo claro que sale por la parte superior.

Un Diagrama de Flujo del Proceso general se ve en la Figura 1.

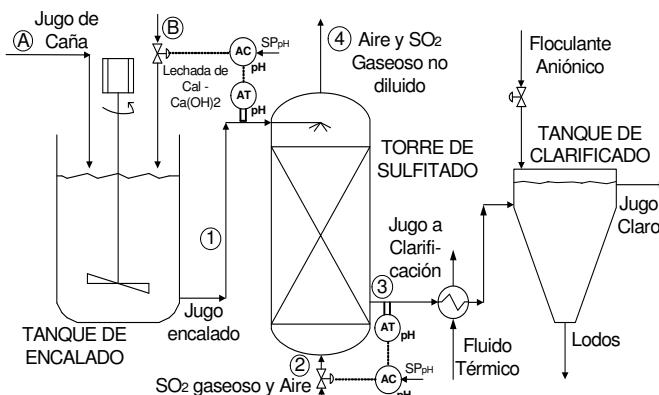


Figura 1. Diagrama de flujo general para el proceso de clarificación.

La clarificación tiene en realidad dos propósitos: *i)* proporcionar la cantidad suficiente de  $\text{SO}_3^{2-}$  libre para que en procesos posteriores la presencia de dicho ión ayude al blanqueamiento del producto y a su desinfección (función de la sulfitadora), *ii)* proporcionar el suficiente  $\text{Ca}^{2+}$  para que se de la precipitación de material contaminante en el tanque de clarificación.

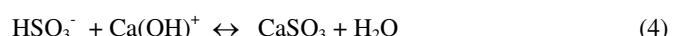
El proceso de clarificación se ve afectado por varias perturbaciones, entre ellas: cambio en la materia prima (tipo, maduración y calidad de la caña), preparación de la cal o sacarato, flujos de jugo cambiantes por alteraciones en la

operación de molinos, entrada de corrientes de recirculación del proceso (jugo filtrado, aguas dulces, etc.). En algunos ingenios, las variaciones del flujo de jugo en una línea de molienda pueden estar entre 100 y 220 lit/s. Esto provoca variaciones en la concentración de sulfitos entre 35 y 120 ppm en el jugo de salida de la torre de sulfitado. Por tal razón, el diseño de un sistema de control adecuado para la torre es una prioridad, si se quiere garantizar la eficiencia de la clarificación y el blanqueo. Se utilizará para el diseño simultáneo de proceso y control un Modelo Semifísico de Base Fenomenológica (MSBF) presentado en Alvarez et al, (2009). El modelo se basa en las especies químicas  $\text{SO}_3^{2-}$  y  $\text{Ca}^{2+}$ , procediendo de modo similar al modelo presentado en (de Prada et al., 1984), pero ampliando la explicación al efecto total del encalado previo e incluyendo una justificación desde la teoría de invariantes de reacción (Asbjørnsen, 1972; Fjeld et al. 1974; Gustaffson, 1982).

A continuación se presentan las ecuaciones del modelo, deducidas y explicadas en (Alvarez et al., 2009), junto con el diagrama de bloques utilizado para identificar las distintas corrientes del proceso.

Figura 2. Diagrama de bloques mostrando los Sistemas de Proceso presentes en la torre sulfitadora

Reacciones químicas que se dan en el encalado y la sulfitación:



que con las siguientes definiciones de invariantes de reacción, equivalentes a estados del proceso:

$$X = [\text{Ca}(\text{OH})^+] + [\text{HSO}_3^-] = [\text{OH}^-] - [\text{H}^+] \quad (5)$$

$$C = [\text{H}_2\text{SO}_3] + [\text{HSO}_3^-] \quad (6)$$

produce las dos ecuaciones de estado del modelo, en las que el subíndice de los flujos (F) corresponde a los números de corrientes señalados en la Figura 2:

$$\frac{dX}{dt} = \frac{F_1}{V} [\text{Ca}(\text{OH})^+]_i - \frac{F_1}{V} X - \frac{\alpha \cdot k \cdot h \cdot C_{sat}}{V} F_2 + \frac{\alpha \cdot k \cdot h}{V} F_2 \cdot C \quad (7)$$

$$\frac{dC}{dt} = -\frac{F_1}{V} C + \frac{k \cdot h \cdot C_{sat}}{V} F_2 - \frac{k \cdot h}{V} F_2 \cdot C \quad (8)$$

Con el primer estado X siendo el balance de carga electrónica en

la solución, y el segundo estado  $C$  el balance del anión último.  $\alpha$  es la fracción de ácido sulfuroso ionizado en el jugo:

$$\alpha = \frac{-K_{eq\_2} + \sqrt{(K_{eq\_2})^2 + 4 \cdot K_{eq\_2} \cdot C}}{2 \cdot C} \quad (9)$$

que se calcula en función de la constante de equilibrio del ácido sulfuroso:

$$K_{eq\_2} = \frac{[HSO_3^-][H^+]}{[H_2SO_3]} = \frac{(\alpha \cdot [H_2SO_3]_{inicial})^2}{(1-\alpha) \cdot [H_2SO_3]_{inicial}} \quad (10)$$

y cuyo valor numérico está dado por:

$$K_{eq\_2} = 10^{\left(\frac{853}{T_{abs}-4.74}\right)} \quad (11)$$

Por su parte,  $h$  es la altura de la torre de sulfitación y  $k$  es una constante asociada con la transferencia de masa  $F_5$  que se da entre el SO<sub>2</sub> gaseoso y el jugo:

$$F_5 = K_{TdeM} \cdot (C_{sat} - C) = k \cdot F_2 \cdot h \cdot (C_{sat} - C) \quad (12)$$

Finalmente, el valor del pH a la salida de la torre de sulfitado se calcula luego de hallar la siguiente expresión polinómica para la concentración del ión H<sup>+</sup>:

$$[H^+]^2 + X * [H^+] - Kw = 0 \quad (13)$$

con  $Kw$  la constante de disociación del agua, cuyo valor numérico se calcula como:

$$Kw = 0.45344659 \cdot \exp\left(\frac{-19010.7323}{R \cdot T_{abs}}\right) \quad (14)$$

La solución de esta ecuación de la concentración de H<sup>+</sup>, ya factorizada para detectar signo y producir siempre concentraciones mayores que cero, es (Vega, 1987):

$$[H^+] = \frac{-X \pm \sqrt{X^2 + 4 \cdot Kw}}{2} = \frac{X}{2} \cdot \left[ -1 + sign(X) \sqrt{1 + \frac{4 \cdot Kw}{X^2}} \right] \quad (15)$$

De este modo, queda listo el modelo del proceso, con dos estados (ecuaciones (7) y (8)) y una salida (ecuación (15)). Sobre este modelo se realizará todo el procedimiento de diseño simultáneo de proceso y control.

### 3. CONTROLABILIDAD DE ESTADO DE LA PLANTA

Pensando en el control de la etapa de clarificación como un todo, y mirando el modelo de los dos estados dado por (7) y (8), se propone el siguiente pareamiento de los estados con las acciones de control disponibles:

$x_1=X$  controlado con  $u_1=[Ca(OH)]^1$

$x_2=C$  controlado con  $u_2=F_2$ .

y reescribir el modelo en variables de estado como:

$$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{F_1}{V} x_1 + \frac{F_1}{V} u_1 - \frac{\alpha \cdot k \cdot h \cdot C_{sat}}{V} u_2 + \frac{\alpha \cdot k \cdot h}{V} x_2 \cdot u_2 \quad (16)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -\frac{F_1}{V} x_2 + \frac{k \cdot h \cdot C_{sat}}{V} u_2 - \frac{k \cdot h}{V} x_2 \cdot u_2 \quad (17)$$

De este modo se logra la separabilidad de estados necesaria para aplicar el análisis de controlabilidad no lineal (Hermann y Krener, 1977; Ochoa, 2005), la cual exige formular el modelo en el espacio de estados en la forma canónica afín con la entrada:  $\dot{x} = f(x) + G(x) \cdot u$ . En el caso de la sulfitadora esta formulación es inmediata:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -\frac{F_1}{V} & 0 \\ 0 & -\frac{F_1}{V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{F_1}{V} - \frac{\alpha \cdot k \cdot h \cdot C_{sat}}{V} + \frac{\alpha \cdot k \cdot h}{V} x_2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

El análisis propuesto por (Hermann y Krener, 1977; Ochoa, 2005) comprende una serie de métricas de controlabilidad práctica como los grados de libertad para el control, el rango de la matriz de controlabilidad no lineal, el determinante de la matriz asociada con la respuesta forzada y la pertenencia de la acción de control forzante ( $u^*$ ) al intervalo disponible de acciones de control. Estos índices deben ser evaluados en conjunto ya que de manera individual son condiciones necesarias más no suficientes para determinar la controlabilidad de un sistema.

#### 3.1. Grados de libertad para el control

El cálculo de grados de libertad se define como:

$$GDL = NVM - NVC \quad (19)$$

donde  $NVM$  y  $NVC$  indican el número de variables manipuladas y el número de variables a controlar, respectivamente. Si  $G.D.L < 0$ , el sistema será no controlable en la práctica y por lo tanto será necesario modificar el diseño de manera que se puedan incluir nuevas variables manipuladas (Ochoa, 2005).

En el caso de la sulfitadora, la selección de dos acciones de control para dos variables controladas garantiza que no hay grados de libertad insatisfechos en el sistema de dos estados, por tanto, el índice de controlabilidad práctica asociado a los grados de libertad se cumple en este caso ( $GDL=0$ ).

#### 3.2. Rango de la matriz de controlabilidad

A partir de la formulación matricial previa se deducen fácilmente los términos  $f(x)$  y  $G(x)$ , con los que se construye la matriz de controlabilidad no lineal del sistema (Hedrick y Girard, 2005):

$$Wc = (\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \dots, \mathbf{g}_m, [\mathbf{g}_k, \mathbf{g}_j], \dots, [ad_{g_k}^k, \mathbf{g}_j], \dots, [\mathbf{f}, \mathbf{g}_i], \dots, [ad_f^k, \mathbf{g}_i], \dots)$$

con:

$$[\mathbf{f}, \mathbf{g}] = \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f} - \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{g}(\mathbf{x})$$

$$(ad_f^1, \mathbf{g}) = [\mathbf{f}, \mathbf{g}]; \quad (ad_f^2, \mathbf{g}) = [\mathbf{f}, [\mathbf{f}, \mathbf{g}]]; \dots$$

$$(ad_f^k, \mathbf{g}) = [\mathbf{f}, (ad_f^{k-1}, \mathbf{g})]$$

Como  $\mathbf{g}_j(\mathbf{x})$  no tiene derivadas respecto a  $\mathbf{x}$  y además tiene una posición cero, y  $\mathbf{g}_2(\mathbf{x})$  aunque tiene derivadas respecto a  $\mathbf{x}$  tiene una columna:

$$[\mathbf{g}_k, \mathbf{g}_j] = 0; \dots = 0; [ad_{g_k}^k, \mathbf{g}_j] = 0$$

y además  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  sólo tiene derivadas de primer orden:

$$[ad_f^k, \mathbf{g}_i] = 0,$$

entonces se llega a:

$$Wc = (\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, [\mathbf{f}, \mathbf{g}_1], [\mathbf{f}, \mathbf{g}_2])$$

Realizando los cálculos queda:

$$[\mathbf{f}, \mathbf{g}_1] = \begin{bmatrix} \frac{F_1^2}{V^2} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad [\mathbf{f}, \mathbf{g}_2] = \begin{bmatrix} \frac{-\alpha \cdot k \cdot h \cdot C_{sat} \cdot F_1}{V^2} \\ \frac{k \cdot h \cdot C_{sat} \cdot F_1}{V^2} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{W}_c = \begin{bmatrix} \frac{F_1}{V} & \frac{-\alpha \cdot k \cdot h \cdot C_{sat}}{V} + \frac{\alpha \cdot k \cdot h}{V} x_2 & \frac{F_1^2}{V^2} & \frac{-\alpha \cdot k \cdot h \cdot C_{sat} \cdot F_1}{V^2} \\ 0 & \frac{k \cdot h \cdot C_{sat}}{V} - \frac{k \cdot h}{V} x_2 & 0 & \frac{k \cdot h \cdot C_{sat} \cdot F_1}{V^2} \end{bmatrix} \quad (21)$$

El índice básico de controlabilidad de estado se refiere al rango de la matriz  $\mathbf{W}_c$ , que debe ser igual al número “n” de estados en un sistema controlable (Hermann y Krener, 1977; Ochoa et al., 2004). En este caso el rango de  $\mathbf{W}_c = 2 = n$  para todo posible diseño de la sulfitadora, puesto que ambas filas de la matriz deben ser idénticas para que el rango sea uno y esto ocurre sólo si se cumplen las tres condiciones siguientes:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet \quad \frac{F_1}{V} = 0; \quad \frac{F_1^2}{V^2} = 0 \\ \bullet \quad \left( \frac{-\alpha \cdot k \cdot h \cdot C_{sat}}{V} + \frac{\alpha \cdot k \cdot h}{V} \right) = \left( \frac{k \cdot h \cdot C_{sat}}{V} - \frac{k \cdot h}{V} \right) \\ \bullet \quad \left( \frac{-\alpha \cdot k \cdot h \cdot C_{sat} \cdot F_1}{V^2} \right) = \left( \frac{k \cdot h \cdot C_{sat} \cdot F_1}{V^2} \right) \end{array} \right. \quad (22)$$

Esto indica que en el sentido estricto, el sistema es controlable en todo el espacio de estado, puesto que (22) sólo se cumple si  $F_1=0$  ó  $V=\infty$  ó  $\alpha=-1$ , lo cual es imposible en un proceso real.

### 3.3. Determinante de la matriz asociada a la respuesta forzada

En el análisis de Ochoa (2005) se recalca que el punto final que se desea alcanzar, y al cual se le evalúa la controlabilidad, es un punto de equilibrio forzado  $\mathbf{x}^*$ , donde en ausencia de perturbaciones ninguno de los estados del sistema cambia con el tiempo ( $\frac{dx}{dt}=0$ ) cuando se aplica la acción de control forzante  $\mathbf{u}^*$  dada por:

$$\mathbf{u}^* = -[\mathbf{G}(\mathbf{x}^*)]^{-1} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}^*) \quad (23)$$

Si la inversa de la matriz  $\mathbf{G}$  no existe, entonces no será posible obtener una acción de control que permita garantizar el punto de equilibrio deseado, y por lo tanto, no se podrá garantizar la controlabilidad práctica del sistema.

Por una parte, se garantiza la existencia de la inversa  $[\mathbf{G}]^{-1}$ , si  $\det(\mathbf{G}) \neq 0$ . Para la sulfitadora se obtiene:

$$\det(\mathbf{G}) = \frac{F_1 \cdot k \cdot h \cdot C_{sat}}{V^2} - \frac{F_1 \cdot k \cdot h}{V^2} x_2 \neq 0 \quad (24)$$

Lo que se cumple siempre que  $C_{sat}$  sea diferente del estado  $x_2 = C$ . Volviendo al modelo, se evidencia que la concentración de saturación de  $\text{SO}_2$  disuelto en soluciones acuosas difícilmente será igual a la concentración de ácido en el sulfitador ( $C$ ) a las condiciones típicas de operación del proceso (Mondal, 2007).

### 3.4. Pertenencia de la acción de control forzante ( $\mathbf{u}^*$ ) al intervalo disponible de acciones de control.

Finalmente, es necesario verificar la pertenencia de la acción forzante al intervalo disponible de acciones de control. Utilizando la ecuación (23) es posible calcular las entradas asociadas al punto de equilibrio ( $X^*, C^*$ ) de la planta. Se obtiene:

$$\mathbf{G}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{V}{F_1} & \frac{\alpha \cdot V}{F_1} \\ 0 & \frac{V}{k \cdot h \cdot (x_2 - C_{sat})} \end{pmatrix} \quad (25)$$

y luego:

$$u_1^* = X^* + \alpha \cdot C^* \quad (26)$$

$$u_2^* = \frac{F_1 \cdot C^*}{k} \quad (27)$$

A la luz de estos resultados, dos de los índices de controlabilidad de estado se cumplen *a priori*, dados los pareamientos variable manipulada-variable controlada tomados. En efecto, no hay grados de libertad insatisfechos y la matriz de controlabilidad tiene rango completo y existe la inversa de la matriz asociada a la respuesta forzada, ecuación (25). Estos índices, se incorporan en el proceso de diseño, como una manera de evaluar la controlabilidad de estado de la planta al aplicar la metodología de diseño simultáneo del proceso y control que se describe detalladamente a continuación.

## 4. EL DISEÑO SIMULTÁNEO DEL PROCESO Y EL CONTROL

A continuación se presenta el planteamiento del problema de Diseño Simultáneo de Proceso y Control (DSPC). Éste consiste en, dados el caudal y la temperatura del jugo de caña que llega a la etapa de sulfitación, determinar las dimensiones, el punto de operación y los parámetros del regulador que optimicen el funcionamiento de esta etapa. Esto se logra, minimizando los costos de inversión y de operación de la planta y un índice de desempeño dinámico a lazo cerrado, mientras se imponen restricciones sobre las condiciones de controlabilidad de estado.

### 4.1. Problema de diseño y control de la sulfitadora

Un paso previo a la formulación matemática del problema de diseño integrado, es la definición de los objetivos económicos, de operación y de control, en función de los requerimientos del proceso. Para el caso particular de la torre sulfitadora seleccionada para este trabajo, se desea obtener una corriente de salida de jugo de caña con un pH alrededor de 4.5, con un flujo de jugo de caña a la entrada de 11.05 lit/s.

Los objetivos económicos se centran en minimizar los costos de inversión, relacionados directamente con la altura de la torre y de operación, relacionados con el flujo de gas ( $\text{SO}_2$ ). Entre los objetivos de operación se tiene que el flujo máximo de gas no supere los 0.013 mol/s y que el pH del jugo entrante ( $pHe$ ), regulado previamente en el tanque de encalado, se encuentre entre 7.5 y 8.5 unidades. La variable,  $pHe$ , se relaciona directamente con la entrada  $u1=[\text{Ca(OH)}^+]^l$  a través de la relación  $[\text{Ca(OH)}^+]^l = \frac{Kw}{10^{-pHe}}$ .

Considerando los objetivos de control, en primer lugar, los diseños deben satisfacer las métricas de controlabilidad de estado calculadas en la sección anterior, para garantizar que la planta sea controlable. En la sección anterior se determinó que algunas condiciones de controlabilidad de estado se cumplen *a priori*, pero se deben verificar las ecuaciones (26) y (27). Por otra parte, operando a lazo cerrado se debe minimizar el error en la respuesta cuando el sistema está sometido a perturbaciones

típicas del proceso, lo cual se mide utilizando el ISE (Integral Square Error). Además, se desea que el elemento final de control, que en este caso es la válvula que regula el flujo de gas ( $F_2$ ), se sature el menor número de veces posible. A continuación se presenta la descripción del sistema de control.

Para la medición de las salidas, se tiene un sensor de pH ubicado en la descarga de la torre sulfitadora, cuya señal permite obtener el primer estado  $X$  a través de la ecuación (15) y la definición de pH. La medición del segundo estado  $C$  es mucho más compleja puesto que se deberían detectar sulfitos (grupos  $\text{SO}_3^{2-}$ ) donde se encuentren (Light, 1997). Sin embargo, utilizando el sensor de pH de salida y un sensor de pH en la entrada, y mediante el balance iónico en la sulfitadora, es posible reconstruir el segundo estado:  $C$  (Alvarez et al., 2009).

Un pareamiento variables manipuladas-estados como el presentado arriba, se justifica en un montaje real si se tiene en cuenta que en el tanque de encalado (previo a la sulfitadora), se realiza la adición de lechada de cal de modo que se logre la concentración de  $\text{Ca}(\text{OH})^+$  deseada en la línea de entrada a la sulfitadora  $[\text{Ca}(\text{OH})^+]$ . Esta es la primera acción de control, que actúa sobre el primer estado del proceso (invariante asociado con la carga electrónica ( $X$ )). Por otra parte, la adición de  $\text{SO}_2$  gaseoso ( $F_2$ ), que conlleva una reacción instantánea  $\text{SO}_2\text{-H}_2\text{O}$  pero con fracción  $\alpha$  disociada del ácido sulfuroso que se produce, conforma la segunda acción de control, utilizada para regular la concentración del anión último (segundo estado  $C$ ), de vital importancia para el blanqueo y desinfección.

Como ya se mencionó, para instalar lazos de control para los dos estados se requieren dos sensores. Sin embargo, lo que ocurre, normalmente, en los procesos industriales para producir azúcar, es que sólo se dispone de un sensor de pH en la línea de salida de jugo de la sulfitadora. Por lo tanto, el control de la sulfitadora utilizando la instrumentación típica de este proceso a nivel industrial (solo un medidor de pH), se limita a tomar como única acción de control el flujo gas ( $\text{SO}_2$ ) desde el quemador de azufre ( $F_2$ ) para regular el pH del jugo a la salida de la sulfitadora. Por consiguiente, se debe resaltar el desplazamiento de los objetivos de control del espacio de estado (control total del estado  $x_1=X$  y  $x_2=C$ ) a un objetivo de control único en el espacio entrada-salida (la salida única del proceso dada por el sensor de pH en la descarga de jugo desde la sulfitadora).

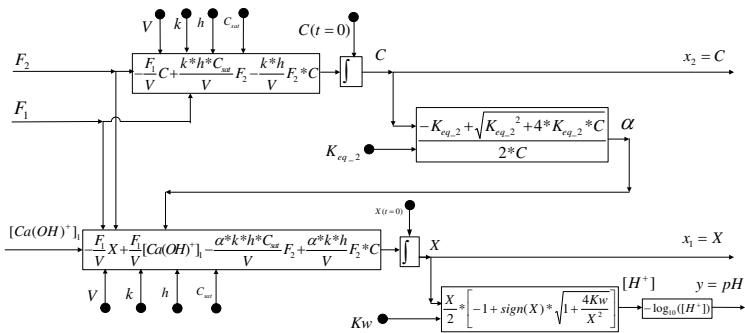


Figura 3. Representación del modelo de la sulfitadora en un diagrama de flujo de información.

Esta reducción del problema lo muestra como uno de una entrada – una salida, con la salida asociada directamente al primer estado ( $x_1=X$ ) y considerando el otro estado ( $C$ ) como una perturbación para la sulfitadora. Ese supuesto no está lejos

de la realidad del montaje mostrado en la Figura 1, ya que  $C$  es consecuencia directa del encalado y a su vez afecta a  $X$ . Sin embargo, debe recordarse que la aproximación por invariantes de reacción establece dos estados desde los cuales se reconstruye el pH como salida del proceso. Por lo tanto, el problema es SISO desde la visión entrada-salida, pero resulta ser de dos entradas ( $F_2$  y  $[\text{Ca}(\text{OH})^+]$ ), dos estados ( $X$  y  $C$ ) y una salida ( $\text{pH}$ ), desde la visión de control de estado. Aunque se supone que en el encalado previo se controla la concentración de  $\text{Ca}(\text{OH})^+$ , ésta es una de las perturbaciones si sólo se tiene una acción de control ( $F_2$ ) junto con el caudal de jugo  $F_1$ . En la Figura 3 se muestra el Diagrama de Flujo de Información que representa al modelo dinámico de la sulfitadora (ecuaciones (16) y (17)). Lo recién discutido se aprecia mejor en este diagrama, donde se ve el efecto que tiene manipular el flujo de gas ( $F_2$ ) para controlar el pH, como se hace en los ingenios. Sin embargo, otras estructuras de control podrían proponerse para lograr un mejor desempeño.

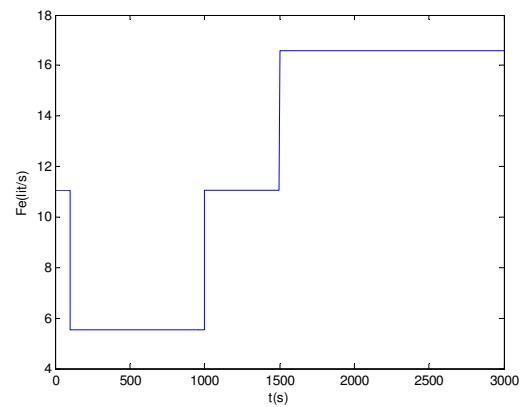


Figura 4. Régimen de perturbaciones en el flujo de entrada Fe.

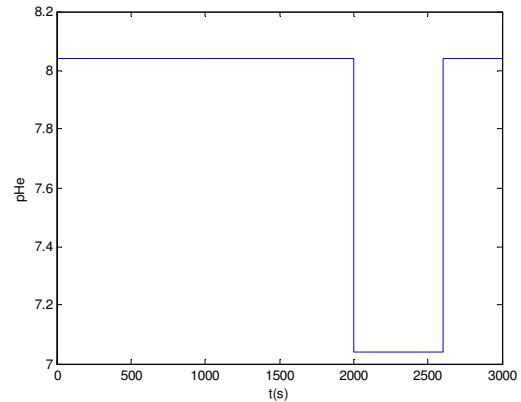


Figura 5. Régimen de perturbaciones en el pH de entrada pHe (equivalente a  $[\text{Ca}(\text{OH})^+]^1$  ).

Con la intención de mantener la automatización del proceso con el menor costo económico posible, es práctica común en los ingenios dotar al proceso de encalado y sulfatado de un solo lazo de control: el de pH. Buscando una réplica exacta de la situación más frecuente en la práctica industrial, en este trabajo se reduce el proceso de un sistema MIMO a un proceso SISO. Aunque existe interacción entre las dos dinámicas, se puede observar del modelo que tal interacción es en una sola dirección: sólo de una variable sobre la otra, lo que hace válida tal reducción.

Finalmente, la estrategia de control para este caso de estudio se resume en controlar el pH a la salida manipulando el flujo de gas

( $F_2$ ), el estado  $C$  se constituye así en una variable intermedia (como se ve en la Figura 3), mientras que la concentración de iones de calcio provenientes del encalado  $[\text{Ca}(\text{OH})^+]^1$ , (o  $p\text{He}$ ), y el flujo de jugo ( $F_1$ ) son las perturbaciones.

Se propone un lazo de control sencillo, con un PID, para ilustrar de manera fácil y muy intuitiva la metodología de diseño integrado. Además, esta estrategia de control se ajusta a la situación actual de los ingenios azucareros. No obstante, la metodología es directamente extensible a un controlador predictivo multivariable (Francisco y Vega, 2006)

La respuesta dinámica de la planta se evalúa utilizando el modelo presentado en la sección 2, por un tiempo de simulación de 3000seg, considerando las perturbaciones sobre el flujo y pH de la corriente de entrada ( $F_1$  y  $p\text{He}$ ) que se muestran en las Figuras 4 y 5.

#### 4.2. Formulación matemática del problema de diseño simultáneo de proceso y control aplicado a la torre sulfitadora

Al formular el problema de optimización se pretende determinar la altura del sulfitador ( $h$ ), y los valores en estado estacionario del flujo de  $\text{SO}_2$  ( $\bar{F}_2$ ) y del pH del jugo de entrada ( $\bar{p\text{He}}$ ) que optimicen el funcionamiento de la planta, minimizando los costos de inversión, de operación y control, cumpliendo las restricciones impuestas sobre los índices de controlabilidad de estado y de desempeño dinámico.

Matemáticamente se puede expresar el diseño como un problema de optimización no lineal con restricciones. La función objetivo representa los costos de construcción y operación de la planta (en unidades monetarias normalizadas, UMN), y se ha tomado del siguiente modo:

$$f_{\text{costo}} = \alpha \cdot h^2 + \beta \cdot \bar{F}_2 + \text{factorcontrol} \cdot \text{ISE} \quad (28)$$

donde el primer término depende de  $h$ , la altura normalizada de la torre de sulfitación, y representa los costos de construcción. El segundo término es proporcional a  $\bar{F}_2$ , el flujo de gas que entra a la torre en estado estacionario, también normalizado, y representa los costos de operación. A esto se añade un tercer término, proporcional al ISE (Integral Square Error), para representar los costos de operación de la planta relacionados directamente con el funcionamiento del sistema de control. En efecto, a mayor desviación respecto al punto de operación es mayor el recurso necesario para mantener la planta operando en el punto de trabajo deseado. Por lo tanto se define *factorcontrol* en UMN para definir el costo de operación del sistema de control.

Los pesos de la función de costo se seleccionaron siguiendo criterios de diseño de procesos químicos (Walas, 1990) que establecen que los costos de operación deben ser más altos que los costos de construcción. Para este caso particular se tomó  $\alpha=0.3$ ,  $\beta=0.7$ . Por su parte, el parámetro *factorcontrol* puede ser seleccionado de acuerdo al peso que se desee dar al control en el marco de la metodología de diseño integrado.

La minimización de la función objetivo recién descrita debe cumplir con las restricciones que se presentan a continuación.

##### - Restricciones de balances

Se impone un límite máximo  $\varepsilon$  a los residuos de las ecuaciones

de estado (16) y (17) de manera de asegurar el cumplimiento del estado estacionario.

##### - Restricciones físicas

De acuerdo con el modelo de referencia de la planta real utilizada, se estima que la relación altura y sección del depósito del sulfitador es 10 aproximadamente.

Se fijan también los límites físicos razonables de las variables tanto de pH a la salida de la torre como del flujo de gas  $\text{SO}_2$  introducido en el líquido del sulfitador (ambos en estado estacionario):

$$\bar{p\text{H}} \approx 4.5 \Rightarrow |\bar{p\text{H}} - 4.5| \leq \varepsilon \quad (29)$$

$$\bar{F}_2 < 0.013 \text{ mol/s} \quad (30)$$

Otras restricciones, que deben introducirse para garantizar valores lógicos en algunos parámetros son:

$$0 < \alpha < 1 \quad (31)$$

$$0 < k < 1 \quad (32)$$

##### - Restricciones de controlabilidad

La ley de control está dada por:

$$u_2(t) = \bar{F}_2 + K_p \cdot (pH_{ref} - pH(t)) + \frac{K_p}{Ti} \int_{t_0}^t (pH_{ref} - pH(t)) dt \quad (33)$$

donde  $u_2$  es la acción de control sobre el flujo de gas,  $\bar{F}_2$  es el valor del flujo de gas en estado estacionario que corresponde en este caso al “bias” o valor de estado estacionario inicial del controlador.

Las restricciones derivadas de la aplicación de las métricas de controlabilidad de estado, ecuaciones (24), (26) y (27) son:

$$\left( \frac{\bar{F}_1 \cdot k \cdot h \cdot C_{sat}}{V^2} - \frac{F_1 \cdot k \cdot h}{V^2} x_2 \right) \neq 0 \quad (34)$$

$$\Rightarrow \text{abs} \left( \frac{\bar{F}_1 \cdot k \cdot h \cdot C_{sat}}{V^2} - \frac{\bar{F}_1 \cdot k \cdot h}{V^2} x_2 \right) \leq \varepsilon$$

donde se utiliza la barra para indicar que las variables se encuentran en estado estacionario.

$$u_1^* \rightarrow u_{1\min} \leq X^* + \alpha \cdot C^* \leq u_{1\max} \quad (35)$$

$$u_2^* \rightarrow u_{2\min} \leq \frac{F_1 \cdot C^*}{k} \leq u_{2\max} \quad (36)$$

Otra restricción, sobre la señal de control para evitar el que la válvula se sature cuando se evalúa la respuesta dinámica es:

$$Sat \leq 0 \quad (37)$$

donde *Sat* es el número de veces que la señal de control alcanza sus valores máximo y mínimo, saturando la válvula.

Finalmente, se imponen una restricción adicional sobre el índice ISE, aunque se esté minimizando dentro de los costos asociados al control, de manera de garantizar un requerimiento mínimo de desempeño dinámico de la planta:

$$ISE \leq ISE_{\max} \quad (38)$$

#### 4.3. Resolución del problema usando algoritmos genéticos

Los algoritmos genéticos son métodos estocásticos de optimización basados en los principios de la selección natural. (Goldberg, 1989; Gen y Cheng, 2000). Se seleccionó un algoritmo genético de codificación real para resolver este problema, porque ésta técnica reporta mejores resultados en

casos de minimización de funciones y problemas con restricciones (Gen y Cheng, 2000).

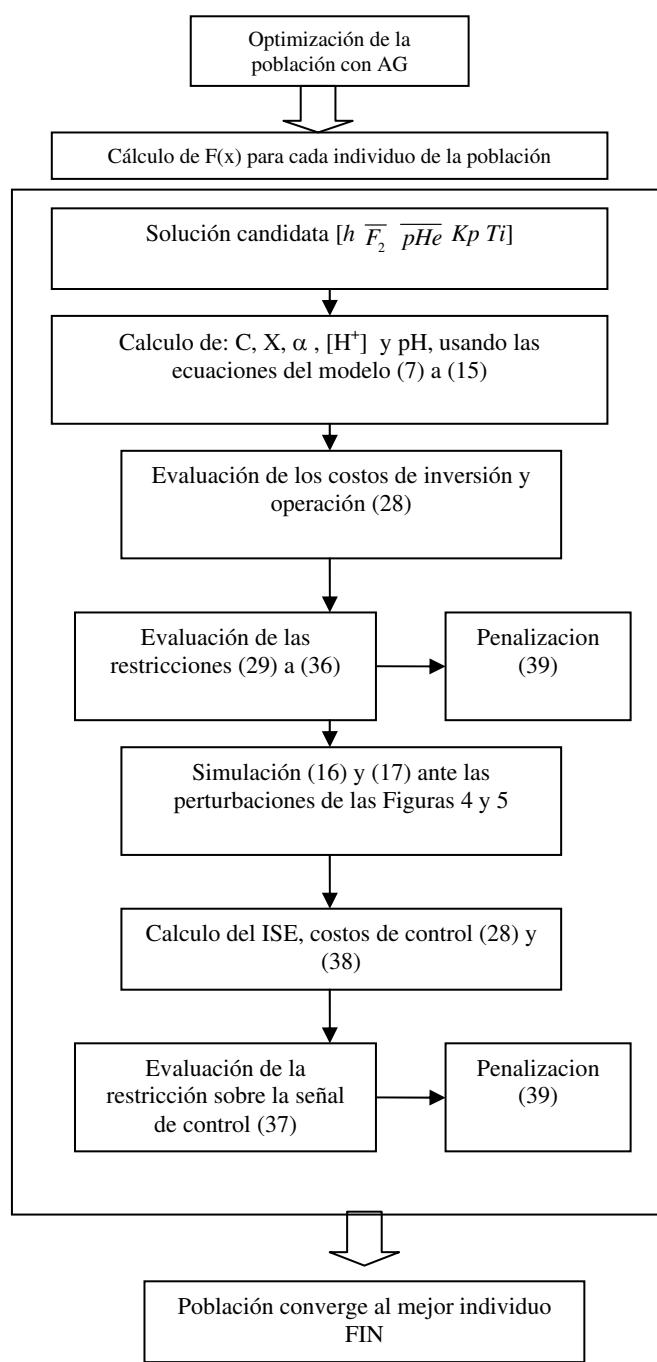


Figura 6. Evaluación de la función de adaptación para cada posible solución mientras se resuelve el problema con AG

La optimización se lleva a cabo con una población de soluciones potenciales, las cuales son evaluadas y a cada una se le asigna una función de calidad denominada función de adaptación,  $F$ , (*fitness*). En este caso, como se trata de un problema de minimización, el mejor individuo es el que tiene menor función de adaptación, entendiéndose que en este caso que el *fitness* es equivalente a la función de costos. La población evoluciona hacia regiones favorables en el espacio de búsqueda haciendo uso de los operadores de cruce, selección y mutación, hasta que,

después de varias generaciones, converge a la mejor solución del problema (Goldberg, 1989; Gen y Cheng, 2000).

El diseño simultáneo y control de la torre sulfitadora es una aplicación sencilla de la metodología, sin embargo, resulta en un problema de optimización no convexo que involucra restricciones sobre índices de control que requieren la simulación a lazo cerrado del modelo de un proceso con un comportamiento dinámico complejo. Es decir, el problema de optimización resulta difícil de resolver y puede presentar mínimos locales por lo que el uso de métodos de optimización global es recomendable.

Los algoritmos genéticos, son métodos de búsqueda global especialmente recomendados para problemas de optimización complejos debido a su simplicidad, facilidad de operación, requerimientos matemáticos mínimos y su perspectiva de búsqueda paralela (Gen y Cheng, 2000). En cuanto a la confiabilidad del método, se han desarrollado algunos estudios que prueban de manera rigurosa la convergencia matemática de los algoritmos genéticos de codificación binaria (Whitley, 1992; Rudolph, 1994; Vose, 1999). Michalewicz, (1996) señala que muchos de los fundamentos teóricos desarrollados para la codificación binaria pueden aplicarse a los algoritmos genéticos de codificación real.

El cromosoma que describe a una solución (individuo de la población) se define como un vector real de longitud fija que contiene las siguientes variables:

$$[h, \overline{F}_2, \overline{pHe}, Kp, Ti]$$

Estas son las variables de decisión del problema de optimización que corresponden a la altura de la torre, el flujo de gas alimentado en condiciones normales, el pH de entrada del jugo y los parámetros del controlador (Ganancia y tiempo integral). La acción derivativa se calcula siguiendo reglas clásicas de sintonía, en este caso  $Td = 0.16 \cdot Ti$ .

La función de adaptación (*fitness*) es la función objetivo dada por la ecuación (28). Para evaluar el ISE y la restricción dada por la ecuación (37), es necesario realizar una simulación de la respuesta de cada posible solución ante las perturbaciones señaladas en las Figuras 4 y 5. Con los datos obtenidos se determina si hubo saturación de la válvula y se calcula el valor final del ISE.

Para tratar las soluciones que no cumplen las restricciones se agrega una penalización a la función de adaptación, de manera que ésta se calcula finalmente del siguiente modo:

$$F(x) = f_{costo}(x) + R * \left( \sum_{k=1}^p \left[ \max \{0, g_k(x)\} \right]^2 \right) \quad (39)$$

donde  $x$  es el cromosoma,  $R$  es el coeficiente de penalización asociado a las restricciones de desigualdad,  $p$  es el número de restricciones de desigualdad del problema, y  $g_k(x)$  es la actual desviación de la  $k$ -ésima restricción.

Se usan los operadores de ruleta para la selección, de cruce aritmético y de mutación aleatoria, tomando como base a los resultados de trabajos previos (Revollar et al. 2005; Revollar et al., 2006) donde se resuelve este tipo de problemas utilizando algoritmos genéticos.

El problema se resuelve con una población de 100 individuos,

una tasa de mutación decreciente que va de 0.1 a 0.02 y un número máximo de iteraciones de 150.

El procedimiento de resolución del problema de optimización formulado en el apartado anterior, utilizando el algoritmo genético recién descrito, se resume en la Figura 6.

## 5. RESULTADOS

Se realizó el diseño de la torre sulfitadora cumpliendo con la especificación de que el pH a la salida de la planta sea aproximadamente de 4.5. El diseño simultáneo de proceso y control se realiza de forma automática, resolviendo un problema de optimización no lineal con restricciones con algoritmos genéticos como se describe en la sección anterior. Esto representa una ventaja respecto a la metodología clásica, porque se obtiene directamente una planta que cumple las especificaciones de diseño junto con el controlador sintonizado para cumplir los requerimientos de control.

Los valores de los parámetros de la planta, entradas y condiciones de diseño establecidas previamente se muestran en la Tabla 1.

**Tabla 1. Valores de los parámetros y entradas de la planta**

Parámetros	
pH salida	4.5
Temperatura de operación ( $\bar{T}_e$ )	328° K
Concentración de saturación ( $C_{sat}$ )	0.016 mol/lit
Flujo de entrada del jugo ( $\bar{F}_1$ )	11.05 lit/s
Coeficiente asociada a la transferencia de masa ( $k$ )	7.45 lit/(m.mol)
Relación altura/diámetro ( $h/d$ )	10
ISE <sub>max</sub>	8
<b>Parámetros relacionados con la válvula reguladora de <math>F_2</math>:</b>	
Constante de tiempo de la válvula ( $\tau_v$ )	5
Capacidad de la válvula	50
$\bar{F}_2/F_{2max}$	0.5

Con la intención de comparar diferentes exigencias de control, se plantean dos escenarios para la resolución del problema:

- El diseño simultáneo de proceso y control considerando los costos de control en la función objetivo (28), con  $factorcontrol=0.1$ , que será llamado **escenario 1**. En este caso se pretende obtener una planta más económica posible con el mejor desempeño dinámico.

- El **escenario 2**, consiste en resolver el problema de diseño simultáneo y control, pero, a diferencia del escenario anterior, **no** se consideran los costos de control proporcionales al ISE en la función objetivo ( $factorcontrol=0$ ), sino que se incluyen como restricción de controlabilidad (ecuación 37). En este caso se encontraría la planta más económica que satisface los requerimientos mínimos de desempeño dinámico.

Para las pruebas, se aplica la perturbación que se reconoce a nivel industrial más crítica para el proceso: los cambios en el caudal de jugo por variaciones en la molida (Cenicaña, 2006, ingenio La Unión, 2007). Se considera que otras perturbaciones

son de menor intensidad, y fácilmente un controlador PID puede disminuir su efecto sobre la calidad del jugo clarificado.

En la Tabla 2 se comparan los resultados obtenidos al diseñar la planta aplicando la metodología integrada considerando los dos escenarios planteados anteriormente.

**Tabla 2. Resultados del diseño simultáneo de proceso y control de la planta**

	Escenario 1	Escenario 2
Costo (UMN)	0.156	0.129
h (m)	4.99	3.38
$F_2$ (mol/s)	0.0013	0.0018
pHe	8.57	8.53
K <sub>p</sub>	-0.114	-0.0311
T <sub>i</sub>	16.45	9.117
T <sub>d</sub>	2.63	1.46
ISE	0.214	6.33
u <sub>1</sub>	$9.74 e^{-6} \leq 3.62 e^{-5} \leq 9.74 e^{-5}$	$9.74 e^{-6} \leq 3.28 e^{-5} \leq 9.74 e^{-5}$
u <sub>2</sub>	$5.20 e^{-5} \leq 1.3 e^{-3} \leq 2.0 e^{-3}$	$7.20 e^{-5} \leq 1.8 e^{-3} \leq 3.6 e^{-3}$
Sat	0	0

Es de hacer notar que en ambos casos se verificaron las métricas de controlabilidad de estado obteniéndose un determinante de la matriz asociada a la respuesta forzada distinto de cero y valores de la acción de control forzante dentro del intervalo disponible de acciones de control, como se observa en las últimas filas de la Tabla 2.

En la Figura 7 se muestra la respuesta de las plantas obtenidas siguiendo el protocolo de ensayo descrito en la sección 4.1. Se puede apreciar que la planta obtenida en el escenario 1 muestra una respuesta menos sensible a perturbaciones, lo cual es acorde con el hecho de que el ISE se haya optimizado. En la Figura 8 se muestra la señal de control para ambos casos, donde se puede observar que ninguna alcanza los límites establecidos en la ecuación (35), indicados en la Figura con el color correspondiente a cada escenario.

En la Figura 9 se muestra la respuesta del diseño resultante a lazo abierto, para poner en evidencia el efecto del controlador sobre el comportamiento general de la planta.

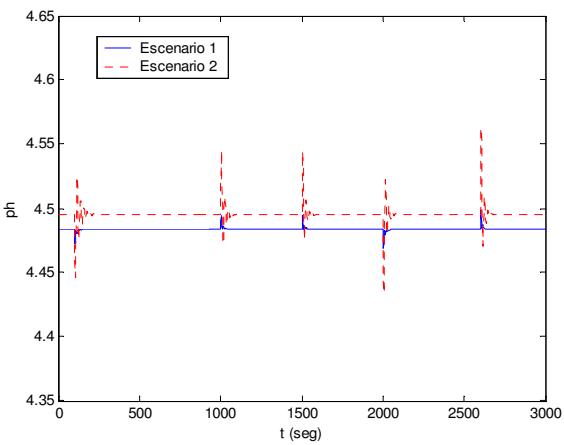


Figura 7. Comparación de la respuesta a lazo cerrado (pH) del diseño obtenido en ambos escenarios.

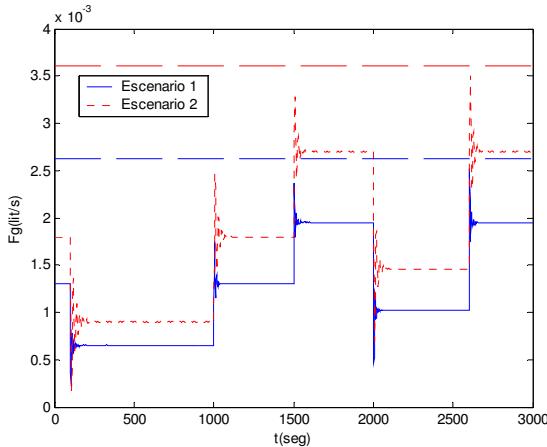


Figura 8. Señal de control ( $F_g$ ) para el diseño obtenido en ambos escenarios.

Además, con la intención de comparar la metodología de diseño clásico y la de diseño simultáneo de proceso y control, se resolvió el problema siguiendo cada una de las metodologías. Para llevar a cabo el procedimiento clásico de diseño se realizaron, en primer lugar, los mapas de operación de la torre sulfitadora para el pH de salida deseado evaluando los costos de inversión y operación en cada caso. Se escogió la planta que cumplía las especificaciones del proceso con el mínimo costo, sin tomar en cuenta criterios de controlabilidad. Luego, para esa planta, se variaron los parámetros del controlador hasta obtener el mínimo valor del ISE, utilizado como medida de desempeño. De esta manera se determinó la planta más económica con el mejor controlador.

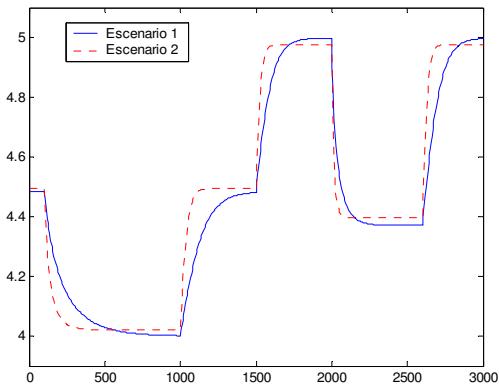


Figura 9. Respuesta a lazo abierto de las plantas obtenidas en ambos escenarios (pH)

En la Tabla 3 se muestran los resultados obtenidos al aplicar la metodología clásica y en la Figuras 10 y 11 se muestran la respuesta a lazo cerrado y la señal de control respectivamente. Se obtuvo una planta de menores dimensiones y costos que las diseñadas aplicando la metodología integrada, el ISE alcanza valores bastante bajos, pero la señal de control llega a saturarse, como se puede ver tanto en la Tabla con en la Figura 11. Esta no es una condición deseable en la operación. Aun cuando es una planta económica, su desempeño dinámico no llega a ser tan bueno como el de las plantas anteriores.

Tabla 3. Resultados del diseño de la planta aplicando la metodología clásica

Costo (UMN)	0.093
$h$ (m)	3.00
$\bar{F}_2$ (mol/s)	0.0013
$\bar{pHe}$	8
$K_p$	-0.087
$T_i$	9.786
$T_d$	1.566
ISE	0.459
$u_1$	$9.74 e^{-6} \leq u_1 \leq 9.74 e^{-5}$
$u_2$	$5.20 e^{-5} \leq u_2 \leq 1.3 e^{-3}$
Sat	2

Cabe mencionar que en esta aplicación no se obtiene un diseño definitivo, este puede y debe ser afinado a posteriori con otros criterios, como ocurre en la mayoría de los casos de diseño de sistemas de control. En este caso el PID es una técnica de control sencilla que permite ilustrar la metodología propuesta. Además, a pesar del ligero acoplamiento entre variables, la práctica industrial ha demostrado que el PID resulta una opción válida, siempre que las características del equipo de proceso estén ajustadas a las condiciones operativas.

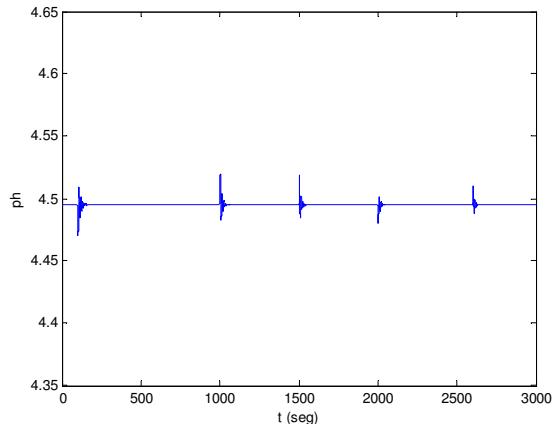


Figura 10. Respuesta a lazo cerrado (pH) de la planta obtenida aplicando la metodología de diseño clásico

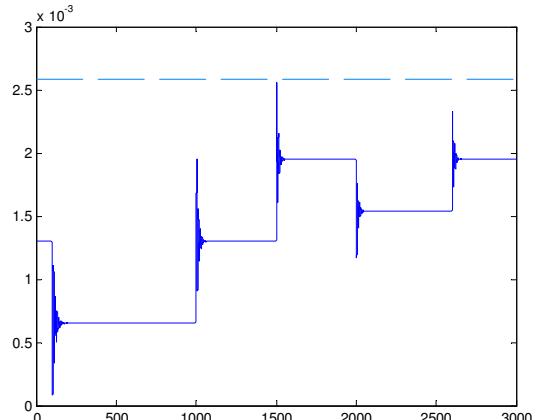


Figura 11. Señal de control de la planta obtenida aplicando la metodología de diseño clásico

## 6. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta una aproximación novedosa al problema DSPC considerando tanto la controlabilidad de estado (basada en métricas de controlabilidad práctica para sistemas no lineales) como la controlabilidad de salida. Específicamente, se aplicó al problema de diseño simultáneo de proceso y control (DSPC) de una planta sulfitadora como parte de la operación de obtención del azúcar de caña. Esta propuesta se traduce en un problema de optimización no lineal donde se imponen restricciones sobre las condiciones de operación de la planta, las medidas de controlabilidad de estado y algunos índices de desempeño a lazo cerrado, mientras se minimizan los costos de inversión, operación y control. El problema de optimización se resolvió usando un algoritmo genético de codificación real.

La controlabilidad de estado estudiada fue usada en primer término para definir cualitativamente la concepción del lazo de control, y el pareamiento más conveniente variable manipulada-variable controlada, que garantiza la ausencia de grados de libertad insatisfechos y el rango completo de la matriz de controlabilidad no lineal. Además, los requisitos de la controlabilidad de estado también establecen límites o rangos posibles en las variables de diseño, que se usan como restricciones en el cálculo del diseño simultáneo de proceso y control.

Los resultados ponen en evidencia la ventaja de aplicar esta metodología que permite obtener las dimensiones óptimas de la planta, junto con el punto de trabajo y un controlador sintonizado para garantizar los requerimientos de controlabilidad impuestos.

La metodología propuesta es general, puede ser aplicada a problemas complejos con un alto número de variables tanto enteras como reales y puede considerar cualquier esquema de control más complejo de forma directa. Concretamente en Francisco y Vega (2006) pueden encontrarse las ideas básicas de cómo extenderlo a un controlador predictivo multivariable, problema en el que actualmente estamos trabajando. Así mismo, consideramos interesante hacer un estudio del efecto de la incertidumbre en los parámetros del modelo.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo de la Red de Automatización y Control de la Industria de Transformación de la Caña de Azúcar. Red temática CYTED (506RT0303). Área temática de tecnologías para la información y comunicaciones. El proyecto DPI2006-15716-C02-01 del MCYT (España) y el proyecto DI-CAI-002-05 del Decanato de Investigación y Desarrollo de la Universidad Simón Bolívar (Venezuela).

Además, los autores expresan su agradecimiento a los Ingenieros del Ingenio La Unión S.A. de Guatemala, por toda la información brindada y a los Ingenieros de InCauca de Colombia por algunos comentarios sobre el proceso de Clarificación y sobre las estructuras de control típicas.

## REFERENCIAS

Alvarez, H., Lamanna, R., Revollar, S. y Vega, P. (2009) Modelo de base fenomenológica de una sulfitadora de jugo

de caña de azúcar. *Este n° RIAI*, Número especial industria azucarera.

- Asbjørnsen, O.A. (1972). Reaction invariants in the control of Cenicaña. (2006). Valores objetivos para la extracción de sacarosa en el proceso de molienda de caña de azúcar. *Carta trimestral. No. 2*. Centro de Investigación de la Caña de Azúcar de Colombia (Cenicaña).
- Fjeld, M., Asbjørnsen, O.A. and Astrom, K.J. (1974). Reaction invariants and their importance in the analysis of eigenvectors, state observability and controllability of the continuous stirred tank reactor. *Chem Eng. Science. Vol. 29*.
- De Prada, C., Vega, P. and Alonso, L. (1984). Modelling and simulation of a sulfitation tower for adaptive control. *Proceedings of the 11th IASTED Conference on Applied Modelling and Simulation*.
- Douglas, J.M. (1988). *Conceptual Design of chemical Processes*. McGraw-Hill.
- Emerson (2004). *Application data sheet ADS 2000-01/rev\_A*. July 2004.
- Francisco, M. y Vega, P. (2006). Diseño Integrado de procesos de depuración de aguas utilizando Control Predictivo Basado en Modelos. *Rev. Iberoamericana de Automática e Informática Industrial, Vol. 3, nº 4*. pp 88-98.
- Fisher, W.R., Doherty, M.F., y Douglas, J.M. (1988). The Interface Between Design and Control 1. Process Controllability. *Ind. Eng. Chem. Res., 27*, 597-605.
- Gen, M. y Chen, R. (2000). *Genetic algorithms and engineering optimisation*. J. W. and Sons.
- Gil, A., Vega, P. y Francisco, M. (2001). Integrated design of a pH process. *Identification and control conference Proceedings*.
- Goldberg, D.F. (1989) *Genetic Algorithm in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley, Reading, MA.
- Gustaffson, T.K. (1982). Calculation of the pH value of mixtures. *Chem. Eng. Sci. Vol. 37. No. 3*.
- Gutiérrez, G. y P. Vega. (2002). Integrated design of chemical processes and their control system including closed loop properties for disturbances rejection. *Proceedings 15th IFAC Triennial World Congress*. Barcelona.
- Ingenio La Unión S.A. (2007). Comentarios de operación zafra 2006-2007. Comunicación personal. Guatemala.
- Hedrick, J.K. y Girard, A. (2005). *Control of nonlinear dynamic systems: Theory and applications*. Berkeley Press.
- Hermann, R. y Krener, A.J. (1977). Nonlinear Controllability and Observability. *IEEE Trans. Aut. Control, 5*. 1977.
- Kim, Y. (1997). Structural Controllability Evaluation of a Nonlinear Chemical Processes Represented by Differential-Algebraic Equations. *M.Sc. Thesis. Seoul National University*, Korea.
- Kookos I. and J. Perkins. (2001). An algorithm for simultaneous process design and control. *Ind. Eng. Chem. Res. 40*, 4079.
- Light, Truman S. (1997). Industrial use and application of ion selective electrodes. *Journal of Chemical Education. Vol. 74* pp171-177.
- Luyben, W. (1993). Trade-offs between design and control in chemical reactor systems. *J. Proc. Cont., 3*, 17.
- Luyben, M. y C. Floudas. (1994). Analyzing the interaction of design and control-1. A multiobjective framework and application to binary distillation synthesis. *Comp. Chem. Eng. 18*, 933.
- Mondal, M.K. (2007). Experimental determination of dissociation constant, Henry's constant, heat of reaction,

- SO<sub>2</sub> absorbed and gas bubble-liquid interfacial area for dilute sulphur dioxide absorption into water. *Fluid Phase Equilibria*, **253**, 98-107.
- Narraway y Perkins. (1994). Selection of process control structure based en economics. *Comp. Chem. Eng.*, **18**, S511-S515.
- Ochoa, S., Alvarez, H. y Aguirre, J. (2004). Using Controllability for Chemical Equipment Design as a First Step to Integrated Design. *X Convención Internacional y Feria Informática 2004 - XI Congreso Latinoamericano de Control Automático*. La Habana- Cuba.
- Ochoa, S. (2005). A methodology for the design-control integration in state-space. *Master Thesis (in Spanish)*. National University of Colombia. [www.unalmed.edu.co/~hdalvare](http://www.unalmed.edu.co/~hdalvare)
- Revollar, S, Lamanna, R. y P Vega. (2005). Algorithmic synthesis and integrated design for activated sludge processes using genetic algorithms. *Proceedings 15th European Symposium on Computer Aided Process Engineering ESCAPE-15*, pp. 739-744. Barcelona
- Revollar, S., Lamanna, R. y P Vega. (2006). Genetic Algorithms for simultaneous design and control of Continuous Stirred Tank Reactor System. *Proceedings Chemical Process Control 7*. Lake Louise.
- Rudolph, G. (1994). Convergence analysis for canonical genetic algorithms. *IEEE Transactions on Neural Network*. pp. 96-101.
- Schweiger, C and Floudas, C. (1997). Interaction of design and control: Optimization with dynamic models. In W. Hager and P. Pardalos (Eds.) *Optimal control: Theory, algorithms and Applications*. Pp. 388-435. Kluwer Academic Publishers.
- Vega, P. (1987). Formulaciones adaptivas para reguladores PID. *Tesis Doctoral*. Universidad de Valladolid.
- Vose, M. D. (1999). *Simple genetic algorithm: Foundation and Theory*. Ann Arbor, MI: MIT Press.
- Walas, S. (1990). *Chemical Process Equipment. Selection and Design*. Butterworth-Heinemann, USA.
- Whitley, D. (1992). An executable model of a simple genetic algorithm. In D. Whitley (Ed.), *Foundations of Genetic algorithms II*. pp 45-62.