

Modelado y Control de Convertidores Conmutados Continua-Continua: Una perspectiva Tutorial

L. Martínez Salamero, A. Cid-Pastor, A. El Aroudi, R. Giral y J. Calvente

Departamento de Ingeniería Electrónica, Eléctrica y Automática

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad Rovira i Virgili, Campus Sesceletes

Països Catalans 26, 43007 Tarragona, España (e-mail: luis.martinez@urv.cat)

Resumen: En este trabajo se presenta de forma tutorial los conceptos básicos de modelado y control de convertidores conmutados continua-continua. Tras definir la Electrónica de Potencia y su dominio de utilización, se presenta la conversión continua-continua (cc-cc) como núcleo básico de aquella y se clasifican los convertidores conmutados cc-cc como sistemas de estructura variable. Se introduce posteriormente la noción de regulador conmutado y se describe el funcionamiento de un modulador de anchura de pulsos para derivar un modelo de tiempo continuo a partir de un análisis de la dinámica promediada del convertidor. A partir del modelo de tiempo continuo del convertidor, se obtiene el modelo dinámico del regulador conmutado y se describen controladores lineales de un solo lazo y controladores en cascada. El control no lineal de convertidores se aborda a partir de la inducción de regímenes deslizantes en las estructuras de potencia. Se establece a continuación la equivalencia de estos sistemas con los que utilizan modulador de anchura de pulsos, y se describen algunas de sus aplicaciones. Finalmente se ofrece una perspectiva de las técnicas de estudio de la dinámica no lineal en convertidores mediante un enfoque generalizado a partir de un modelo de tiempo discreto que permite analizar las bifurcaciones resultantes y controlar el caos. *Copyright ©2009 CEA.*

Palabras Clave: Convertidores conmutados, sistemas de estructura variable, sistemas no lineales, modulación de anchura de pulsos, control no lineal, control en modo de deslizamiento, sistemas de control lineal, control H-infinito, comportamiento caótico.

1. INTRODUCCIÓN

El dominio de utilización de la Electrónica de Potencia es el de la conversión y control de la energía eléctrica para aplicaciones industriales, comerciales o domésticas. Identificada muchas veces con la Electrónica Industrial, la Electrónica de Potencia surge de la interacción de disciplinas independientes con un alto grado de madurez, como la Teoría de Control o la Teoría de Circuitos, con materias tecnológicas en constante evolución como son la Electrónica Analógica y Numérica, los Microprocesadores, los Dispositivos Semiconductores de Potencia, los circuitos VLSI o las Máquinas Eléctricas (Midelbrook, 1981).

Elemento clave en la regulación y control de máquinas eléctricas desde hace más de sesenta años, la Electrónica de Potencia se asoció inicialmente a procesos de potencia y corriente elevada para experimentar un desarrollo alternativo en sistemas de baja frecuencia, baja potencia y baja corriente a finales de los años sesenta del siglo veinte con la aparición de los convertidores conmutados en los sistemas de alimentación de satélites y de otros ingenios espaciales.

Los convertidores conmutados fueron abriendose paso paulatinamente como núcleo básico de sistemas de alimentación en aplicaciones terrestres, siendo la industria informática y de telecomunicaciones dos de sus grandes deudoras, para formar parte hoy en día de la arquitectura eléctrica de cualquier equipo de instrumentación electrónica. La importancia de este desarrollo se tradujo en un mercado muy dinámico, en constante expansión y con atractivos retos para los ingenieros, lo que suscitó la atención de expertos en componentes magnéticos y dispositivos electrónicos, teóricos de Circuitos y Sistemas e investigadores de Teoría de Control para crear en 1970, bajo los auspicios de la

IEEE Aerospace and Electronics Systems Society y otras sociedades del dicho instituto, el primer congreso de lo que se denominó Electrónica de Potencia Moderna, el cual a partir de aquella fecha hasta su desaparición en 2008 ha venido aglutinando bajo el nombre de PESC (Power Electronics Specialists Conference) a la mayoría de investigadores que trabajan en el ámbito de los convertidores en todo el mundo. El diseño de los convertidores conmutados requiere conocimientos interdisciplinares en los que a las nociones de análisis y modelado, simulación y control, hay que añadir el conocimiento tecnológico requerido por los elementos magnéticos, elementos capacitivos, y dispositivos semiconductores de potencia utilizados en la realización del convertidor (Ericsson y Maksimovic, 2001), (Kassakian *et al*, 1991).

La forma más simple de describir en primera aproximación el convertidor continua-continua es mediante un cuadripolo en cuyo puerto de entrada se extrae energía de una fuente primaria (batería, panel fotovoltaico, rectificador o pila de combustible) para suministrarla a la carga en el puerto de salida según especificaciones.

Así, podemos encontrar consumos estables y márgenes de tensión de salida estrictos en equipos de instrumentación, consumos pulsantes en alimentaciones láser o consumos muy variables en alimentaciones de motores.

Las arquitecturas eléctricas de los sistemas de alimentación han evolucionado desde una configuración centralizada a una configuración distribuida pasando por una configuración modular. Los sistemas de potencia centralizados utilizan un único convertidor de múltiples salidas con diferentes valores de tensión y niveles de regulación conectadas a sus cargas respectivas a través de buses individuales. Su ventaja principal

radica en la concentración en una sola caja de toda la tecnología de procesado de potencia incluyendo la gestión térmica. Sin embargo, su adecuación a los requisitos de las nuevas generaciones de equipos electrónicos es muy limitada. Por otra parte, los sistemas modulares emplean múltiples convertidores ubicados en un único punto alejado de la carga, de manera que pueden combinarse tensiones y corrientes para satisfacer los requerimientos de aquella. Están especialmente indicados para aplicaciones de alta potencia y pueden estandarizarse fácilmente, de forma que en su diseño pueden utilizarse técnicas convencionales de baja potencia. Los sistemas distribuidos presentan las ventajas de los sistemas modulares con el añadido de que los diferentes convertidores pueden estar ubicados en diferentes puntos. Utilizan un convertidor de entrada que proporciona un bus intermedio de corriente continua al que se conectan múltiples convertidores que actúan como interfaz con sus respectivas cargas. Estos convertidores están ubicados en el punto de utilización (punto de carga) y se emplean para proporcionar las tensiones locales que requieren las diferentes cargas. Este tipo de arquitectura presenta notables ventajas respecto a las anteriores en términos de gestión térmica y encapsulado, disminución de tamaño del elemento modular de base, reducción de armónicos e interferencias electromagnéticas, estandarización del diseño, facilidad de redundancia y fiabilidad, accesibilidad y mantenimiento, regulación en punto de carga y flexibilidad para diseñar arquitecturas complejas. En la actualidad las arquitecturas de potencia distribuida son el mejor candidato para afrontar los requerimientos de las nuevas arquitecturas de alimentación, entre las que destaca la requerida por microprocesadores con frecuencias de reloj de gigaherzios a partir de tensiones menores de 1 V con corrientes nominales de carga del orden de 30 A (Luo y Batarseh, 2005).

Existen dos familias básicas de convertidores, los convertidores de conmutación dura y los convertidores resonantes. Dado que los convertidores de conmutación dura tienen una mayor implantación industrial, dominando especialmente el ámbito de las arquitecturas de alimentación, centraremos este trabajo en una descripción sucinta de su funcionamiento, de la forma de modelarlos y de la manera de controlarlos.

2. SISTEMAS PROCESADORES DE POTENCIA

Los sistemas procesadores de potencia pueden explicarse como contraposición a los sistemas procesadores de señal. Si en estos últimos la energía sirve para garantizar el proceso de transformación de la información de entrada en información de salida, en los primeros se usa la información para transformar la potencia de entrada en potencia de salida con el máximo rendimiento. Si descendemos al nivel de los elementos que se utilizan para realizar de forma analógica un sistema procesador de señal, encontramos que éste está constituido de resistores, condensadores y semiconductores en zona lineal de funcionamiento, siendo el inductor el elemento a excluir en cualquier diseño. Realizando la misma observación en un sistema procesador de energía descubrimos que los elementos que lo constituyen son inductores, condensadores y semiconductores funcionando en zona de conmutación, siendo el resistor el elemento prohibido en cualquier configuración.

Las funciones electrónicas básicas de un sistema procesador de potencia son: 1) regulación de tensión 2) adaptación de impedancias en corriente continua 3) capacidad de asociación con otros procesadores de potencia 4) generación de señales de potencia a partir del seguimiento de referencias.

En este artículo nos centraremos principalmente en la regulación

de tensión dejando la descripción de las otras funciones para futuros trabajos.

2.1 El regulador conmutado

La regulación de tensión se realiza mediante un regulador conmutado cuyo diagrama de bloques aparece en la figura 1.

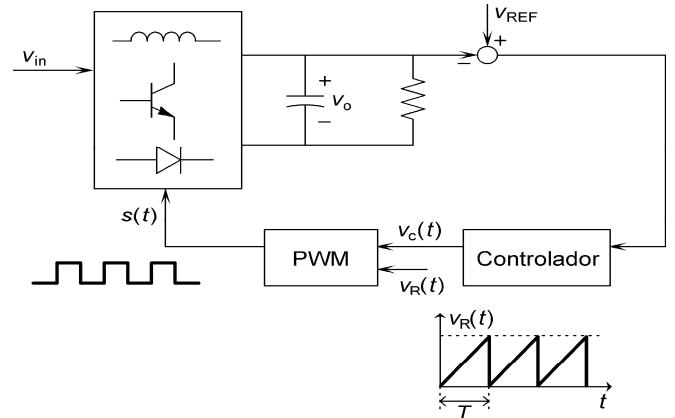


Figura 1 Diagrama de bloques de un regulador conmutado cc-cc

El convertidor conmutado cc-cc constituye la etapa de potencia y realiza propiamente la transformación de la energía de entrada en forma de tensión no regulada V_{in} en energía de salida en forma de tensión regulada V_o . Se consigue la regulación procesando el error de tensión de la salida mediante un controlador cuya salida constituye la entrada de control v_c de un modulador de anchura de pulsos (PVM). La comparación entre la señal v_c y una señal periódica v_r establece el instante de finalización del subintervalo de entrada de energía en el convertidor. Mientras v_c es menor que v_r , la señal de salida del modulador $S(t)$ está en un nivel alto y el convertidor se encuentra en una fase de almacenamiento de la energía de entrada en el campo magnético de los inductores (Subintervalo T_{ON}). Cuando v_c iguala a v_r , la señal $S(t)$ pasa a nivel bajo y el convertidor conmutado transfiere la energía almacenada en el subintervalo T_{ON} a la capacidad de salida (Subintervalo T_{OFF}). Obsérvese que: Las entradas del modulador son analógicas y su salida es digital. La suma de las duraciones de los subintervalos T_{ON} y T_{OFF} es T , valor constante proporcionado por la señal $v_r(t)$. Denominaremos d , ciclo de trabajo, a la relación T_{ON}/T .

La señal $v_c(t)$ tiene una variación lenta en comparación con $v_r(t)$ para permitir la modulación de la anchura (duración) de los pulsos. Con independencia del tipo de convertidor, la mayor duración de T_{ON} (mayor ciclo de trabajo) implica mayor tensión de salida.

La repetición periódica del proceso de absorción de energía-transferencia a la salida, realizada con una frecuencia muy elevada (T muy pequeño), permite crear una tensión continua en la salida.

2.2 El convertidor conmutado como sistema de estructura variable

Los convertidores conmutados cc-cc constituyen una clase particular de sistemas no lineales de tiempo discreto y variantes con el tiempo. La repetición constante de la secuencia absorción-transferencia de energía se traduce en un cambio cíclico de la configuración topológica del convertidor, originando una secuencia repetitiva de 2 ó 3 estructuras circuitales en las que el tiempo de duración de cada estructura no es fijo debido a la

modulación de T_{ON} y/o T_{OFF} . Los convertidores conmutados cc-cc son, por tanto, sistemas de estructura variable cuyo control debe abordarse después de modelar su comportamiento dinámico en el dominio de la frecuencia. Para ilustrar los pasos previos al modelado de estos sistemas se han representado en la figura 2a dos convertidores conmutados cc-cc cuya representación mediante un conmutador aparece en la figura 2b.

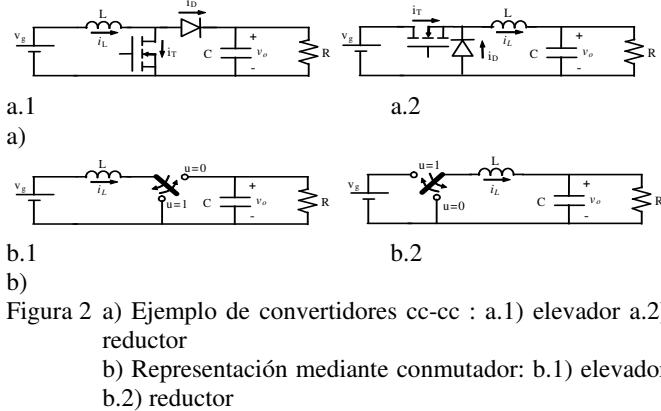


Figura 2 a) Ejemplo de convertidores cc-cc : a.1) elevador a.2) reductor
b) Representación mediante conmutador: b.1) elevador b.2) reductor

Se define la corriente i_S del conmutador como la suma de la corriente del transistor (i_T) y del diodo (i_D). Si la corriente i_S no se anula nunca, diremos que el convertidor trabaja en modo de conducción continua. Por el contrario, si existe un subintervalo de T_{OFF} durante el que la corriente i_S es cero, diremos que el convertidor opera en modo de conducción discontinua. En la figura 3 se muestran ambos modos de conducción.

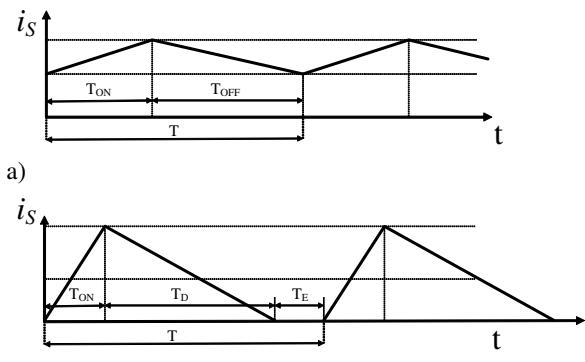


Figura 3 Ilustración de los modos de conducción de un convertidor
a) Modo de conducción continua (MCC)
b) Modo de conducción discontinua (MCD)

En el caso MCC el convertidor de la figura 2a presenta la secuencia repetitiva de las dos estructuras circuitales mostradas en la figura 4a en la que aparecen asociadas a las mismas las correspondientes ecuaciones de estado. De forma análoga se muestra en la figura 4b la secuencia correspondiente a MCD. Nótese que las dos primeras estructuras de MDC coinciden con las correspondientes de MCC, y que su presencia viene establecida por la acción del control. Sin embargo, la aparición de la tercera estructura está ocasionada por la anulación de la corriente en el diodo durante el subintervalo T_{OFF} . Este cambio estructural por la evolución de una variable interna permite clasificar a los convertidores en MCD como sistemas híbridos.

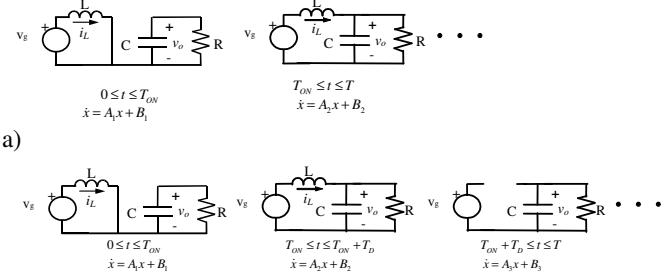


Figura 4 Secuencia circuital del convertidor de la figura 2a
a) Modo de conducción continua (MCC)
b) Modo de conducción discontinua (MCD)

El vector de estado X de un convertidor contiene como componentes todas las tensiones de los condensadores y corrientes de los inductores que sean independientes. Por otra parte, los convertidores son sistemas estables en lazo abierto, de forma que el comportamiento típico de una variable de estado genérica X_I es el representado en la figura 5.

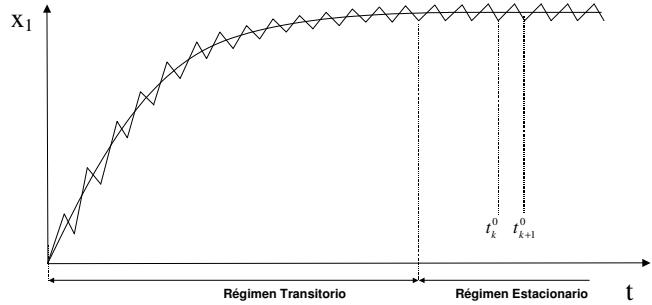


Figura 5 Comportamiento de una variable de estado genérica X_I

Conviene hacer notar dos aspectos que cobran una importancia especial en el análisis y modelado de convertidores. En primer lugar, el carácter periódico del vector de estado en régimen estacionario y, en segundo lugar, la imposibilidad de describir analíticamente $X_I(t)$ tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia (Prajoux *et al.*, 1976).

Si asociamos $X_I(t)$ a la corriente del inductor $i_L(t)$ en MCC, denominamos $i_L(t_{0K})$ al valor de dicha corriente al principio del ciclo k -ésimo e $i_L(t_{0K+1})$ al valor de la misma al final del ciclo, en régimen estacionario podremos escribir

$$i_L(t_{0K+1}) = i_L(t_{0K}) + \frac{1}{L} \int_{t_{0K}}^{t_{0K+1}} v_L(t) dt = i_L(t_{0K+1}) \quad (1)$$

De (1) se desprende que

$$\int_{t_{0K}}^{t_{0K+1}} v_L(t) dt = 0 \quad (2)$$

La expresión (2) permite afirmar que el valor medio de la tensión en cualquier inductor es cero en régimen estacionario. Un razonamiento similar nos llevaría a concluir lo mismo sobre el valor medio de la corriente en cualquier condensador.

Obsérvese que la aplicación de (2) al convertidor de la figura 2a, suponiendo que las tensiones de entrada V_g y de salida V_o son constantes en régimen estacionario, proporcionaría la relación

$$V_o = \frac{V_g}{1 - \frac{T_{ON}}{T}} = \frac{V_g}{1 - D} \quad 1 < D < 0 \quad (3)$$

donde D representa el ciclo de trabajo en régimen estacionario.

La expresión (3) muestra que el convertidor de la figura 2a presentará en la salida una tensión superior a la de la entrada. Dicho convertidor es la estructura circuital más elemental que permite elevar una tensión continua, constituyendo, por tanto, una forma canónica (Kosov, 1968), (Webster y Middlebrook, 1973), (Tymersky, 1988). Un análisis similar permite demostrar que el convertidor de la figura 2b es una forma canónica reductora siendo la relación entrada-salida en régimen estacionario $V_o = V_g D$.

3. MODELADO

Describiremos el proceso básico de modelado dinámico de convertidores para el caso MCC mediante el desarrollo de modelos de tiempo continuo.

Las ecuaciones de estado que describen el comportamiento comutado de un convertidor en MCC son las siguientes

$$\dot{x} = f_1(x) = A_1 x + B_1 \quad t_{0K} < t < t_{0K} + t_{ON} \quad (4)$$

$$\dot{x} = f_2(x) = A_2 x + B_2 \quad t_{0K} + t_{ON} < t < t_{0K} + T \quad (5)$$

Las ecuaciones (4) y (5) son afines por lo que la transición del vector de estado desde el principio de un subintervalo hasta el final del mismo no se efectuará con la ayuda de la correspondiente matriz de transición de estado sino que se llevará a cabo por intermedio de la noción de operador de transporte. Así si $x(t_{0K})$ es el vector de estado al principio del período K , su valor $x(t_{0K} + t_{ON})$ al final del subintervalo t_{ON} vendrá dado por:

$$x(t_{0K} + t_{ON}) = e^{t_{ON}f_1(x)} x(t_{0K}) \quad (6)$$

siendo $e^{t_{ON}f_1}$ el operador de transporte correspondiente al subintervalo descrito por la ecuación de estado (4).

La transición desde el principio al final del período K resultará de la composición del transporte en el subintervalo t_{ON} con el del subintervalo t_{OFF} , lo que nos permite escribir:

$$x(t_{0K} + T) = e^{t_{OFF}f_2(x)} \circ e^{t_{ON}f_1(x)} x(t_{0K}) \quad (7)$$

donde $e^{t_{OFF}f_2(x)}$ es el operador de transporte y el símbolo \circ denota concatenación de transportes.

La serie de Campbell-Baker-Hansdorff permite expresar la ecuación (7) en términos de una sola matriz exponencial

$$e^{t_{OFF}f_2(x)} \circ e^{t_{ON}f_1(x)} = e^{\left(t_{OFF}f_2(x) + t_{ON}f_1(x) + \frac{1}{2}t_{ON}t_{OFF}[f_2, f_1] + \dots\right)} \quad (8)$$

siendo $[f_2, f_1]$ el paréntesis de Lie (Brockett y Wood, 1974).

En el caso de un período de conmutación infinitesimal, las duraciones t_{ON} y t_{OFF} serán a su vez infinitesimales por lo que la expresión (8) podrá truncarse a partir de los infinitésimos de orden 2. En este caso las ecuaciones (7) y (8) conducen a:

$$x(t_{0K} + T) = e^{t_{OFF}f_2(x) + t_{ON}f_1(x)} x(t_{0K}) \quad (9)$$

Denominando $d' = \frac{t_{OFF}}{T}$ (ciclo de trabajo complementario),

podemos escribir (9) de la forma siguiente:

$$\dot{x}(t_{0K} + T) = e^{(d'f_2(x) + df_1(x))T} x(t_{0K}) \quad (10)$$

La expresión (10) expresa el transporte desde el principio al final del intervalo de la siguiente ecuación diferencial

$$\dot{x} = (d'f_2(x) + df_1(x))T \quad t_{0K} < t < t_{0K} + T \quad (11)$$

con $T \rightarrow 0$.

Teniendo en cuenta (4) y (5), la expresión (11) deviene

$$\dot{x} = (A_1 d + A_2 d')x + (B_1 d + B_2 d') \quad t_{0K} < t < t_{0K} + T \quad (12)$$

Denominando:

$$\begin{aligned} A_u &= A_1 d + A_2 d' \\ B_u &= B_1 d + B_2 d' \end{aligned} \quad (13)$$

La ecuación (12) puede expresarse de la forma siguiente

$$\dot{x} = A_u x + B_u \quad t_{0K} < t < t_{0K} + T \quad (14)$$

La ecuación (14) muestra que un solo sistema descrito por el par (A_u, B_u) lleva al vector de estado desde el mismo valor inicial $x(t_{0K})$ al mismo valor final $x(t_{0K} + T)$ que la combinación de las dos dinámicas asociadas respectivamente a los pares (A_1, B_1) y (A_2, B_2) (Midelbrook y Cuk, 1976).

Puede observarse en la expresión (13) que las matrices A_u y B_u son el resultado de ponderar (A_1, B_1) y (A_2, B_2) por d y $(1-d)$ respectivamente, es decir, por la fracción del período de conmutación en que el sistema está descrito por (A_1, B_1) y por la fracción en que lo está por (A_2, B_2) . Sustituimos así un modelo comutado dado por las ecuaciones de estado (4)-(5) por un modelo promediado expresado por (14). Nótese que la ecuación (14) es bilineal ya que, al ser la matriz A_u una función afín del ciclo de trabajo d , aparece el producto del control (d) por el estado (x).

Haciendo $\dot{x} = 0$ en (14) se obtendrá el valor del vector de estado en régimen estacionario X_{SS} que vendrá dado por:

$$X_{SS} = -A_{USS}^{-1} B_{USS} \quad (15)$$

siendo $A_{USS} = A_1 D + A_2 D'$ y $B_{USS} = B_1 D + B_2 D'$, valores de A_u y B_u en régimen estacionario respectivamente.

La linealización de la ecuación (14) en torno al punto de equilibrio dado por (15) proporciona el siguiente modelo dinámico del convertidor.

$$\dot{\hat{x}} = A_{USS} \hat{x} + B_{USS} \frac{1}{V_g} \hat{v}_g + [(A_1 - A_2) X_{SS} + B_{1SS} - B_{2SS}] \hat{d} + B_p \hat{i}_g \quad (16)$$

siendo \hat{x} y \hat{d} las variaciones incrementales sobre el punto de equilibrio del vector de estado y del ciclo de trabajo respectivamente.

Por otra parte, \hat{v}_g e \hat{i}_g representan las perturbaciones de la tensión de entrada y de la corriente de carga respectivamente,

siendo B_p una matriz dada por $\begin{bmatrix} 0 \\ 1/C \end{bmatrix}$ en el que C es la capacidad

de la red de salida del convertidor.

En la figura 6 se muestra el modelo dinámico del convertidor en el dominio de la variable compleja s , obtenido a partir de la ecuación 16. Las funciones de transferencia que aparecen en el mismo son las siguientes:

$$\begin{aligned} G_S(s) &= \frac{\hat{V}_o(s)}{\hat{V}_g(s)} \Big|_{\begin{subarray}{l} \hat{d}(s)=0 \\ \hat{i}_g(s)=0 \end{subarray}} & \equiv & \text{Función de transferencia} \\ & & & \text{salida-entrada} \\ G_C(s) &= \frac{\hat{V}_o(s)}{\hat{D}(s)} \Big|_{\begin{subarray}{l} \hat{v}_g(s)=0 \\ \hat{i}_g(s)=0 \end{subarray}} & \equiv & \text{Función de transferencia} \\ & & & \text{salida-control} \\ Z_O(s) &= \frac{\hat{V}_o(s)}{\hat{I}_g(s)} \Big|_{\begin{subarray}{l} \hat{d}(s)=0 \\ \hat{v}_g(s)=0 \end{subarray}} & \equiv & \text{Impedancia de salida en lazo} \\ & & & \text{abierto} \end{aligned} \quad (17)$$

La figura 7 muestra el arranque del convertidor de la figura 2 operando en CCM y en bucle abierto. Se muestran la corriente del inductor y la tensión del condensador que han sido simulados utilizando el modelo promediado y el modelo comutado.

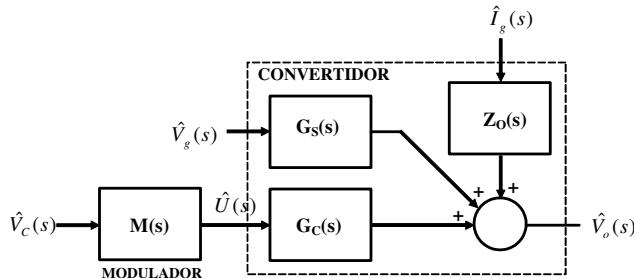


Figura 6. Modelo dinámico de un convertidor conmutado

Las simulaciones están superpuestas, de forma que la coincidencia es perfecta salvo para el rizado de conmutación de alta frecuencia que solamente puede ser reproducido por el modelo conmutado. Un estudio detallado sobre simulación de convertidores puede encontrarse en (García de Vicuña *et al.*, 1992) y (Guinjoan *et al.*, 1997).

Figura 7. Simulación del arranque del convertidor de la figura 2 en bucle abierto utilizando un modelo promediado y un modelo conmutado.

El modelo dinámico del regulador conmutado aparece representado en la figura 8 en la que K modela a un divisor de tensión y $M(s) = \frac{1}{V_m}$ es la función descriptiva del modulador.

En el diseño del controlador $D(s)$ de la figura 8 cabe distinguir dos casos: a) $G_C(s)$ de fase mínima y b) $G_C(s)$ de fase no mínima. El primer caso se denomina control en modo de tensión y corresponde a los convertidores derivados del convertidor canónico reductor de tensión cuyo control ha alcanzado un alto grado de estandarización, existiendo chips analógicos específicos que garantizan, a partir de la utilización de técnicas de Bode, un buen margen de fase con suficiente ancho de banda y error de seguimiento nulo a una tensión de referencia de tipo escalón. En este sentido, se muestra en la figura 9 la simulación mediante PSIM de la respuesta de un convertidor reductor con el conjunto de parámetros $V_g=7,5$ V, $L=300$ nH, $R_i=0,6$ mΩ, $C_1=440$ μF, $R_c=16,1$ mΩ, $C_2=100$ μF y $R=66$ mΩ para variaciones de corriente de carga de tipo escalón. La función de transferencia $G_c(s)$ es de 3er orden debido a que el condensador de salida es el resultado de la conexión en paralelo de dos condensadores con resistencias parásitas en serie lo que eleva el orden del sistema en un grado. La expresión de dicha función de transferencia es

$$G_c(s) = 7,3681 \frac{s + 141,16 \cdot 10^3}{(s + 990,56 \cdot 10^3)(s^2 + 736,70 \cdot 10^2 s + 483,53 \cdot 10^7)}$$

y el controlador resultante viene dado por

$$D(s) = 411 \cdot 10^4 \frac{(s + 35 \cdot 10^3)(s + 69,35 \cdot 10^3)}{s(s + 141,16 \cdot 10^3)(s + 2\pi \cdot 750 \cdot 10^3)}, \text{ que garantiza un margen de fase } 63,15^\circ.$$

Figura 8. Modelo dinámico de un regulador conmutado genérico

Obsérvese que modelar el modulador de anchura de pulsos mediante una función descriptiva implica suponer que la duración de los pulsos en la salida es una función de tiempo continuo, cuando en realidad es una función de tiempo discreto. Si suponemos que ω_m , componente frecuencial de mayor frecuencia de v_c es mucho menor que $2\pi/T$ (frecuencia de conmutación), la duración de los pulsos podrá expresarse como una señal de tiempo continuo y el modulador podrá describirse mediante una función descriptiva. Por esta razón el modelo dinámico del regulador es solamente válido para bajas frecuencias de modulación (Veáse (Webster y Middlebrook, 1973)).

4. CONTROL

4.1 Control lineal

En el diseño del controlador $D(s)$ de la figura 8 cabe distinguir dos casos: a) $G_C(s)$ de fase mínima y b) $G_C(s)$ de fase no mínima. El primer caso se denomina control en modo de tensión y corresponde a los convertidores derivados del convertidor canónico reductor de tensión cuyo control ha alcanzado un alto grado de estandarización, existiendo chips analógicos específicos que garantizan, a partir de la utilización de técnicas de Bode, un buen margen de fase con suficiente ancho de banda y error de seguimiento nulo a una tensión de referencia de tipo escalón. En este sentido, se muestra en la figura 9 la simulación mediante PSIM de la respuesta de un convertidor reductor con el conjunto de parámetros $V_g=7,5$ V, $L=300$ nH, $R_i=0,6$ mΩ, $C_1=440$ μF, $R_c=16,1$ mΩ, $C_2=100$ μF y $R=66$ mΩ para variaciones de corriente de carga de tipo escalón. La función de transferencia $G_c(s)$ es de 3er orden debido a que el condensador de salida es el resultado de la conexión en paralelo de dos condensadores con resistencias parásitas en serie lo que eleva el orden del sistema en un grado. La expresión de dicha función de transferencia es

$$G_c(s) = 7,3681 \frac{s + 141,16 \cdot 10^3}{(s + 990,56 \cdot 10^3)(s^2 + 736,70 \cdot 10^2 s + 483,53 \cdot 10^7)}$$

y el controlador resultante viene dado por

$$D(s) = 411 \cdot 10^4 \frac{(s + 35 \cdot 10^3)(s + 69,35 \cdot 10^3)}{s(s + 141,16 \cdot 10^3)(s + 2\pi \cdot 750 \cdot 10^3)}, \text{ que garantiza un margen de fase } 63,15^\circ.$$

Figura 9. Respuesta de un convertidor reductor controlado en modo de tensión frente a variaciones de carga de tipo escalón

El segundo caso se denomina control en modo de corriente y corresponde al resto de familias de convertidores, siendo el convertidor de la figura 2a el más representativo. La solución industrial en este caso ha consistido en realizar un control en cascada, en el que un lazo interno controla la dinámica de la variable rápida del convertidor, i.e., la corriente del inductor, y un lazo externo fija la referencia del lazo interno al mismo tiempo que regula la tensión de salida (Capel *et al.*, 1981). La figura 10 muestra el diagrama de bloques de este tipo de control aplicado al convertidor de la figura 2.

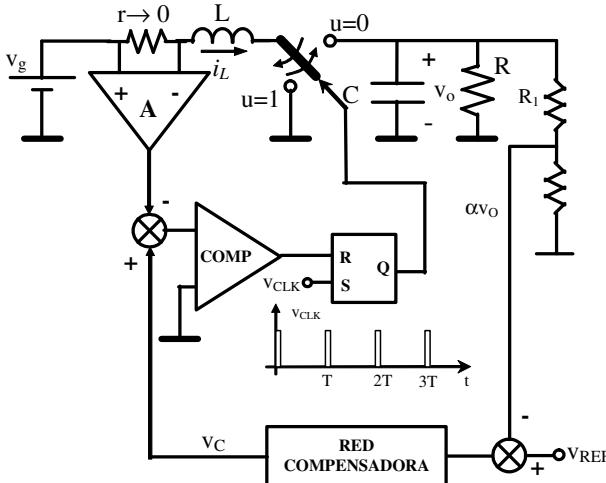


Figura 10. Control en cascada del convertidor de la figura 2

En el diagrama de la figura 10 se incorpora habitualmente una rampa adicional, necesaria para estabilizar el lazo interno de corriente dado que éste presenta un comportamiento intrínseco inestable para ciclos de trabajo superiores a 0,5. El control en cascada de convertidores fue desarrollado originalmente por la ESA (European Space Agency), existiendo en la actualidad chips comerciales que lo implementan como el UC1842 de Texas Instruments.

La mejor alternativa al control en cascada la ha constituido hasta la fecha el control H_∞ de tensión de salida del convertidor, donde cabe destacar los trabajos de (Naim *et al.*, 1997) y de (Vidal-Idiarte *et al.*, 2003). Obsérvese que la regulación de la tensión de salida de un convertidor lleva implícita la minimización de la impedancia de salida en bucle cerrado. Dicha impedancia es igual a la impedancia de salida en lazo abierto dividida por $1+T(s)$, siendo $T(s) = K D(s) G_C(s) \frac{1}{V_m}$ la ganancia de bucle del sistema realimentado. En los convertidores de fase no mínima la presencia de un polo en el origen garantiza un buen comportamiento de la impedancia de salida a frecuencia cero y por tanto una regulación de carga perfecta ante variaciones de tipo escalón en la corriente de salida. Sin embargo, en los convertidores de fase no mínima la presencia de un polo en el origen, o en su defecto un valor muy elevado de $T(s)$ a frecuencia cero, resulta posteriormente en márgenes de estabilidad muy pequeños que no hacen aconsejable su inserción en el controlador. Esto es debido principalmente al amplio margen de variación paramétrica en la tensión de entrada y en la resistencia de carga que podría ocasionar para algunos valores de estos parámetros respuestas inestables. El compromiso minimización de la impedancia de salida frente a estabilidad en un marco de incertidumbre paramétrica importante se resuelve planteando el control de convertidores comutados como un problema estándar de control H_∞ .

En la figura 11 se muestra la adecuación del diagrama dinámico de un regulador comutado al caso en el que el regulador esté realizado por un controlador K_∞ . P representa el modelo promediado y linealizado del convertidor, de forma que las relaciones dinámicas entre las variables representadas en la figura 11 son las siguientes

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A_{USS} \hat{x} + B_w w + B_u \hat{d} \\ z &= C_1 \hat{x} + D_{11} w + D_{12} \hat{d} \\ e &= C_2 \hat{x} + D_{21} w + D_{22} \hat{d} \\ \hat{d} &= K e\end{aligned}\quad (18)$$

donde $B_u = [(A_1 - A_2)X_{ss} + B_{1ss} - B_{2ss}]$. Las perturbaciones de linea y de carga se han incluido en el vector w y z es el vector que contiene las variaciones de la tensión de salida y del ciclo de trabajo.

Si se considera una partición de $P(s)$ de la forma

$$P = \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & D_p \end{bmatrix} \quad (19)$$

la aplicación de la transformación fraccional lineal (véase Zhou, 1996) en (18) conduce a la función de transferencia matricial en lazo cerrado T_{ZW} dada por

$$z = [A_p + B_p K(I - D_p K)^{-1} C_p] w = T_{ZW} w \quad (20)$$

siendo I la matriz unidad con las matrices A_p , B_p , C_p y D_p dadas por

$$\begin{aligned}A_p &= A_{USS} & C_p &= \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} \\ B_p &= \begin{bmatrix} B_w & B_u \end{bmatrix} & D_p &= \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (21)$$

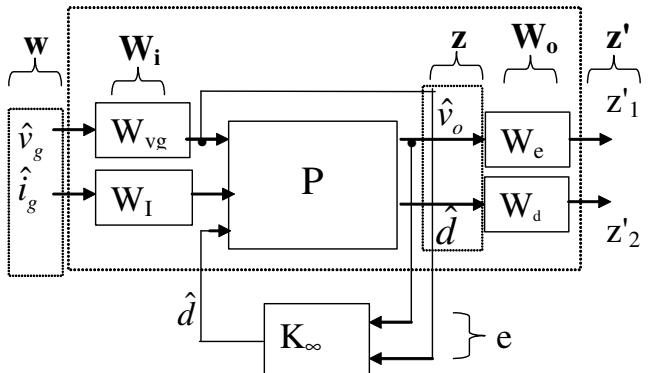


Figura 11 Diagrama dinámico de un regulador comutado para control H_∞

En el caso del convertidor de la figura 2a, las matrices del sistema de ecuaciones (18) son las siguientes

$$\begin{aligned}A_{USS} &= \begin{bmatrix} -\frac{Rr_l + r_l r_c + Rr_c D'}{L(R+r_c)} & -\frac{R}{L(R+r_c)} D' \\ \frac{R}{C(R+r_c)} D' & -\frac{1}{C(R+r_c)} \end{bmatrix} \\ B_w &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & -\frac{D' R r_c}{L(R+r_c)} \\ 0 & -\frac{R}{C(R+r_c)} \end{bmatrix}, \quad B_u = \begin{bmatrix} \frac{(R D' + r_c) V_g R}{L(r_l(R+r_c) + R r_c D' + R^2 D'^2)} \\ \frac{V_g R}{L(r_l(R+r_c) + R r_c D' + R^2 D'^2)} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (22)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} \frac{Rr_c}{R+r_c} D' & \frac{R}{R+r_c} \end{bmatrix}, D_{11} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{Rr_c}{R+r_c} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$D_{12} = \frac{V_g R r_c}{r_l(R+r_c) + R r_e D' + R^2 D'^2}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} C_1 \\ 0 \end{bmatrix}, D_{21} = \begin{bmatrix} D_1 \\ [1 \ 0] \end{bmatrix}, D_{22} = \begin{bmatrix} D_{12} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

siendo r_c y r_l las resistencias parásitas del condensador y del inductor respectivamente.

Para el conjunto de matrices (19) correspondientes al sistema de ecuaciones (18), existe un controlador asintóticamente estable $K_\infty(s)$ que minimiza la norma infinito de la función de transferencia matricial T_{ZW} .

Hay que destacar que la solución H_∞ evita el lazo de corriente propio de los sistemas en cascada y, por tanto, la complejidad del sensor asociado, siendo el controlador resultante de tercer orden.

Otras técnicas de control robusto, tales como LMI y QFT han sido introducidas recientemente en el control de convertidores con éxito en (Olalla, 2009) garantizando las prestaciones dinámicas requeridas en un amplio margen de variación paramétrica.

4.2 Control no lineal

Los controles presentados previamente son lineales, estando su campo de aplicación limitado a un entorno alrededor del punto de equilibrio (coordenadas del régimen estacionario). En este sentido, la aparición de grandes perturbaciones de línea (en la entrada v_{in}) o de carga (en la corriente i_o) puede desestabilizar un regulador conmutado controlado con una estrategia lineal al provocar cambio de modo de funcionamiento, o saturación del modulador, o ambos, y conducir finalmente a pérdida de regulación (Leyva *et al.*, 2001). Con objeto de paliar la influencia de las perturbaciones de gran señal se han investigado controles no lineales entre los que destacan principalmente el control por pasividad y el control en modo de deslizamiento.

El primer trabajo significativo de la utilización del control por pasividad en convertidores conmutados se encuentra en (Sanders, 1989), donde a partir de la noción de energía incremental se deriva la expresión del controlador. Posteriormente, en (Escobar *et al.*, 1999) puede verse la realización experimental del control por pasividad de convertidores, implementado digitalmente. El problema de la saturación del modulador conjuntamente con la incertidumbre paramétrica de línea y carga se aborda en (Leyva *et al.*, 2006), donde se presenta un control integral basado en pasividad que garantiza la estabilidad global del regulador.

Por su parte, la utilización de control deslizante en convertidores conmutados conduce a una respuesta transitoria rápida con pequeño sobrepico al mismo tiempo que garantiza una sensibilidad muy baja ante perturbaciones externas. El diseño del controlador deslizante se realiza en dos fases. En la primera, se escoge la superficie que proporciona el comportamiento asintótico deseado cuando la dinámica del convertidor se ve forzada a evolucionar sobre la misma. En la segunda fase se diseña el circuito de realimentación que dirige la dinámica del convertidor hacia la superficie (Venkataraman, 1986).

La posible existencia de modos deslizantes en un convertidor conmutado es abordado mediante el método de Filippov (Filippov, 1964) y su inmediato corolario propuesto por Utkin

(Ukin, 1978), (Utkin, 1993), (Sira-Ramirez, 1987) conocido como la técnica del control equivalente. La substitución de la expresión analítica del control equivalente en la expresión de la variable de control del modelo conmutado del convertidor proporciona la dinámica ideal de deslizamiento, es decir, el comportamiento dinámico promediado del sistema evolucionando sobre la superficie de deslizamiento.

Las ecuaciones (4) y (5) pueden rescribirse de la forma siguiente

$$\dot{x} = A_1 x + B_1 \text{ para } u=1 \quad (25)$$

$$\dot{x} = A_2 x + B_2 \text{ para } u=0 \quad (26)$$

En forma compacta:

$$\dot{x} = A_2 x + B_2 + [(A_1 - A_2)x + (B_1 - B_2)]u \quad (27)$$

Definiendo:

$$\begin{aligned} A &= A_2 \\ D &= B_2 \\ B &= A_1 - A_2 \\ G &= B_1 - B_2 \end{aligned} \quad (28)$$

puede obtenerse la siguiente descripción bilineal

$$\dot{x} = (Ax + D) + (Bx + G)u = f(t, x, u) \quad (29)$$

Definimos:

$f^+ = f(t, x, u^+)$, campo vectorial correspondiente a $u=u+$, es decir al control aplicado al convertidor cuando la trayectoria del vector de estado se encuentra por encima de la superficie de deslizamiento.

$f^- = f(t, x, u^-)$, idem cuando la trayectoria está por debajo.

Obsérvese que u^+ es 1 ó 0 y que, de forma complementaria u^- será 0 ó 1.

Si denominamos al gradiente de la superficie de deslizamiento ∇S , diremos que existirá un modo deslizante si las proyecciones de los campos vectoriales f^+ y f^- sobre el gradiente de la superficie son de signo opuesto y apuntan hacia la superficie (Figura 12).

De forma equivalente:

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \langle \nabla S, f^+ \rangle < 0 \quad (30)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0^-} \langle \nabla S, f^- \rangle > 0 \quad (31)$$

donde la notación $\langle a, b \rangle$ representa el producto escalar de a y b .

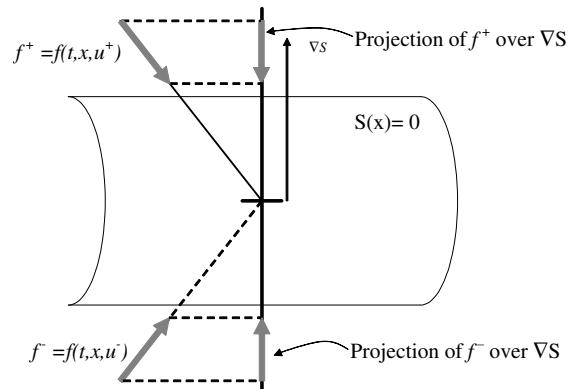


Figura 12. Ilustración de la existencia de un modo deslizante. $S(x)$ representa la superficie de deslizamiento

La dinámica ideal de deslizamiento estará caracterizada por las condiciones

$$S = 0 \quad (32)$$

$$\langle \nabla S, f(t, x, u_{eq}) \rangle = 0 \quad (33)$$

La segunda condición define el control equivalente u_{eq} como la

función continua que constriñe la trayectoria a S . Puede expresarse también como $\frac{dS}{dt} = 0$, de forma que a las expresiones (32) y (33) se les denomina condiciones de invarianza.

La condición puede expresarse también de la forma siguiente

$$\langle \nabla S, (Ax + D) + (Bx + G)u_{eq} \rangle = 0 \quad (34)$$

de manera que la expresión del control equivalente vendrá dada por

$$u_{eq} = -\frac{\langle \nabla S, Ax + D \rangle}{\langle \nabla S, Bx + G \rangle} \quad (35)$$

De (35) se desprende que una condición necesaria para la existencia de un régimen deslizante sobre la superficie S , es decir, para la existencia del control equivalente, es que $\langle \nabla S, Bx + G \rangle \neq 0$ (condición de transversalidad). Nótese que dicha condición implica que $Bx + G$ no puede ser tangente a la superficie de deslizamiento.

La utilización de superficies deslizantes construidas a partir de combinaciones lineales de las variables de estado y de sus derivadas ha sido utilizada con éxito en los convertidores conmutados siguiendo la siguiente secuencia (Véase (Martínez Salamero *et al.*, 1998)): 1) Análisis de la condición de transversalidad, 2) Obtención de u_{eq} , 3) Obtención de las regiones de deslizamiento, 4) Análisis de la dinámica ideal de deslizamiento, 5) Obtención de los puntos de equilibrio de la dinámica ideal de deslizamiento, 6) Análisis de estabilidad de los puntos de equilibrio, 7) Implementación del control. En la figura 13 se representa el diagrama de bloques de un convertidor reductor controlado en modo de deslizamiento a través de la superficie $S(x) = g_0(v_o - V^*) + g_1 dv/dt$, siendo V^* la tensión de salida deseada y g_0 y g_1 los parámetros introducidos por el diseñador. En las figuras 14 y 15 se muestra respectivamente la simulación PSIM del arranque del convertidor en el dominio del tiempo y en el plano de fase respectivamente para el conjunto de parámetros $V_g = 10$ V, $L = 100 \mu\text{H}$, $C = 40 \mu\text{F}$, $R = 2 \Omega$, $g_1 = 0.0168$ y $g_0 = 200$. Puede observarse en este último caso que la presencia de deslizamiento se manifiesta en la mancha oscura alrededor del punto de equilibrio (2,5 A, 5 V), lo cual es sinónimo de frecuencia infinita de conmutación.

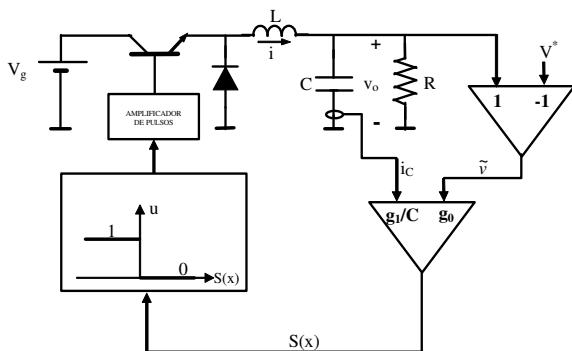


Figura 13. Diagrama de bloques de un convertidor reductor controlado en modo deslizante a través de la superficie $S(x) = g_0(v_o - V^*) + g_1 dv/dt$.

La experiencia adquirida en el diseño de controladores analógicos realizados con componentes discretos en una amplia familia de convertidores desembocó en la realización de un chip específico en tecnología CMOS de $0,8 \mu\text{m}$ con muy buenas prestaciones: bajo consumo y alta velocidad de procesado (2

MHz de ancho de banda) para un área de ocupación muy pequeña ($0,33 \text{ mm}^2$). Los detalles del chip pueden encontrarse en (Romero, 2001) y un resumen de su arquitectura y de los resultados experimentales obtenidos con el mismo en (Alarcón *et al.*, 2002).

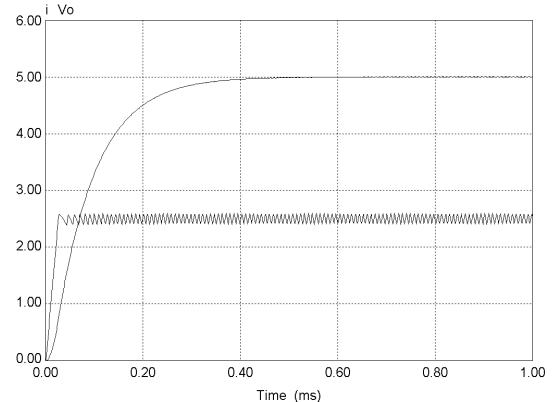


Figura 14. Arranque del convertidor de la figura 13 en el dominio del tiempo

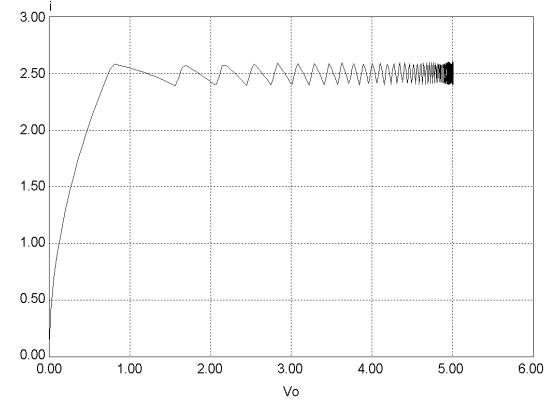


Figura 15. Arranque del convertidor de la figura 13 en el plano de fase

El problema de alcanzar en tiempo mínimo una referencia especificada en régimen estacionario en un convertidor reductor de tensión en modo de conducción continua se investiga detalladamente en (Biel *et al.*, 1998). La ley de control óptimo presentada en ese trabajo utiliza las trayectorias de estado del convertidor como funciones de control, añadiéndose control deslizante para regular la tensión de salida. Como resultado, se genera una señal cuadrada unipolar de potencia con tiempos mínimos de subida y de bajada y ausencia de sobrepico.

La realización práctica del control en modo de deslizamiento mediante la utilización de un comparador con histéresis en lugar de un comparador ideal implica que la frecuencia de conmutación es variable. Para conciliar las propiedades inherentes al control deslizante (rapidez y robustez de la respuesta, principalmente) y una frecuencia constante de conmutación puede recurrirse a la linealización de estado en el modelo promediado del convertidor. Así, por ejemplo, supongamos que se pretende que el valor medio de la corriente del inductor del convertidor de la figura 2a tenga el comportamiento dinámico dado por:

$$\frac{di_L}{dt} = \alpha(i_L - I^*) \quad \alpha > 0 \quad (36)$$

siendo I^* la referencia que tiene que alcanzar i_L en el punto de

equilibrio y $1/\alpha$ es la constante de tiempo que mide el proceso de convergencia a dicho punto.

La ley de control que deberá introducirse al modulador de anchura de pulsos es no lineal y vendrá dada por

$$d = \frac{v - v_g - L\alpha(i_L - I^*)}{v_g} \quad (37)$$

En el punto de equilibrio la expresión anterior deviene el control equivalente correspondiente al sistema deslizante con superficie $S(x)=i-I^*$. Por tanto, el comportamiento dinámico en torno al punto de equilibrio será el mismo que en deslizamiento. Sin embargo, el control por linealización de estado tiene en cuenta el régimen transitorio previo al alcance del equilibrio (alcance de la superficie de deslizamiento). La estabilidad local en este caso viene dada por la ecuación característica $D_{PWM}(s)$ cuya relación con la ecuación característica de un sistema deslizante viene dada por:

$$D_{PWM}(s) = D_{deslizamiento}(s)(s + \alpha) \quad (38)$$

La implementación de este tipo de controladores puede encontrarse en (García-Deza, 1995) y (Cid-Pastor, 2006) principalmente. Una variación de esta técnica ha sido utilizada por S.C. Tan en el diseño de un controlador para el convertidor de la figura 2a, y en su estudio sobre deslizamiento con frecuencia constante de conmutación en convertidores canónicos (Tan *et al.*, 2005), (Tan *et al.*, 2006).

Uno de los procesos más fuertemente no lineales en el funcionamiento de un convertidor es el arranque desde condiciones iniciales nulas. Dicho proceso ha sido controlado en (Vidal-Idiarte *et al.*, 2004) mediante una superficie de deslizamiento con un parámetro que varía en función de la distancia a la referencia deseada. La implementación ha sido llevada a cabo en el convertidor de la figura 2a mediante un control en cascada, en el que el lazo interno impone de forma analógica un régimen deslizante a la corriente a través de la superficie $S(x)=i-K$. La variable K viene dada por un lazo externo de regulación de tensión que realiza de forma digital un control PI a través de un algoritmo borroso del tipo Takagi-Sugeno. Una alternativa a este diseño se encuentra también en (Vidal-Idiarte *et al.*, 2006) en el que el lazo de regulación de tensión se implementa con técnicas H_∞.

Además del control de convertidores propiamente dicho, la inducción de métodos deslizantes en estructuras conmutadas ha sido utilizada con éxito en el control de convertidores entrelazados, en la generación de señal sinusoidal de potencia y en el diseño de topologías bidireccionales para carga y descarga de baterías en satélites de bus regulado. Así por ejemplo, en (Giral *et al.*, 2000) el control deslizante aparece implícito en un comportamiento auto-oscilante de topologías elevadoras de tipo canónico cuya asociación en forma entrelazada permite elevar la tensión de entrada multiplicándola por un factor de 2 ó de 4. Por su parte, en (Biel *et al.*, 2001) y (Biel *et al.*, 2004) el control en modo deslizante se utiliza para la generación de una señal sinusoidal de potencia a partir de una fuente de tensión continua de entrada no regulada. El convertidor continua-alterna consta de dos etapas conectadas en cascada con control independiente en cada una de ellas. En la primera etapa se controla en modo deslizante un convertidor elevador como el representado en la figura 2a con el objetivo de elevar la tensión al nivel requerido en la transformación continua-alterna. En la segunda etapa se realiza propiamente la conversión continua-alterna en un puente en H asociado a un convertidor reductor controlado en modo de deslizamiento a través de una superficie constituida por una

combinación lineal del error de seguimiento de la tensión de salida y de su derivada respecto a una referencia sinusoidal de tensión de 50 Hz. Por otra parte, el diseño de un control en cascada con un lazo interno de corriente en deslizamiento se aborda en (Calvente *et al.*, 2001), (Caliente *et al.*, 2003) en el diseño de un convertidor bidireccional de un satélite que debe operar en modo BCR (carga de batería a partir del bus durante el periodo de insolación) y en modo BDR (alimentación del bus a partir de la batería durante el eclipse) garantizando en todo momento una tensión regulada en el bus de 50 V.

Finalmente, el control en modo deslizante es una herramienta inherente al diseño de elementos canónicos para el procesado de energía eléctrica. Dichos elementos son el transformador de corriente continua, el girador de potencia y el resistor libre de pérdidas que pueden sintetizarse induciendo modos deslizantes en convertidores apropiados cuyos puntos de equilibrio están caracterizados por la ecuación descriptiva del elemento canónico. Ejemplos de esta síntesis pueden encontrarse en (Martinez-Salamero *et al.*, 2005) para el caso de transformadores de corriente continua y en (Cid-Pastor *et al.*, 2005) para el caso de giradores de potencia. La adaptación de impedancias en corriente continua para máxima transferencia de potencia entre un panel fotovoltaico y una batería puede verse en (Leyva *et al.*, 2006) en una estructura convertidora actuando como transformador de corriente continua con frecuencia constante de conmutación cuya relación de transformación está proporcionada por un algoritmo basado en un control de búsqueda del máximo.

5. DINÁMICA NO LINEAL

Si modelamos los convertidores CC-CC como sistemas lineales, el único comportamiento posible en estado estacionario en sistemas lineales periódicamente forzados es un comportamiento periódico con un periodo igual al de la señal externa de control. Sin embargo, los convertidores son altamente no lineales debido a la conmutación entre diferentes topologías y al hecho de que el instante de tiempo en el cual esta conmutación ocurre está relacionado con las variables de estado mediante una expresión no lineal. La presencia de no linealidades puede dar lugar a muchos fenómenos complejos como pueden ser oscilaciones sub-armónicas, quasi-periodicidad, bifurcaciones y caos.

La investigación en el campo de la dinámica no lineal de los convertidores CC-CC se inició en el año 1984 en (Brockett y Wood, 1984). Más tarde las bifurcaciones y el caos en circuitos de electrónica de potencia atrajeron a grupos de investigación de todo el mundo, lo que permitió descubrir varios fenómenos no lineales en diferentes convertidores CC-CC con diversas estrategias de control. Entre otros, podemos citar la bifurcación de doblamiento de periodo y su ruta hacia el caos (Hamill y Jefferies, 1988), (Deane y Hamill, 1990), (Tse, 1994), (di Bernardo *et al.*, 1998), (Fossas y Olivari, 1996), (Fang y Abed, 2001), (Alfayoumi *et al.*, 1999); bifurcaciones anómalas llamadas recientemente bifurcaciones de colisión de borde (Yuan *et al.*, 1998), (Banerjee *et al.*, 2000), ruta hacia el caos por vía de la quasi-periodicidad y la ruptura de la dinámica toroidal (El Aroudi *et al.*, 1999), (El Aroudi *et al.* 2000), (El Aroudi y Leyva, 2001).

En la mayoría de los trabajos anteriormente citados los fenómenos no lineales estudiados son para convertidores CC-CC que utilizan un control PWM. Pocos de ellos han tratado el control en modo de deslizamiento y su influencia en la operación del convertidor. En (Calvente *et al.* 1996) se puso de manifiesto que el convertidor elevador controlado en modo de deslizamiento puede presentar comportamiento caótico y

oscilaciones sub-armónicas. Los autores de ese trabajo observaron que el aumento de la ganancia proporcional de la red compensadora y la anchura de histéresis dan lugar a oscilaciones sub-armónicas, bifurcaciones y caos.

5.1 Modelo discreto de un convertidor CC-CC

Se puede observar, excepto en algunos casos, que el factor común de los trabajos que tratan la dinámica no lineal de los sistemas de la electrónica de potencia es la utilización de un modelo discreto no lineal capaz de predecir con bastante precisión todo tipo de inestabilidad que pueda ocurrir en este tipo de sistemas. Este modelo discreto se obtiene resolviendo las ecuaciones afines de cada topología y concatenando las soluciones en los instantes de conmutación. La similitud entre los resultados obtenidos para diferentes convertidores CC-CC lleva a la conclusión de que el comportamiento dinámico de todos estos sistemas puede ser descrito por el mismo tipo de modelo. En esta sección vamos a dar un enfoque generalizado al modelo discreto de un convertidor CC-CC con la intención de extraer conclusiones sobre el tipo de fenómenos no lineales que pueden ocurrir. Se demuestra en (Poveda, 1988) que independientemente del convertidor considerado y la estrategia de control utilizada, el modelo discreto se puede expresar siempre bajo la forma siguiente:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= f(x_n, d_n, p_p) \\ g(x_n, d_n, p_p, p_c) &= 0 \end{aligned} \quad (39)$$

donde x_n es el vector de las variables de estado en tiempo discreto $x_n = x(nT)$, es decir corriente del inductor, tensión del condensador y posiblemente variables adicionales debidas al sub-sistema de control, p_p es el vector del conjunto de los parámetros de la planta y p_c es el vector del conjunto de los parámetros del sub-sistema de control. La primera ecuación del modelo completo describe la planta que especifica el tipo del convertidor, y la segunda ecuación es una restricción dinámica entre las variables de estado en tiempo discreto y el ciclo de trabajo, que modela la acción de conmutación y la manera en la que se establece dicho ciclo. En este artículo presentaremos dos tipos diferentes de fenómenos no lineales que pueden ocurrir en convertidores CC-CC: bifurcación por doblamiento de período y bifurcación de Neimark-Sacker.

Bifurcación de doblamiento del período de la órbita periódica fundamental

Los convertidores CC-CC funcionan conmutando cíclicamente entre diferentes configuraciones topológicas. Presentan en estado estacionario un comportamiento periódico con un período igual al de la señal externa de activación, proporcionada por la señal de diente de sierra en un caso de un control PWM o la señal del reloj externo en el caso de control de la corriente máxima en un regulador en cascada. Sin embargo, esta órbita de período 1 puede perder la estabilidad dando lugar a una órbita de período 2. Este fenómeno no lineal es conocido como doblamiento de período. El proceso de sucesivos doblamientos de período puede dar lugar a un comportamiento caótico.

Bifurcación de Neimark-Sacker y comportamiento cuasi-periódico

Otro comportamiento posible en un convertidor CC-CC después de que su órbita periódica fundamental pierda su estabilidad es un comportamiento cuasi-periódico. En este caso, el sistema presenta oscilaciones con una frecuencia relativamente baja comparada con la frecuencia de conmutación. Este es el caso de

una bifurcación de Neimark-Sacker. Un estudio detallado del mismo puede encontrarse en (El Aroudi *et al.*, 2005).

5.2 Estudio de la estabilidad utilizando el modelo discreto

El estudio de la estabilidad de la órbita periódica del convertidor se puede realizar analizando la estabilidad del modelo discreto anterior. Esto se puede llevar a cabo estudiando el comportamiento de pequeñas desviaciones cerca del punto fijo (equilibrio) x^* de este modelo, es decir cerca del punto del espacio de estados para el cual se cumple:

$$x^* = f(x^*, d^*, p_p) \quad (40)$$

donde d^* es la solución de la ecuación : $g(x^*, d^*, p_p, p_c) = 0$ que determina el ciclo de trabajo correspondiente a la órbita periódica.

Consideremos pequeñas variaciones alrededor de este punto fijo, *i.e.*: $x_n = x^* + \tilde{x}_n$. Sustituyendo en el modelo discreto, se obtiene:

$$\tilde{x}_{n+1} = \mathbf{J}\tilde{x}_n \quad (41)$$

siendo la matriz \mathbf{J} la matriz Jacobiana del modelo discreto no lineal que se puede obtener por la expresión:

$$\mathbf{J} = \frac{\partial f}{\partial x_n} + \frac{\partial f}{\partial d_n} \frac{\partial d_n}{\partial x_n} \quad (42)$$

Una condición bien conocida para la estabilidad del sistema es que todos los valores propios de la matriz Jacobiana \mathbf{J} , obtenidos a partir de la ecuación $\det(\mathbf{J} - \lambda\mathbf{I}) = 0$, tengan módulo inferior a uno. En un punto crítico de perdida de estabilidad o de bifurcación, un valor propio o un par complejo conjugado de ellos tiene modulo igual a 1 ($|\lambda|=1$) y podemos escribir entonces $\lambda = e^{i\theta}$. Se puede observar que hay tres formas estándares de que el valor propio tenga módulo igual a 1 según sea el valor del argumento θ del valor propio. Para $\theta = \pi$ ($\lambda = -1$), tendremos una bifurcación de doblamiento de período, mientras que para $\theta = 0$ ($\lambda = 1$), puede ocurrir una bifurcación silla-nodo para la cual un par de órbitas periódicas colisionan y desaparecen. Para otros valores de θ , los valores propios son complejos conjugados con módulo unidad y esto da lugar a una bifurcación de Neimark-Sacker la cual produce un comportamiento cuasi-periódico.

5.3 Ejemplos

Ejemplo 1: Convertidor reductor controlado en modo de tensión y por PWM: Consideramos el convertidor reductor de la figura 2b con un control PWM en modo de tensión. Los parámetros usados son los utilizados en (Fossas & Olivari, 1996). En la figura 16 se muestra la señal de control junto con la rampa moduladora para diferentes valores de la tensión de entrada. Para el primer valor $V_{in} = 20$ V, la señal de control y por lo tanto las variables de estado del sistema tienen un comportamiento periódico con período igual al período de la rampa de control. Se dice en este caso que la órbita periódica es de período 1. Cuando la tensión de entrada alcanza un valor crítico cerca de 24.5 V, el sistema presenta oscilaciones sub-armónicas (órbita de período 2). El incremento de la tensión de entrada hace que la órbita de período 2 también pierda su estabilidad dando lugar a una órbita de período 4. Este proceso de sucesivos doblamientos de período acaba finalmente por producir una órbita caótica. Una manera de representar de forma panorámica todas las dinámicas del sistema en función de un parámetro es mediante un diagrama de bifurcación en el cual se representa una variable del sistema muestreada a la frecuencia de conmutación en función del

parámetro que varía, llamado entonces, parámetro de bifurcación. En la figura 17 se muestra un diagrama de bifurcación del convertidor reductor controlado en modo de tensión. Más detalles sobre el comportamiento no lineal de este convertidor pueden encontrarse en (Fossas and Olivari, 1996).

Los valores propios de la matriz Jacobiana \mathbf{J} están mostrados también en la figura 18 para un barrido de la tensión de entrada entre 20 V y 35 V. Se puede observar que inicialmente los valores propios se encuentran dentro del círculo unidad siendo el módulo inferior a 1.

Ejemplo 2: Convertidor elevador controlado en modo de corriente de pico: Una manera muy usual de controlar el convertidor elevador es mediante un control en cascada que utiliza un lazo interno de control de corriente. En la figura 19 puede verse que para un valor crítico de la referencia de corriente I_{ref} , el sistema presenta un doblamiento de periodo que culmina posteriormente en un atractor caótico después de varios doblamientos de periodos y bifurcaciones de colisión de borde. Se pueden encontrar más detalles en (Chan, 1997) y se pueden observar resultados muy parecidos considerando otro tipo de parámetro de bifurcación como por ejemplo la tensión de entrada V_{in} . La presencia de la dinámica caótica se puede demostrar por los exponentes de Lyapunov definidos como

$$\lambda_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \ln |m_i(N)|, \quad i=1,2 \text{ para un convertidor CC-CC}$$

siempre y cuando este límite exista y en donde m_i son los valores propios de la matriz:

$$\left[\prod_{j=1}^N \mathbf{J}(x_{N-j}) \right]^{\frac{1}{N}} \quad (43)$$

siendo $\mathbf{J}(x_{N-j})$ la matriz Jacobiana evaluada a lo largo de la trayectoria del sistema. Un exponente de Lyapunov positivo es una condición necesaria y suficiente de la presencia de la sensibilidad a condiciones iniciales (efecto mariposa) y, por lo tanto, de la existencia del caos en el sistema. Obsérvese que el exponente de Lyapunov es una generalización del valor propio en el sentido de que para calcularlo se evalúa la matriz Jacobiana a lo largo de toda la trayectoria en vez de en el punto fijo.

Ejemplo 3: Convertidor elevador controlado en modo de deslizamiento: Otra manera de controlar el convertidor elevador es mediante control en modo de deslizamiento. En este caso se genera una superficie de deslizamiento y se deciden las commutaciones de manera que la trayectoria en el espacio de fases deslice a lo largo de la esta superficie.

En este ejemplo, la referencia de corriente se genera dinámicamente mediante el lazo externo de tensión con el objetivo de regular la tensión de salida a un valor deseado y se hace, mediante un comparador por histéresis, que la corriente del inductor sea igual a esta referencia. En la figura 20 se presentan las formas de onda de la variables de control para el caso periódico estable y para el caso de las oscilaciones sub-armónicas. Se puede demostrar que, en este caso también, para un valor crítico de la ganancia del lazo de tensión, uno de los valores propios cruza el círculo unidad por el punto (-1, 0) indicando un doblamiento de periodo de forma similar a lo que ocurre en el caso del ejemplo anterior. Otros parámetros también pueden dar lugar el mismo fenómeno. En la misma figura 20 se presenta un diagrama de bifurcaciones considerando la tensión de referencia como parámetro de bifurcación. Se observa una ruta hacia el caos por doblamientos de periodo.

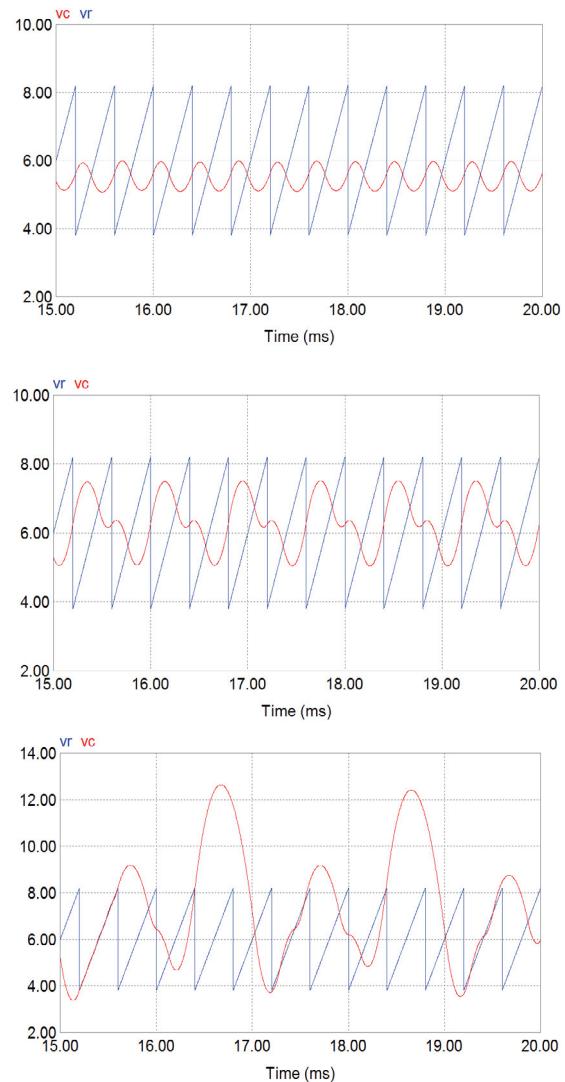


Figura 16. Diferentes comportamientos dinámicos de un convertidor reductor controlado en modo de tensión y PWM. a): comportamiento periódico deseado. b): Oscilaciones sub-armónicas debidas a un doblamiento de periodo. c) comportamiento caótico.

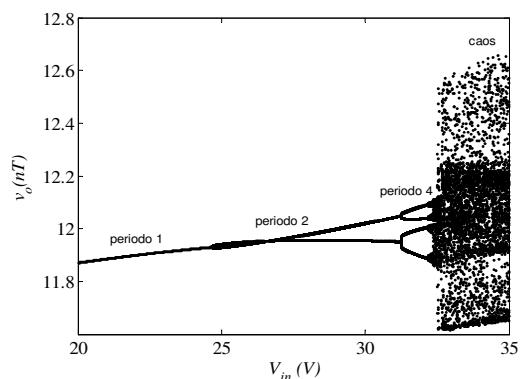


Figura 17. Diagrama de bifurcación del convertidor reductor en modo de tensión mostrando una ruta hacia el caos por doblamientos de periodo.

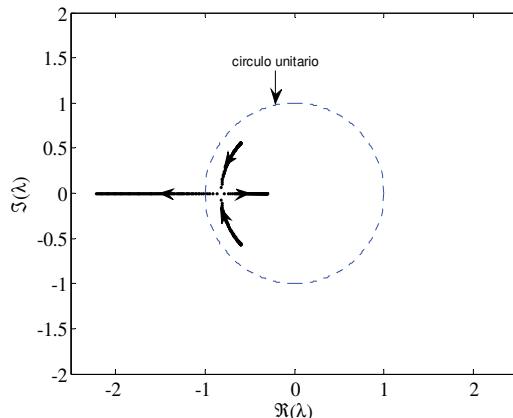


Figura 18. Evolución de los valores propios de la matriz Jacobiana evaluada en el punto fijo correspondiente al convertidor reductor en modo tensión de la figura 17.

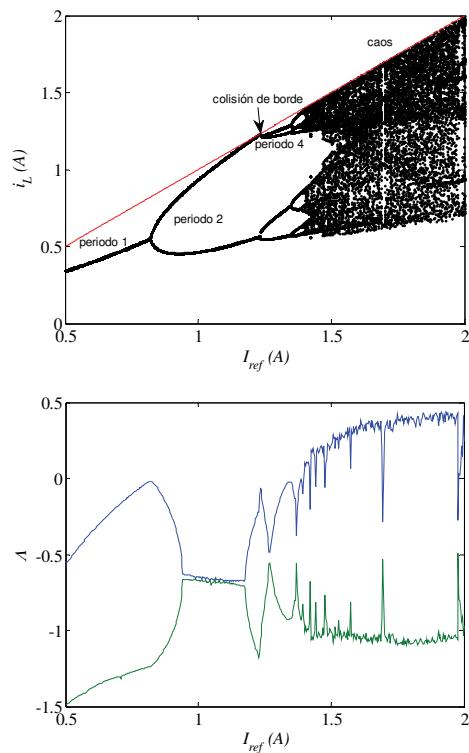


Figura 19. Diagrama de bifurcación y espectro de Lyapunov de un convertidor boost controlado por corriente de pico considerando como parámetro de bifurcación la consigna de corriente I_{ref} .

Ejemplo 4: Convertidor elevador controlado en modo de tensión: El convertidor boost es raramente controlado en modo de tensión y en conducción continua debido a que presenta un cero de fase no mínima cuando la salida es la tensión del condensador. Es por este motivo que se añade el lazo de control de corriente que tiene un efecto estabilizador sobre la dinámica global del convertidor. En este ejemplo veremos los fenómenos no lineales posibles cuando el lazo de control es puramente de tensión. Como parámetro de bifurcación escogemos uno que no tiene ningún efecto sobre la dinámica promediada ya que no aparece en el modelo promediado del convertidor. Este parámetro es el periodo de conmutación T . La figura 21 muestra el diagrama de bifurcación de un convertidor elevador controlado en modo de tensión considerando el periodo de la rampa T como parámetro de bifurcacion. Este parámetro se

muestra normalizado con respecto al periodo propio del circuito LC. Vemos que a medida que este parámetro aumenta pueden ocurrir muchos fenómenos no lineales. En primer lugar se produce una bifurcación de Neimark-Sacker cuando el periodo alcanza un valor crítico dando lugar a oscilaciones cuasiperiodicas como las que estan mostradas en la figura 21. Obsérvese, sin embargo, que el modelo promediado predecirá un comportamiento estable a lo largo de todo el margen de variación del parámetro de bifurcación. A partir del modelo discreto observamos que un par de valores propios complejos conjugados cruzan el círculo unidad como se obseva en la figura 22. La dinámica del sistema a partir de este momento es cuasi-periodica. Posteriormente esta dinámica se alterna entre cuasiperiodicidad y dinámicas de enganche de fase debido a fenómenos de sincronización no lineales entre la frecuencia de conmutación y frecuencias naturales del sistema. Finalmente se rompe este proceso por la aparición de un comportamiento caótico. Un estudio detallado del problema puede encontrarse en (El Aroudi y Leyva, 2001).

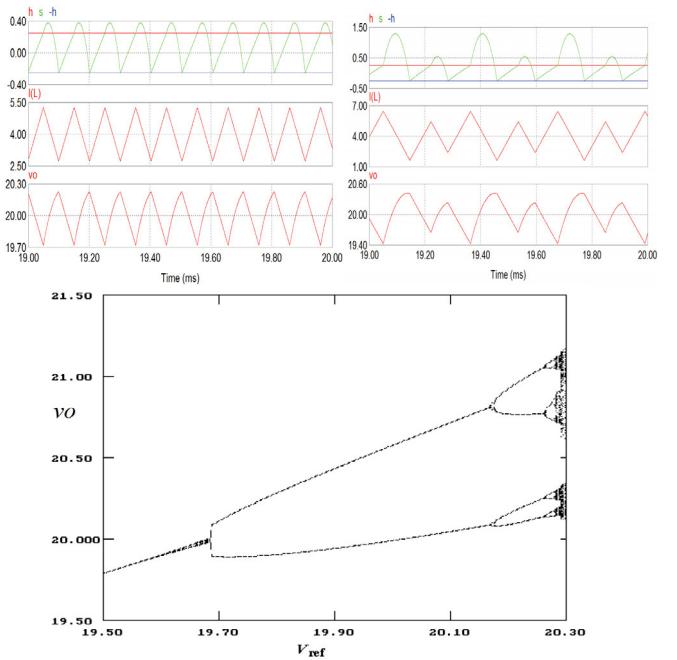


Figura 20. Comportamiento periódico y sub-armónico, y diagrama de bifurcación de un convertidor elevador controlado por modo de deslizamiento.

5.4 Control del caos y bifurcaciones en convertidores CC-CC

El control del caos y las bifurcaciones se basa en la introducción de cambios de la dinámica del sistema de tal forma que se estabilice la órbita periódica deseada. Normalmente en sistemas realimentados se introduce una pequeña perturbación en el lazo de control de manera que la órbita deseada no se altere con la perturbación. El sistema de ecuaciones con la perturbación introducida es de la forma

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= f(x_n, d_n, p_p) \\ g(x_n, d_n, p_p, p_c) + \mu &= 0 \end{aligned} \quad (44)$$

donde $\mu = h(x_n)$ es la entrada del control estabilizante introducido que tiene que anularse en el punto fijo del sistema, i.e. $h(x^*) = 0$ con el objetivo de que no invada la dinámica deseada.

Existen diferentes tipos de perturbaciones que se pueden aplicar

para controlar el caos. Unos están basados en la modificación de algún parámetro accesible en el sistema en función de las variables de estado, como por ejemplo en el método de OGY (Ott *et al.*, 1990). Otros se basan en la introducción de un retardo en el lazo de control como en el caso del método de Pyragas (Pyragas, 1992). Distinguiremos dos casos:

Control por retardo temporal.

En este caso la expresión de la señal de perturbación de control es de la forma:

$$\mu = \eta(x_n - x_{n-1}) \quad (45)$$

Control por compensación paramétrica.

En este caso la expresión de la señal de control es de la forma:

$$\mu = \eta(x_n - x^*) \quad (46)$$

siendo η un parámetro de diseño que tiene que escogerse de manera que el sistema sea estable.

La desventaja de esta estrategia de control es la utilización del valor del punto fijo en la expresión de la ley de control. Una manera de estimar este valor es mediante la introducción de un controlador dinámico en forma de filtro que estima el valor del punto fijo por lo que la ley de control deviene (Fang and Abed, 2002):

$$\begin{aligned} \mu &= \eta x_n - \alpha w_n \\ w_{n+1} &= \eta x_n + (1-\alpha)w_n \end{aligned} \quad (47)$$

donde se puede observar que en estado estacionario $\mu = 0$ lo que implica que el punto fijo no se altera con el control introducido. La dinámica local teniendo en cuenta el nuevo esquema de control es:

$$\tilde{x}_{n+1} = \mathbf{J}\tilde{x}_n + \mathbf{J}_\mu \tilde{\mu} \quad (48)$$

Ambos controles realizarán la estabilización con éxito si el sistema (\mathbf{J} , \mathbf{J}_μ) es estabilizable. En este caso se puede hacer un diseño “dead-beat” para el cual el sistema linealizado alcanzará el estado estacionario en un número finito de ciclos.

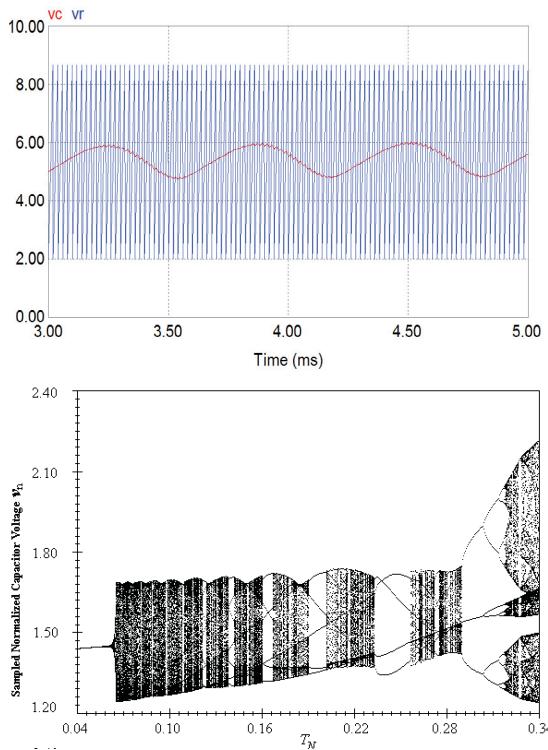


Figura 21. Comportamientos cuasi-periódicos y diagrama de bifurcación mostrando la ruta hacia el caos por vía de la

cuasi-periodicidad.

Figura 22. Descripción mediante valores propios de la bifurcación de Neimark-Sacker responsable del comportamiento cuasi-periódico de la Figura 20.

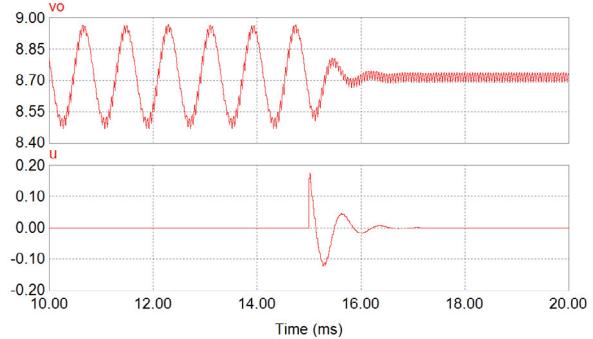
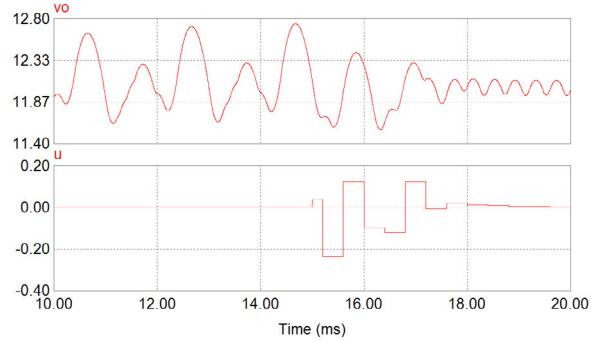


Figura 23. Control de las oscilaciones caóticas y cuasi-periódicas en los convertidores reductor y elevador utilizando compensación paramétrica y retardo temporal. Para ambos convertidores la acción de control se activa en $t = 15$ ms.

Ilustraremos el control basado sobre retardo temporal para el convertidor elevador en modo de tensión presentando oscilaciones sub-armónicas y el segundo tipo de control para el caso de dicho convertidor presentando oscilaciones cuasi-periódicas. En el caso de control por compensación paramétrica, se escoge la tensión de referencia como parámetro accesible de control. También se pueden utilizar de la misma forma otros parámetros como la tensión de entrada o la tensión de pico de la rampa. La figura 23 muestra el efecto de la acción de los dos controladores sobre la dinámica de los dos sistemas. Estas acciones de control se activan en ambos caso en $t = 15$ ms.

Obsérvese que una vez la órbita deseada está estabilizada, el esfuerzo de control es nulo ($\mu = 0$).

6. CONCLUSIONES

El convertidor comutado es la piedra angular de la electrónica de potencia y tiene aplicaciones directas en automoción, satélites, alimentación de equipos informáticos y energías renovables.

Los convertidores comutados son sistemas de estructura variable cuyo modelado es un problema cerrado. No obstante, quedan algunos problemas por resolver en la caracterización dinámica de convertidores de orden elevado en modo de conducción discontinua como se analiza en (Arango, 2009). Por otra parte, el tratamiento de los convertidores en modo de conducción discontinua como sistemas híbridos ofrece un campo abierto a la investigación.

Los modelos utilizados en la industria son de tiempo continuo y se basan en la promediación de las ecuaciones de estado. Los controladores industriales diseñados a partir de estos modelos son analógicos.

La alta frecuencia de conmutación del convertidor ha hecho tradicionalmente inviable el control digital de los mismos al requerirse microprocesadores con alta capacidad de cálculo y muy bajos tiempos de ejecución. Aunque los modelos discretos datan de la misma época que los continuos, su utilidad directa no se ha revelado importante hasta hace aproximadamente una década cuando comenzaron a aparecer los primeros trabajos sobre el control digital de convertidores.

De las técnicas de control no lineal utilizadas, el control en modo de deslizamiento es la más versátil y la que presenta menor dificultad de implementación. La industria comienza a interesarse en la misma para aplicarla en la alimentación de microprocesadores.

El estudio de la dinámica no lineal de convertidores demuestra que, a pesar de la simplicidad topológica y de funcionamiento de estos sistemas, pueden aparecer fenómenos complejos como bifurcaciones y caos. Ha sido en el estudio de bifurcaciones en convertidores donde se ha encontrado también la utilidad de los modelos discretos ya que pueden predecir fenómenos que no pueden ser detectados por los modelos de tiempo continuo.

7. REFERENCIAS

- Alarcón, E., Romero, A., Poveda, A., Porta, S. y Martínez-Salamero, L. "Current-mode analogue integrated circuit for sliding-mode control of switching power converters", (2002). *IEE Electronics Letters* 38, pp 104-106.
- Alfayoumi, M., Nayfeh, A. H. y Borojevic, D. (1999) "Input filter interactions in DC-DC switching regulators," *IEEE Power Electronic Specialist Conf. PESC'96*, Vol. 2, pp. 283-286.
- Arango, E. *Modelling and control of an asymmetric interleaved DC-to-DC switching converter*. (2009), Tesis doctoral, Universidad Rovira i Virgili.
- Banerjee, S., Ranjan, P. y Grebogi, C. (2000) "Bifurcations in two-dimensional piecewise smooth maps-theory and applications in switching circuits," *IEEE Trans. Circuits Syst.-I* 47, 633-647.

- Biel, D., Martínez-Salamero, L., López, J., Pérez, Y., Jammes, B. y Marpinard, J.C., "Minimum-time control of a buck converter for bipolar square-wave generation". (1998), *Fifth European Space Power Conference, ESPC'98*.
- Biel, D., Fossas, E., Guinjoan, F., Alarcón, E. y Poveda, A., "Application of sliding-mode control to the design of a buck-based sinusoidal generator" (2001), *IEEE Trans. Indust. Electron.* 48, pp 563-571.
- Biel, D., Guinjoan, F., Fossas, E., y Chavarria, J., "Sliding-Mode Control Design of a Boost-Buck Switching Converter for AC Signal Generation" (2004), *IEEE Trans. Circuits Syst-I* 51, pp 1539-1551.
- Brockett, R.W. y Wood, J. R. "Electrical networks containing controlled switches". (1974). *Applications of Lie group theory to nonlinear network problems. Supplement to IEEE International Symposium on Circuit Theory*, pp 1-11.
- Brockett, R. W. y Wood, J. R. (1984), "Understanding power converter chaotic behaviour mechanisms in protective and abnormal modes", *Proc. Powercon 11*, paper E-14.
- Calvente, J., Martínez-Salamero, L., Garcés, P., Leyva, R. y Capel, A., "Dynamic Optimization of Bidirectional Topologies for Battery Charge/Discharge in Satellites". (2001) *IEEE Power Electronics Specialists Conference, PESC'01*.
- Calvente, J. *Control en modo deslizante aplicado a sistemas de acondicionamiento de potencia de satélites* (2001). Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña.
- Calvente, J., Guinjoan, F., Martínez, L. y Poveda, A. (1996) "Subharmonics bifurcations and chaos in a sliding mode controlled boost switching regulator," *Int. Symp. Circuits and Systems, ISCAS'96*, Atlanta, pp. 573-576.
- Calvente, J., Martínez-Salamero, L., Garcés, P., y Romero, A. "Zero dynamics -based design of damping networks for switching converters". (2003), *IEEE Trans. Aerosp. Electron Syst* 39, pp 2295-2296.
- Capel, A., Clique, M. y Fossard, A.J., "Current Control Modulators: General Theory on Specific Designs". (1981) *IEEE Trans. Indust. Electron. and Contr. Instrument.* 28, pp 292-307.
- Chan W.C.Y. and Tse C.K., (1997) "Study of Bifurcations in Current-Programmed DC/DC Boost Converters: From Quasi-Periodicity to Period-Doubling," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*, vol. 44, no. 12, pp. 1129-1142.
- Cid-Pastor, A. *Energy processing by means of power gyrators* (2005). Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña (<http://www.tdx.cesca.es>).
- Cid-Pastor, A., Martínez-Salamero, L., Alonso, C., Estibals B., Alzieu, J., Schweitz, y Shmilovitz D. "Analysis and design of power gyrators in sliding-mode operation". (2005) *IEE Proc. Electr. Power Appl.* 152, pp 821-826.
- Cid-Pastor, A., Martínez-Salamero, L., Alonso, C., Schweitz, G., Calvente, J., y Singer, S. "Synthesis of power gyrators operating at constant switching frequency". (2006) *IEE Proc. Electr. Power Applic.* 153, pp 842-847.
- Deane, J. H. B. (1992) "Chaos in current-mode controlled boost DC-DC converter," *IEEE Trans. On Circuits Syst. I - Fundamental Theory and Applications*, 39, 680-683.
- Deane, J. H. B. & Hamill, D. C. (1990) "Instability, subharmonics and chaos in power electronic systems," *IEEE Trans. Power Electron.* 5, 260-268.
- Di Bernardo, M., Garofalo, F., Gliemo, L. y Vasca, F. (1998) "Switching, Bifurcations and Chaos in DC-DC converters", *IEEE Trans. On Circuits Syst. I -Fundamental Theory and Applications*, Vol. 45, pp. 133-142.

- El Aroudi, A., Benadero, L., Toribio, E., Olivar, G. (1999) "Hopf bifurcation and chaos from torus breakdown in a PWM voltage-controlled DC-DC Boost converter", *IEEE Trans. on Circuits and Systems I-Fundamental Theory and Applications*. Vol 46, No 11, pp. 1374 – 1382.
- El Aroudi, A., Benadero, L., Toribio, E., Machiche, S. (2000) "Quasiperiodicity and Chaos in the DC-DC Buck-Boost Converter". *International Journal of Bifurcation and Chaos*. Vol 10, No 2, pp359 – 371.
- El Aroudi, A. y Leyva, R. (2001) "Quasi-periodic route to chaos in a PWM voltage-controlled dc-dc boost converter," *IEEE Trans. on Circuits and Systems I-Fundamental Theory and Applications*. **48**, 967–978.
- Erickson, R.W. & Maksimovic, D., *Fundamentals of Power Electronics*, 2nd Edition, Kluwer Academic Publishers, USA, 2001.
- Escobar, G., Ortega, R., Sira-Ramírez, H., Vilain, J.P. y Zein, I. "An experimental comparison of several nonlinear controllers for power converters". (1999) *IEEE Control Syst. Mag.*, 19, pp 66-82.
- Fang, C.-C. y Abed, E. H. (2001) "Harmonics balance analysis and control of period-doubling bifurcation in buck converters," in *Int. Symp. Circuits and Systems, ISCAS'00*, Vol. 2, pp. 209–212.
- Fang, C.-C. y Abed, E. H. (2002), "Robust Feedback Stabilization of Limit Cycles in PWM DC-DC Converters," *Nonlinear Dynamics*, **27**: 1295-309, 2002.
- Filipov, A.F. "Differential Equations with Discontinuous Right Hand Sides". (1964) *Americ. Math. Society Translations*, 42, pp 199-231.
- Fossas, E. y Olivar, G. (1996) "Study of chaos in the buck converter," *IEEE Trans. Circuits Syst.-I* **43**, 13–25.
- García-Deza, C., Martínez, L., Poveda, A., Guinjoan, F., y Font, J. "General purpose PWM nonlinear controller for bidirectional switching converters". (1995) *European Power Electronics Conference, EPE'95*.
- García de Vicuña, L., Poveda, A., Martínez, L., Guinjoan, F. y Majó, J. "Computer-aided discrete-time large-signal analysis of switching regulators". (1992), *IEEE Trans. Power Electron.*, 7, pp 75-82.
- Giral, R., Martínez-Salamero, L., Leyva, R. y Maixé, J., "Sliding-Mode Control of Interleaved Boost Converters". (2000), *IEEE Trans. Circuits Syst-I* **47**, pp 1330-1339.
- Guinjoan, F., Calvente, J., Poveda, A., y Martínez, L. Large- "Signal Modelling and Simulation of Switching DC-DC Converters". (1997), *IEEE Trans. Power Electron.*, 12, pp 485-494.
- Hamill, D. C. y Jefferies, D. J. (1988) "Subharmonics and chaos in a controlled switched-mode power converter," *IEEE Trans. Circuits Syst.-I* **35**, 1059–1060.
- Kassakian, J.G., Schlecht, M.F.y Verghese, G.C. *Principles of Power Electronics*. (1991) Addison-Wesley.
- Kosov, O. A., "Comparative Analysis of chopper voltage regulators with LC filters", (1968). *IEEE Trans. Magnetics* Vol. MAG-4, pp. 712-715.
- Leyva, R., Martínez-Salamero, L., Valderrama-Blavi, H., Maixé, J., Giral, R., Guinjoan, F. "Linear-state feedback control of a boost converter for large-signal stability" (2001), *IEEE Trans. Circuits Syst-I* **48**, pp 418-424.
- Leyva, R., Alonso, C., Queinnec, I., Cid-Pastor, A., Lagrange, D. y Martínez-Salamero, L., "MPPT of photovoltaic systems using extremum seeking control". (2006), *IEEE Trans. Aerosp. Electron Syst* **42**, pp 249-258.
- Leyva, R., Cid-Pastor, A., Alonso, C., Queinnec, I., Tarbouriech, S. y Martínez-Salamero, L. "Passivity-based integral control of a boost converter for large-signal stability". (2006), *IEE Proc. Control Theory Appl.* **153**, pp 139-146
- Luo, S. y Batarseh I., "A review of distributed power systems. Part I: DC distributed power systems". (2005), *IEEE Aerosp. Electron Magaz.* **20**, pp 5-15.
- Martínez-Salamero, L., Calvente, J.,Giral, R., Poveda, A., y Fossas, E. "Analysis of a bidirectional coupled -inductor Cuk converter operating in sliding-mode" (1998), *IEEE Trans. Circuits Syst-I* **45**, pp 353-363.
- Martínez-Salamero, L., Valderrama -Blavi, H.,Giral, R., Alonso, C., Estibals, B.y Cid-Pastor, A. "Self-Oscillating DC-to-Dc Switching Converters with Transformer Characteristics" (2005), *IEEE Trans. Aerosp. Electron Syst* **41**, pp 710-716.
- Middlebrook, R.D.y Cuk, S. "A general unified approach to modelling switching -converter power stages". (1976), *IEEE Power Electronics Specialists Conference, PESC*, pp 18-34.
- Middlebrook, R.D. "Power Electronics: an emerging discipline". (1981). *Advances in Switched-Mode Power Conversion*, Teslaco, pp 11-15.
- Naim, R., Weiss, G., y Ben-Yakov, S. " H_∞ control applied to boost power converters". (1997), *IEEE Trans. Power Electron.* , 12, pp 677-683.
- Olalla, C. *Robust Linear Control of DC-DC Converters*. (2009), Tesis doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya.
- Ott E., Grebogi C., Yorke J.A (1990)., Controlling Chaos, *Physical Review Letters*, vol. 64, pp. 1196-1199, 1990.
- Poveda, A. *Modelos matemáticos para reguladores conmutados continua-continua con lazo de control de corriente* (1988). Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña.
- Prajoux, R., Marpinard, J.C. y Jalade, J. "Etablissement de modèles mathématiques pour régulateurs de puissance à modulateurs de largeur d'impulsions". (1976). *ESA Scientific and Technical Review*, 2, pp 115-129.
- Pyragas K. (2001) "Control of Chaos via an Unstable Delayed Feedback Controller", *Physical Reviews Letters*, vol. 86, no. 11, pp. 2265-2268.
- PSIM, Software by Powersim Inc. disponible en www.powersimtech.com
- Romero, A. *Circuito integrado de control deslizante para convertidores conmutados continua-continua* (2001). Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña.
- Sanders, S.R. *Nonlinear Control of Switching Converters*. (1989) Tesis doctoral. EECS Dept., Massachussets Institute of Technology.
- Sira-Ramírez, H. "Sliding motions in bilinear switched networks". (1987) *IEEE Trans. Circuits Syst.* **34**, pp 919-933.
- Tan, S.C., Lai, Y.M., Tse, C.K. "Implementation of pulse-width modulation based sliding mode controllers for boost converters" (2005), *IEEE Power Electronics Letters*, 3, pp 130-135.
- Tan, S.C. *Development of Sliding Mode Controllers for DC-DC Converters*.(2005), Tesis doctoral, Honk Kong Polytechnic University.
- Tan, S.C., Lai, Y.M., Tse, C.K. "A Unified Approach to the Design of PWM based sliding mode voltage controller for basic DC-DC converters in continuous conduction mode". (2006), *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, **53**, pp 1816-1827.

- Tse, C. K. (1994) "Flip bifurcation and chaos in three state boost switching regulators," *IEEE Trans. Circuits Syst.-I* **41**, 16-23.
- Tymersky, R. y Vorperian, V. "Generation and classification of PWM DC-to-DC Converters". (1988), *IEEE Trans. Aerosp. Electron Syst.* 24, pp 743-753.
- Utkin, V.I., *Sliding modes and their applications in variable structure systems* (1978), Moscow, U.S.S.R : Mir.
- Utkin, V.I., "Sliding mode control principles and applications to electric drives". (1993), *IEEE Trans. Indust. Electron.*, 40, pp 23-36.
- Venkataraman, R., *Sliding mode control of power converters*. (1986), Tesis doctoral. California Institute of Technology.
- Vidal-Idiarte, E., Martínez-Salamero, L., Valderrama-Blavi, H., Guinjoan, F., y Maixé, J. "Analysis and Design of H_{∞} control of Nonminimum-Phase Switching Converters" (2003), *IEEE Trans. Circuits Syst-I* 50, pp 1316-1323.
- Vidal-Idiarte, E., Martínez-Salamero, L., Guinjoan, F., Calvente, J., y Gomáriz, S. "Sliding and Fuzzy Control of a Boost Converter using an 8-bit microcontroller". (2004) *IEE Proc. Electr. Power Appl.* 151, pp 5-11.
- Vidal-Idiarte, E., Martínez-Salamero, L., Calvente, J., y Romero, A. "An H_{∞} control strategy for switching converters in sliding-mode current control" (2006), *IEEE Trans. Power Electron.* 21, pp 553-556.
- Webster, G.W. y Middlebrook, R.D. "Low-frequency characterization of switched DC-DC converters". (1973), *IEEE Trans. Aerosp. Electron Syst* 9, pp 376-385.
- Yuan, G., Banerjee, S., Ott, E. & Yorke, J. A. (1998) "Border collision bifurcations in the buck converter," *IEEE Trans. Circuits Syst.-I* **45**, 707-715.
- Zhou, K., Doyle, J.C., y Glover, K. *Robust and Optimal Control*. (1996) Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall.