

Control Predictivo en Cascada de un Vehículo Autónomo

Guilherme V. Raffo * , Julio E. Normey-Rico ** , Francisco R. Rubio * , Christian R. Kelber ***

* Dpto. Ingeniería de Sistemas y Automática,
 Escuela Técnica Superior de Ingenieros, Univ. de Sevilla,
 Camino Descubrimientos, s/n., 41092 Sevilla, España,
 Email: raffo@cartuja.us.es, rubio@esi.us.es

** Dpto. de Automação e Sistemas,
 Centro Tecnológico - CTC, Univ. Federal de Santa Catarina,
 Trindade, 88040-900, Florianópolis, Brasil,
 Email: julio@das.ufsc.br

*** DHB Componentes Automotivos S.A,
 Avenida das Indústrias 864, Bairro Anchieta, 90200-290, Porto Alegre, Brasil
 Email: christian.kelber@dhb.com.br

Resumen: Este trabajo presenta el diseño de un controlador predictivo basado en modelo para las dinámicas lateral y longitudinal de un vehículo autónomo. El controlador propuesto se implementa mediante una estructura en cascada con el control de la cinemática del vehículo para obtener las prestaciones deseadas a altas velocidades para el problema de seguimiento de trayectoria. Se utiliza un controlador predictivo descentralizado basado en el modelo dinámico linealizado del vehículo. Resultados experimentales con el controlador cinemático y resultados de simulación utilizando el controlador cascada propuesto son mostrados para corroborar el análisis teórico presentado. *Copyright © 2009 CEA.*

Palabras Clave: vehículo autónomo, control predictivo, seguimiento de trayectoria, control de deslizamiento lateral.

1. INTRODUCCIÓN

Un campo que ha motivado muchas investigaciones en los últimos años es la navegación de robots (o vehículos) móviles autónomos (RMAs) (Amidi, 1990; Ollero y Amidi, 1991; Manigel y Leonhard, 1992; Isermann, 2001; Wit *et al.*, 2004; Fiacchini *et al.*, 2006). Dado el amplio espectro de aplicaciones en este campo, se han desarrollado distintas metodologías para tratar los problemas de modelado, diseño y control de tales sistemas.

La estructura de control para navegación de vehículos autónomos se organiza en forma de cascada, como se presenta en la Figura 1. En el nivel más alto (nivel 4) se hace la planificación de la navegación y la generación de la trayectoria. Los algoritmos de control para seguimiento de trayectoria basados en los modelos cinemáticos están generalmente localizados en el nivel 3, mientras que el control de la dinámica está en el nivel 2. Finalmente, los sistemas de control sensor/actuador están en el nivel 1 (Wit *et al.*, 2004).

Una de las cuestiones más importantes en el campo de vehículos autónomos con ruedas es el problema de seguimiento de trayectoria, que consiste en el diseño de técnicas de control que tienen el objetivo de asegurar que el vehículo seguirá un camino pre-definido (Canudas-de-Wit *et al.*, 1993). Este problema es muy dependiente del modelado del vehículo, puesto que este es un requisito para el diseño de la ley de control. Debido a las características multivariable y no lineal de este problema, las



Figura 1. Niveles de control de un RMA.

estrategias de diseño de control para vehículos con ruedas es una tarea muy compleja.

Los métodos de seguimiento de trayectoria están basados en la estimación del error entre la posición actual del vehículo y el camino de referencia a seguir. El problema de seguimiento de trayectoria en un vehículo autónomo puede ser abordado usando tres metodologías: (i) considerando solo el modelo cinemático; (ii) considerando solo el modelo dinámico; o (iii) considerando ambos modelos cinemático y dinámico.

Varios trabajos presentados en la literatura resuelven este problema considerando solamente el modelo cinemático del robot (Yang *et al.*, 1998; Normey-Rico *et al.*, 1999). El control predictivo basado en la cinemática del vehículo ha sido muy utilizado para seguimiento de trayectoria de vehículos autónomos

(Ollero y Amidi, 1991; Berlin y Frank, 1991; Normey-Rico *et al.*, 1999; Kim *et al.*, 2001; Essen y Nijmeijer, 2001; Gu y Hu, 2002; Kühne *et al.*, 2004). En estos trabajos los autores muestran que el modelo cinemático es válido cuando el robot trabaja a bajas velocidades, bajas aceleraciones y las condiciones de carga están ligeramente por debajo de las usuales de operación de los robots (Boyden y Velinsky, 1994). El modelo cinemático no puede predecir con precisión la localización y posición del vehículo cuando estas condiciones no se cumplen. Así, cuando los vehículos son diseñados para desempeñar trabajos pesados y para realizar trayectos a altas velocidades, el modelado dinámico de estos vehículos es muy importante para su control.

Por otro lado, otras estrategias solo consideran el control del robot a partir del modelo dinámico (Boyden y Velinsky, 1994). En Sarkar *et al.* (1993); Yang y Kim (1999) el seguimiento de trayectoria se ejecuta usando solo las dinámicas del vehículo, mientras su posicionamiento se obtiene a través de la integración de los estados del modelo dinámico. En Sarkar *et al.* (1993) un controlador denominado *Dynamic Path Following* es desarrollado usando linealización por realimentación para encontrar una estrategia de desacoplamiento. En Yang y Kim (1999) se propone un controlador robusto basado en modos deslizantes que considera el modelo dinámico del vehículo.

Está claro que una representación completa debe considerar el modelo cinemático describiendo la posición y orientación del robot, y el modelo dinámico describiendo el efecto de las fuerzas generalizadas aplicadas. En la literatura hay pocas soluciones que enfocan este problema. En Kim *et al.* (2001) los dos controladores de la cinemática y dinámica se utilizan en una estructura en cascada para resolver el problema de seguimiento de trayectoria. En este trabajo se utiliza un controlador lineal unido a una linealización por realimentación en el control de la dinámica y la cinemática se controla mediante un control predictivo basado en modelo (CPBM) lineal.

Varias de estas aplicaciones de control asumen que los valores calculados nunca alcanzaran los límites de saturación de los actuadores, aunque en la práctica esto no es verdad. Por ejemplo, cuando el vehículo está muy lejos de su destino las señales de control generadas son normalmente más altas que las admisibles. Además, los vehículos están dotados de partes mecánicas y electrónicas, las cuales están sujetas a limitaciones físicas del sistema. Así, cuando las restricciones pueden ser consideradas, los algoritmos de CPBM se presentan como una interesante elección. Además, el CPBM permite utilizar referencias previamente conocidas y puede utilizarlas en el cálculo de la ley de control (Normey-Rico *et al.*, 1999).

El CPBM calcula las acciones de control para un determinado horizonte de tiempo futuro, de tal manera que la predicción de la salida de la planta se mantenga cerca de la referencia, minimizando una determinada función de coste con respecto a determinadas variables de decisión y considerando un conjunto de restricciones impuestas. Para hacer esto, los valores de las salidas predichas son calculados como una función de valores pasados de las entradas y salidas, y de señales de control futuras, haciendo uso de un modelo explícito del sistema y sustituyendo en la función de coste, obteniendo una expresión cuya minimización conduce a los valores deseados. Puede obtenerse una solución analítica para una función de coste cuadrática si el modelo es lineal y no existen restricciones, en caso contrario deben utilizarse métodos iterativos de optimización (Camacho y Bordons, 1998, 2004).

Dado que las trayectorias son normalmente conocidas y que se puede usar una instrumentación adecuada en el vehículo que informe sobre su desplazamiento y localización, o bien con información del entorno donde se encuentra (usando, por ejemplo, GPS, mapas digitales, etc), el controlador predictivo se presenta como muy apropiado para esta tarea. Además de conducir el vehículo suavemente y mejorar su autonomía el CPBM puede ser fácilmente extendido a sistemas multivariados. Como desventaja se puede considerar el elevado coste computacional introducido, que puede hacer que sea imposible realizar aplicaciones reales.

En este trabajo se presenta un controlador predictivo basado en la dinámica de un vehículo autónomo (nivel 2 de la Figura 1). Este controlador se utiliza en una estructura en cascada con el controlador de la cinemática presentado en Raffo *et al.* (2006).

El trabajo está organizado de la siguiente manera: primariamente se describe el vehículo autónomo utilizado. El modelo dinámico se presenta en el apartado 3. En 4 se describe la estrategia de control utilizada. El apartado 5 aborda la estructura en cascada, describiendo el control predictivo para la dinámica, así como resultados de simulación. El artículo termina con las conclusiones del trabajo.

Figura 2. Vehículo Autónomo Mini-Baja.

2. DESCRIPCIÓN DEL VEHÍCULO AUTÓNOMO

En un trabajo previo (Kelber *et al.*, 2003), el vehículo Mini-Baja, presentado en la Figura 2, fue automatizado y convertido en un vehículo controlado electrónicamente (del inglés *drive-by-wire*). Este vehículo con tracción en las ruedas traseras posee masa de aproximadamente 200kg y está equipado con un motor de combustión de cuatro tiempos. Las ruedas de tracción son fijas y paralelas al eje longitudinal del vehículo. La conducción del vehículo se realiza a través del eje de las ruedas delanteras que posee un ángulo máximo de giro de $\sim 0,79\text{rad}$. Los parámetros del vehículo Mini-Baja son presentados en la Tabla 1.

Para automatizar el vehículo Mini-Baja la estructura de control fue organizada en distintas capas (Jung *et al.*, 2005; Kelber

Tabla 1. Datos del vehículo autónomo analizado.

Constantes del Vehículo	Cantidad
Masa	$m \approx 200\text{kg}$
Distancia de las ruedas delanteras hasta el centro de masa	$d_D = 0,75m$
Distancia de las ruedas traseras hasta el centro de masa	$d_T = 0,80m$
Constante de adherencia del neumático delantero	$c_D = 10780\text{N}$
Constante de adherencia del neumático trasero	$c_T = 10780\text{N}$
Radio de las ruedas delanteras y traseras	$R_r = 0,18m$
Distancia entre las ruedas delanteras	$d_R = 0,975m$
Momento de inercia con respecto al eje z_L del vehículo	$J_z = 56,07083\text{Nm}$
Constante de tiempo del motor	$T_{Mgas} = 2,5\text{s}$
Constante de tiempo del vehículo	$T_V = 0,7\text{s}$
Ganancia entre la fuerza necesaria para desplazar el vehículo y la fricción a que está sometido	$V_{v/ac} = 4,1$

et al., 2005), siendo la capa del nivel inferior responsable del control de aceleración, frenos y de dirección. Para ello, se han utilizado actuadores eléctricos para controlar el ángulo del acelerador, la fuerza de frenado y la posición angular del volante (Kelber et al., 2003).

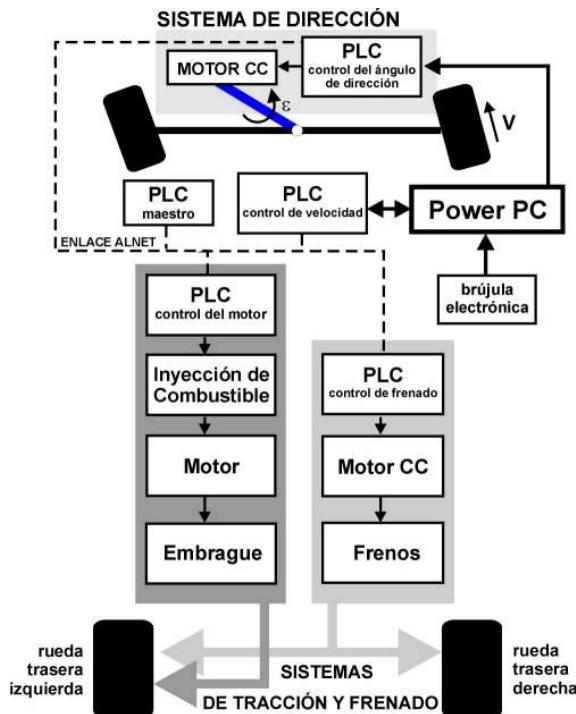


Figura 3. Estructura del Sistema.

La estructura *drive-by-wire* implementada en el vehículo está basada en una red de PLCs industriales de la marca AL-TUS, los cuales están interconectados entre sí a través del enlace ALNET1. Existe un PLC responsable por cada sub-sistema formando una estructura de control distribuido. Así mismo hay otros dos PLCs para el control de velocidad y la administración de la red, como puede verse en la Figura 3. Los sistemas de dirección, de tracción y de frenado son analizados separadamente

y para cada uno de ellos se ha desarrollado un controlador específico.

Para el control de velocidad se utiliza un sistema adaptativo (nombrado en inglés *Adaptive Cruise Control - ACC*), que fue implementado en Kelber et al. (2004, 2005). El sistema ACC está separado en dos modos, uno para la aceleración y otro para el frenado del vehículo. Cada modo presenta algunas particularidades, las cuales son consideradas en el modelo matemático del vehículo. El controlador de velocidad debe acelerar, desacelerar y frenar el vehículo cambiando entre los modos de aceleración y frenado. Debido a que un modo no debe interferir en el otro, es necesario un algoritmo específico para realizar el cambio de modo (Jung et al., 2005; Kelber et al., 2005). En este trabajo se ha diseñado el controlador de velocidad para el modo de aceleración.

En Raffo (2005); Gomes (2006) se presenta el sistema computacional empotrado basado en un PowerPC que fue integrado junto con una brújula electrónica a fin de instrumentar el vehículo para seguimiento de trayectoria. El algoritmo de control predictivo ejecutado en el sistema empotrado, basándose en el modelo cinemático, determina el valor de referencia para el ángulo de la rueda delantera que es enviado directamente a su respectivo PLC. El valor de referencia para la velocidad es determinado por el generador de trayectoria, que por su vez lo envía al PLC encargado de controlar la aceleración a través de una estructura *feedforward*.

3. MODELO DINÁMICO DEL VEHÍCULO

Para desarrollar el controlador basado en la dinámica del vehículo, en primer lugar se obtiene un modelo matemático. Por otro lado, dado que se va a utilizar un CPBM lineal para la implementación, el modelo matemático ha tenido que ser reducido a fin de obtener un modelo lineal (Boyden y Velinsky, 1994).

Para el análisis de las dinámicas del vehículo se consideran la masa, la carga y la potencia necesaria para moverlo. Se ha obtenido el modelo dinámico de un robot móvil del tipo Ackerman, el cual es similar al de un coche convencional, a

través de las Leyes de Newton y considerando que el vehículo se mueve en una superficie plana. El modelo comprende los movimientos longitudinal y lateral que son utilizados en el control de velocidad longitudinal y lateral, respectivamente. Debido a que las variaciones de desplazamiento longitudinal son más lentas que las de desplazamiento lateral, se utiliza una estructura de control descentralizada.

3.1 Modelo dinámico de un vehículo Ackerman

El modelo dinámico se obtiene analizando las fuerzas que ocasionan desplazamiento lateral y longitudinal en el plano $x_F - y_F$ del sistema de coordenadas fijo en el vehículo y movimientos de rotación en torno del eje z_F .

Sin embargo para el control de seguimiento de trayectoria, se consideran algunas simplificaciones: se asume que el CM (centro de masa) está al nivel del suelo, las influencias aerodinámicas están concentradas en un punto CA (centro aerodinámico), los movimientos de suspensión son despreciables, el peso es igualmente distribuido a lo largo del chasis y las ruedas de un mismo eje son representadas por una rueda posicionada en el centro de este. Por lo tanto, los movimientos de rotación alrededor de los ejes x_F e y_F pueden ser despreciados. Estas simplificaciones llevan al modelo de bicicleta bien conocido de un vehículo tipo Ackerman presentado en la Figura 4 (Manigel y Leonhard, 1992; Hunt *et al.*, 2000; Isermann, 2001; Jaschke, 2002; Kelber *et al.*, 2004).

Figura 4. Diagrama de Fuerzas del Vehículo.

El análisis del diagrama de fuerzas presentado en la Figura 4 conduce a las ecuaciones (1)-(3), las cuales relacionan las componentes de fuerza en x_F e y_F y los pares alrededor del eje z_F .

- Equilibrio de fuerzas actuantes en el eje x_F :

$$\begin{aligned} F_{CF} \cdot \sin\beta + F_{xT} - F_{xA} + F_{xD} \cdot \cos\delta_D \\ - F_{yD} \cdot \sin\delta_D = m \cdot \dot{v} \cdot \cos\beta ; \end{aligned} \quad (1)$$

- Equilibrio de fuerzas actuantes en el eje y_F :

$$\begin{aligned} -F_{CF} \cdot \cos\beta + F_{yT} + F_{yA} + F_{xD} \cdot \sin\delta_D \\ + F_{yD} \cdot \cos\delta_D = m \cdot \dot{v} \cdot \sin\beta . \end{aligned} \quad (2)$$

- Equilibrio de pares alrededor del eje z_F :

$$\begin{aligned} (F_{yD} \cdot \cos\delta_D + F_{xD} \cdot \sin\delta_D) \cdot d_D - F_{yT} \cdot d_T \\ + F_{yA} \cdot d_A = J_z \cdot \ddot{\theta} . \end{aligned} \quad (3)$$

donde β es el ángulo de deslizamiento lateral del chasis, $\dot{\theta}$ es la velocidad de rotación del vehículo en el CM, v es la velocidad lineal del vehículo en el CM, r_c es el radio de curvatura, J_z es el momento de inercia total alrededor del eje vertical, d_D y d_T son las distancias del eje delantero y trasero al centro de gravedad, respectivamente; c_D y c_T son los coeficientes de adherencia de los neumáticos delanteros y traseros, respectivamente; α_D y α_T son los ángulos del vector de desplazamiento lateral de la rueda delantera y trasera, respectivamente; m es la masa total del vehículo, F_{CF} es la fuerza centrífuga, F_{xD} y F_{xT} son las fuerzas de tracción en las ruedas delantera y trasera, F_{yD} y F_{yT} son las fuerzas de adherencia en los neumáticos delantera y trasera, y F_{xA} y F_{yA} son las fuerzas aerodinámicas.

Los términos de las ecuaciones (1)-(3) se detallan considerando las características de cada fuerza como sigue:

- **Fuerza Centrífuga:** la fuerza centrífuga puede ser descompuesta en un producto entre la masa del cuerpo y la aceleración centrífuga, dada por $F_{CF} = m \cdot a_{CF}$. Estando la aceleración centrífuga escrita en términos de la velocidad lineal del vehículo y del radio de curvatura al cual el sistema está sujeto, $a_{CF} = v^2/r_c$. Sin embargo, con el objetivo de obtener las ecuaciones dinámicas en función de las variables de interés, se reescribe el radio de curvatura a través de las variables v , $\dot{\beta}$ y $\dot{\theta}$, quedando de la forma:

$$r_c = \frac{v}{\dot{\beta} + \dot{\theta}}$$

y así la fuerza centrífuga se escribe como sigue:

$$F_{CF} = m \cdot v \cdot (\dot{\beta} + \dot{\theta})$$

- **Fuerza Aerodinámica:** la fuerza aerodinámica está compuesta por los componentes F_{xA} en el eje x_F , y F_{yA} en el eje y_F , y se define por:

$$F_{(x,y)A} = c_a \cdot A_c \cdot v^2 \cdot \frac{r_c}{2}$$

donde c_a es la constante de penetración en el medio (aire) y A_c es el área de contacto del vehículo con el medio. Debe resaltarse que esta fuerza resulta muy difícil de determinar, debido a las variaciones de dirección y velocidad de los vientos.

- **Fuerza de Adherencia en los Neumáticos:** las fuerzas de adherencia lateral en las ruedas, contrarias al deslizamiento del neumático, son determinadas a través del producto entre la constante de adherencia del neumático con el suelo (c_D y c_T) y el ángulo del vector de desplazamiento (α_D y α_T). Así, la fuerza de adherencia sobre el neumático delantero está dada por:

$$F_{yD} = c_D \cdot \alpha_D = c_D \cdot (-\beta + \delta_D - d_D \cdot \frac{\dot{\theta}}{v})$$

y para la rueda trasera es:

$$F_{yT} = c_T \cdot \alpha_T = c_T \cdot (-\beta + d_T \cdot \frac{\dot{\theta}}{v})$$

Basándose en las ecuaciones (1)-(3) y en el desarrollo de las fuerzas presentado previamente, se obtiene un nuevo conjunto de ecuaciones describiendo el comportamiento dinámico del vehículo con respecto a las variables deseadas (β , $\dot{\theta}$ y v):

$$\begin{aligned} \dot{\beta} &= \dot{\theta} \cdot \left(\frac{c_T d_T - c_D d_D \cos \delta_D}{m v^2 \cos \beta} - 1 \right) + \frac{c_a A_c v r_c}{2 m \cos \beta} \\ &\quad - \beta \left(\frac{c_T + c_D \cos \delta_D}{m v \cos \beta} \right) - \frac{\dot{v} \tan \beta}{v} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} &= \frac{\beta}{J_z} (c_T d_T - c_D d_D \cos \delta_D) + \frac{c_a A_c v^2 r_c d_A}{2 J_z} \\ &\quad + \frac{F_x D d_D \sin \delta_D}{J_z} + \frac{c_D d_D \delta_D \cos \delta_D}{J_z} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \dot{v} &= v \tan(\beta) (\dot{\theta} + \dot{\beta}) + \frac{F_x T}{m \cos \beta} - \frac{c_a A_c v^2 r_c}{2 m \cos \beta} \\ &\quad + \frac{F_x D \cos \delta_D}{m \cos \beta} - \frac{c_D \sin \delta_D}{m \cos \beta} \left(-\beta + \delta_D - \frac{d_D \dot{\theta}}{v} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

3.2 Modelo Dinámico Linealizado:

Dado que un controlador predictivo no lineal tendría un elevado coste computacional cuando se calcula la ley de control, se linealiza el modelo dinámico para su aplicación en el CPBM lineal.

El modelo lineal se obtiene en dos etapas. Primero, resolviendo la expresión de las dinámicas del ángulo de deslizamiento lateral del chasis, β , y de la velocidad angular, $\dot{\theta}$, considerando la velocidad lineal constante. Así, en una segunda etapa, se identifica un modelo linealizado de la velocidad del vehículo. Este procedimiento es necesario porque la dinámica de velocidad es significativamente más lenta que los otros elementos del modelo dinámico. En otras palabras, el periodo de muestreo para el bucle de control de v (T_v) es más grande que para el bucle de β y $\dot{\theta}$ ($T_\beta, \dot{\theta}$), y durante $T_v/T_\beta, \dot{\theta}$ periodos de muestreo la velocidad v puede ser considerada constante.

Para las expresiones dinámicas (4) y (5) las variaciones de los ángulos β y δ_D pueden ser consideradas pequeñas en cada periodo de muestreo. Por lo tanto, pueden considerarse aproximaciones lineales expandiendo $\cos(\beta)$, $\sin(\beta)$, $\cos(\delta_D)$ y $\sin(\delta_D)$ usando Series de Taylor y truncandolas después del primer término, $\cos(\beta) \approx 1$, $\sin(\beta) \approx \beta$, $\cos(\delta_D) \approx 1$ y $\sin(\delta_D) \approx \delta_D$. Para el vehículo utilizado en este trabajo las fuerzas aerodinámicas son muy pequeñas y pueden ser despreciadas. Por ello, las expresiones linealizadas para β y $\dot{\theta}$ conducen a (Kelber *et al.*, 2004):

$$\begin{aligned} \dot{\beta} &= \dot{\theta} \cdot \left(\frac{c_T \cdot d_T - c_D \cdot d_D}{m \cdot v^2} - 1 \right) - \beta \cdot \left(\frac{c_T + c_D}{m \cdot v} \right) \\ &\quad + \frac{F_x D \cdot \delta_D}{m \cdot v} + \frac{c_D \cdot \delta_D}{m \cdot v} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} &= \frac{\beta}{J_z} \cdot (c_T \cdot d_T - c_D \cdot d_D) + \frac{c_D \cdot d_D \cdot \delta_D}{J_z} \\ &\quad - \frac{\dot{\theta}}{J_z \cdot v} \cdot (c_T \cdot d_T^2 + c_D \cdot d_D^2) + \frac{F_x D \cdot d_D \cdot \delta_D}{J_z} \end{aligned} \quad (8)$$

El modelo dinámico resultante, es válido para aceleraciones laterales hasta $4m/s^2$ (Isermann, 2001). Además, con el objetivo de obtener un movimiento sin deslizamiento lateral, β debe tener el mismo signo que el ángulo de dirección δ_D . Así que, analizando la ganancia estática de la función de transferencia $\beta(s)/\delta_D(s)$ y usando las ecuaciones (7) y (8), se obtiene la siguiente relación:

$$K_{e_\beta} = \frac{c_T c_D d_T (d_T + d_D) - c_D d_D m v^2}{c_T c_D (d_T + d_D)^2 + m v^2 (c_T d_T - c_D d_D)} > 0, \quad (9)$$

$$v_{max} < \sqrt{\frac{c_T d_T (d_T + d_D)}{d_D m}}, \quad (10)$$

que condiciona el valor de v_{max} .

Hay que hacer notar que la máxima velocidad del vehículo (v_{max}) es dependiente del coeficiente de adherencia del neumático trasero, y es el único parámetro variable. A partir de esta relación se define la velocidad a partir de la cual es necesario usar el controlador basado en la dinámica del vehículo para obtener buenos resultados en el seguimiento de trayectorias. En el apartado 5 se presentan simulaciones que corroboran que controlando solo la cinemática del vehículo con $v > v_{max}$ se pierden prestaciones.

El modelo dinámico lineal de la velocidad se define considerando que, en cada periodo de muestreo, la velocidad angular y el ángulo de deslizamiento lateral del chasis son idénticos a los valores de referencia. Este modelo fue obtenido experimentalmente a través del análisis de la respuesta al escalón del sistema, presentado en Kelber *et al.* (2004). Como el vehículo de prueba tiene tracción solo en el eje trasero, la fuerza $F_x D$ es despreciable y solo se considera la fuerza $F_x T$, la cual es proporcional al par del motor de combustión. Por ello, la variable de entrada del modelo puede ser la aceleración angular de la rueda trasera $\dot{\omega}_{RT}$.

En este trabajo se ha considerado que el vehículo está en movimiento y que el motor de combustión esta funcionando en régimen permanente, así las no-linealidades de este tipo de motor son ignoradas. Por lo tanto, la ecuación diferencial, obtenida mediante identificación, que relaciona la velocidad y la aceleración angular de la rueda trasera, teniendo en cuenta las dinámicas de velocidad y del motor de combustión, es definida como un sistema lineal de segundo orden (Kelber *et al.*, 2004):

$$\begin{aligned} \ddot{v} &= -\frac{(T_{Mgas} + T_V)}{T_{Mgas} \cdot T_V} \cdot \dot{v} - \frac{1}{T_{Mgas} \cdot T_V} \cdot v \\ &\quad + \frac{V_{v/ac}}{T_{Mgas} \cdot T_V} \cdot \dot{\omega}_{RT}, \end{aligned} \quad (11)$$

donde $T_{M\text{gas}}$ y T_V son las constantes de tiempo del motor y del vehículo, respectivamente, y $V_{v/ac}$ representa la ganancia del sistema (ver Tabla 1).

4. ESTRATEGIA DE CONTROL

La estrategia de control utilizada en este trabajo esta basada en la idea de la Figura 1.

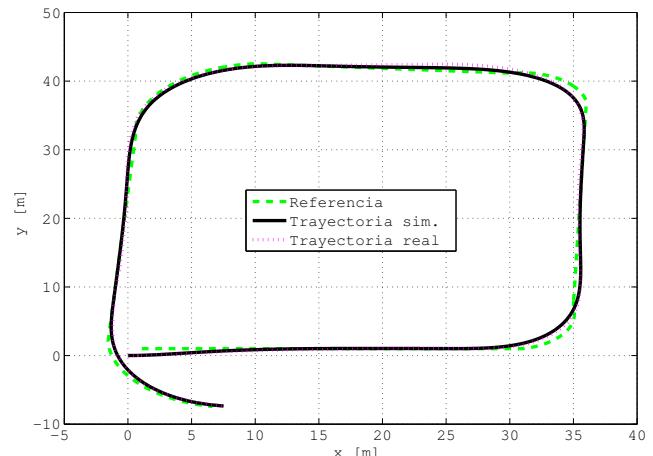
Aquí solo se analiza el nivel 2 del control basado en el modelo dinámico del vehículo. El desarrollo de los algoritmos aquí utilizados para el control de los niveles 1 y 3 pueden encontrarse detallados en Raffo (2005); Raffo *et al.* (2006).

El sistema de supervisión en el nivel 4 realiza el planeamiento de la ruta a seguir. Basado en el trayecto previamente definido, también en este nivel, se genera a cada paso de muestreo la trayectoria de aproximación que une la posición actual del vehículo a la posición final pre-definida en el sistema de coordenadas globales. Para generarla se ejecuta un algoritmo adaptativo que varía el parámetro *lookahead* de la estrategia *Pure-Pursuit* (Amidi, 1990; Raffo, 2005), dependiendo de la distancia del vehículo con respecto al punto de destino sobre la ruta. Con esta información, se convierte la trayectoria de aproximación para el sistema de coordenadas locales del vehículo en el instante actual, proveyendo las señales de referencia futura, dentro de un horizonte finito, para los controladores predictivos del tercer nivel y de la velocidad.

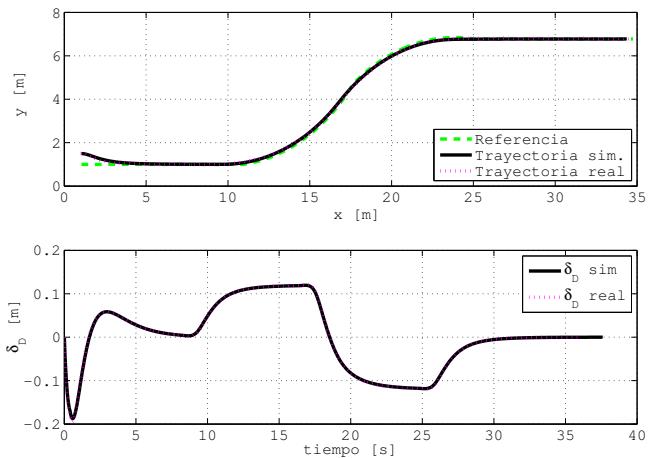
En el nivel 3 se ha ejecutado un algoritmo de control predictivo basado en el modelo cinemático linealizado en coordenadas locales, utilizando trayectoria de aproximación, para realizar la tarea de seguimiento de trayectoria. El CPBM calcula continuamente N_u (horizonte de control) nuevos valores del ángulo de dirección de las ruedas delanteras del vehículo con la finalidad de mantenerlo sobre el camino deseado. Estos valores son convertidos a los valores de referencia para el controlador del ángulo de deslizamiento lateral del chasis y de la velocidad angular del vehículo a través del bloque *Relaciones Trigonométricas* (ver Figura 6). Los valores de referencia de la velocidad angular también dependen del valor de la velocidad tangencial.

Resultados experimentales utilizando el controlador predictivo basado en el modelo cinemático fueron obtenidos para dos tipos de trayectorias: rectangular y con forma de *S*. Estos resultados son presentados en las Figuras 5(a) y 5(b). El vehículo ha recorrido los trayectos a una velocidad de 1m/s . Actualmente, solo se han podido realizar experimentos reales con el vehículo utilizando el controlador cinemático. Esto se debe a la instrumentación implementada en el sistema electromecánico de dirección de la rueda delantera del vehículo, que no presenta una respuesta suficientemente rápida, lo cual limita la velocidad del vehículo Mini-Baja y solo se puede garantizar la estabilidad en los movimientos laterales del vehículo hasta una velocidad de 10km/h ($\sim 2,77\text{m/s}$).

Las variables controladas en el nivel 2 son: la velocidad longitudinal, la velocidad angular y el ángulo de deslizamiento lateral del chasis. Este nivel recibe las referencias de β y $\dot{\theta}$ del nivel 3, mientras la referencia de velocidad longitudinal es proporcionada por el generador de trayectoria a través de una realimentación *feedforward*. Como las dinámicas de velocidad son más lentas que las otras dos dinámicas, se propone un controlador descentralizado. Se utilizan, un GPC (del inglés *Generalized Predictive Control*) monovariante para el control de velocidad y un GPC multivariante para el control de la ve-



(a) Seguimiento de trayectoria cuadrática en el plano xy .



(b) Seguimiento de trayectoria en forma de *S* y ángulo de la rueda delantera δ_D .

Figura 5. Resultados experimentales con el controlador predictivo basado en el modelo cinemático.

locidad angular y del ángulo de deslizamiento lateral del chasis, por lo que, el ángulo de dirección de la rueda delantera es una variable manipulada. Las variables manipuladas, δ_D y $\dot{\omega}_{RT}$, son entonces pasadas como valores de referencia para el nivel 1 donde se realizan los sistemas de control sensor/actuador. El desarrollo de cada uno de los controladores basados en el modelo dinámico se analiza en el próximo apartado y la estructura se representa en la Figura 6.

5. CONTROL PREDICTIVO BASADO EN EL MODELO DINÁMICO

La ecuación (6) se utiliza para representar el modelo dinámico de velocidad del vehículo, mientras las ecuaciones (4) y (5) son utilizadas, para el modelo dinámico del ángulo de deslizamiento lateral del chasis y para la dinámica de la velocidad angular, respectivamente.

Como se ha comentado anteriormente, para el diseño del controlador de velocidad las otras dos variables se ignoran y para el controlador de las variables β y $\dot{\theta}$ se asume que la velocidad es constante durante un periodo de muestreo. La matriz de

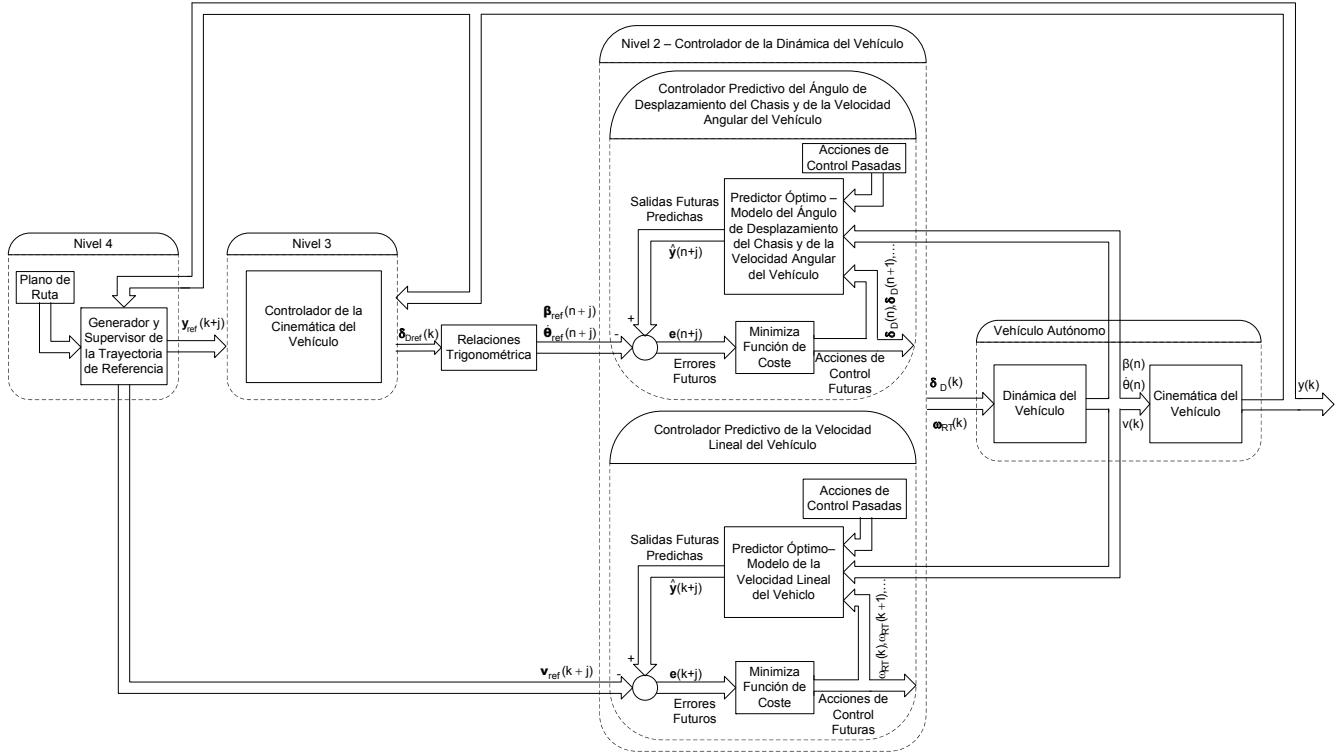


Figura 6. Estructura de Control en Cascada del vehículo Autónomo.

transferencia para el controlador de β y $\dot{\theta}$ fue derivada de las ecuaciones (7) y (8) obteniéndose la siguiente matriz:

$$G(s)_{\beta,\dot{\theta}} = \frac{1}{s^2 + (a+d)s + (ad-bc)} \begin{bmatrix} es + de + bf \\ fs + af + ce \end{bmatrix} \quad (12)$$

donde:

$$\begin{aligned} a &= \frac{c_T + c_D}{m \cdot v}, \quad b = \frac{c_T \cdot d_T - c_D \cdot d_D}{m \cdot v^2} - 1, \\ c &= \frac{c_T \cdot d_T - c_D \cdot d_D}{J_z}, \quad d = \frac{c_T \cdot d_T^2 + c_D \cdot d_D^2}{J_z \cdot v}, \\ e &= \frac{c_D + F_{xD}}{m \cdot v}, \quad f = \frac{d_D \cdot (c_D + F_{xD})}{J_z}. \end{aligned}$$

Sin embargo, la velocidad tangencial puede variar a lo largo de la trayectoria, así que, esta se monitoriza a cada paso de muestreo y en caso de que varíe fuera de un rango pre establecido, la matriz de transferencia (12) se calculada nuevamente.

La función de transferencia que relaciona la velocidad tangencial del vehículo con la aceleración angular de la rueda de tracción, obtenida de la ecuación (11), está dada por:

$$G(s)_{vel} = \frac{V_{v/ac}}{T_{Mgas} T_V s^2 + (T_{Mgas} + T_V) s + 1}. \quad (13)$$

Para utilizar el GPC deben calcularse los modelos discretos equivalentes de la matriz de transferencia (12) y la función de transferencia (13) y posteriormente escribirlos en la forma de un modelo CARIMA (del inglés *Controller Auto-Regressive Integrated Moving Average*) del tipo:

$$\mathbf{A}(z^{-1}) \cdot \mathbf{y}(k) = \mathbf{B}(z^{-1}) \cdot \mathbf{u}(k-1) + \frac{\mathbf{e}(k)}{\Delta}, \quad (14)$$

donde $\Delta = 1 - z^{-1}$, $\mathbf{e}(k)$ es un ruido blanco gausiano de media cero. \mathbf{A} y \mathbf{B} son polinomios en el operador retardo z^{-1} . $\mathbf{u}(k)$ e $\mathbf{y}(k)$ son las variables de entrada y salida respectivamente (Camacho y Bordons, 2004).

El algoritmo GPC se ejecuta en los dos bucles de control del nivel 2 del vehículo. Este controlador consiste en el cálculo de la ley de control que minimice la función de coste definida por:

$$\mathbf{J} = (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{y}_r)' \mathbf{Q} (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{y}_r) + \Delta \mathbf{u}' \mathbf{R} \Delta \mathbf{u} \quad (15)$$

donde el vector de predicción $\hat{\mathbf{y}}$, se obtiene utilizando el modelo CARIMA.

La predicción puede ser calculada como una función de las acciones de control futuras $\Delta \mathbf{u}$ y de la respuesta libre \mathbf{f} :

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}, \quad (16)$$

donde \mathbf{G} es la matriz de respuesta a escalón (Camacho y Bordons, 2004).

En el caso sin restricciones la solución puede obtenerse de forma analítica:

$$\Delta \mathbf{u}(k) = \mathbf{k} \cdot (\mathbf{y}_r - \mathbf{f}) \quad (17)$$

donde \mathbf{k} es la primera fila de la matriz $(\mathbf{G}' \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{G} + \mathbf{R})^{-1}$. $\mathbf{G}' \cdot \mathbf{Q}$ e \mathbf{y}_r es el vector de referencias futuras. En el caso con restricciones, un algoritmo de optimización resuelve el problema en cada periodo de muestreo.

Las leyes de control lineal utilizadas para controlar el vehículo sin considerar restricciones son definidas como sigue:

$$\Delta \delta_D(k) = K \cdot (\mathbf{y}_{ref} - \mathbf{f}), \quad (18)$$

$$\mathbf{y}_{ref} = \begin{bmatrix} \beta_{ref}(k+1) \\ \vdots \\ \beta_{ref}(k+N_{2\beta}) \\ \dot{\theta}_{ref}(k+1) \\ \vdots \\ \dot{\theta}_{ref}(k+N_{2\dot{\theta}}) \end{bmatrix}$$

y

$$\Delta\dot{\omega}_{RT}(k) = K \cdot (\mathbf{v}_{ref} - \mathbf{f}), \quad (19)$$

$$\mathbf{v}_{ref} = \begin{bmatrix} v_{ref}(k+1) \\ \vdots \\ v_{ref}(k+N_{2v}) \end{bmatrix}$$

También se ha incluido un filtro paso bajo en la referencia de velocidad como: $v_{refF}(k+1) = \alpha \cdot v_{refF}(k) + (1-\alpha) \cdot v_{ref}(k)$, donde se sintonizó $\alpha = 0,95$.

6. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Se han realizado varias simulaciones para ilustrar las ventajas de la estructura en cascada considerando el controlador predictivo basado en el modelo dinámico del vehículo propuesto. El controlador basado en la cinemática del vehículo se ha ejecutado conforme fue presentado en Raffo *et al.* (2006). En todos los casos se han utilizado el mismo conjunto de parámetros utilizando los siguientes criterios: los horizontes fueron elegidos para capturar las dinámicas dominantes de cada bucle y para obtener una acción de control suave; para el controlador cinemático fue necesario incrementar los pesos de ponderación a fin de aumentar la robustez; el control de velocidad fue ajustado para lograr la respuesta más rápida y sin oscilación en bucle cerrado.

Los parámetros elegidos para el controlador predictivo basado en el modelo dinámico del vehículo, son los siguientes:

$$N_{2\beta,\dot{\theta}} = [10 \ 10]', \quad N_{u_{\delta_D} \text{ din}} = [10],$$

$$Q_{\beta,\dot{\theta}} = I_{\beta,\dot{\theta}}, \quad R_{\delta_D \text{ din}} = [0, 5],$$

$$N_{2v} = [20], \quad N_{u_{\omega_{RT}}} = [20],$$

$$Q_v = [1], \quad R_{\omega_{RT}} = [0, 05].$$

A continuación se muestran los resultados de simulación comparando el control Cinemático-Dinámico (CD) con el Cinemático (C). Para los ensayos se usan dos trayectorias de referencia: la primera con forma rectangular y los bordes redondeados, ejecutada para dos perfiles de velocidad: $v_D = 9m/s$ y $v_D = 18m/s$ en las rectas, reducidas un 20% en las curvas; la segunda trayectoria tiene forma de ocho, con radio de cada circunferencia de $30m$. El segundo trayecto se realiza a velocidad constante, también para velocidades de $v_D = 9m/s$ y $v_D = 18m/s$. La posición inicial del vehículo, en ambas trayectorias, es $x_0 = [-1 \ -5 \ 0]'$. Las variables β y $\dot{\theta}$ son inicializadas nulas, mientras la velocidad inicial del vehículo en CM es igual $9m/s$ y $18m/s$ en cada caso, respectivamente.

Los resultados de simulación muestran las mejoras obtenidas usando el control CD a pesar de considerar un modelo simple para calcular las predicciones en el control de la dinámica. Como se puede ver tanto en la trayectoria rectangular (Figuras

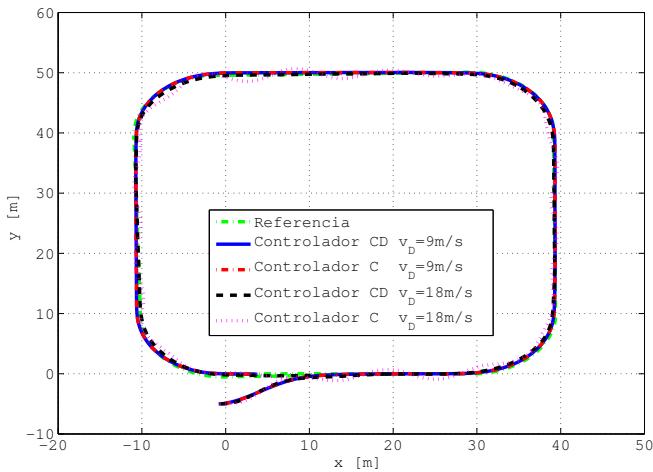
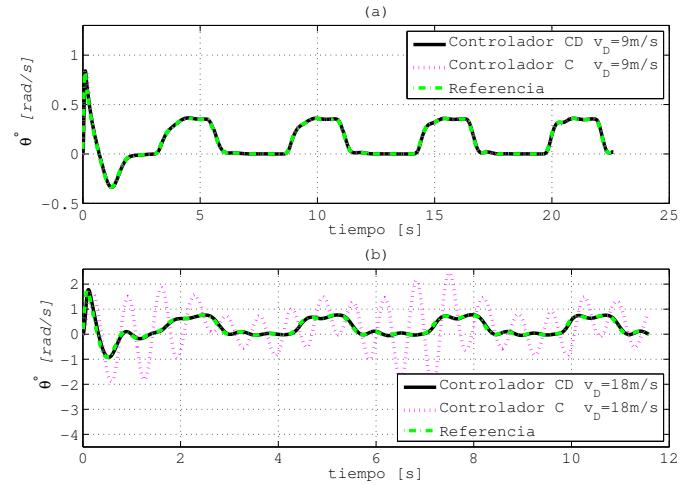
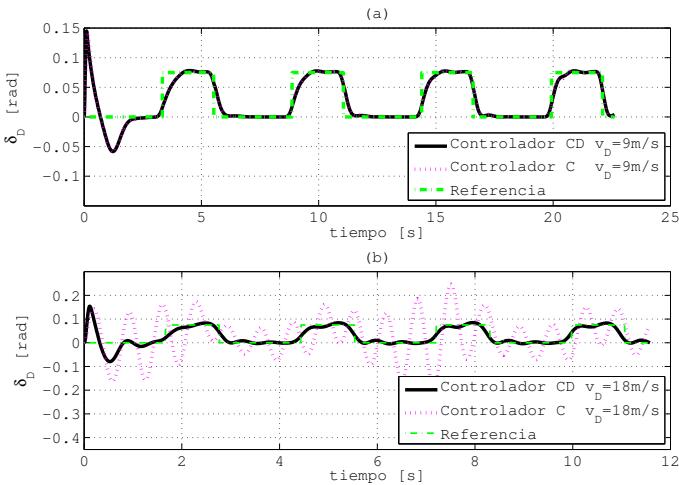
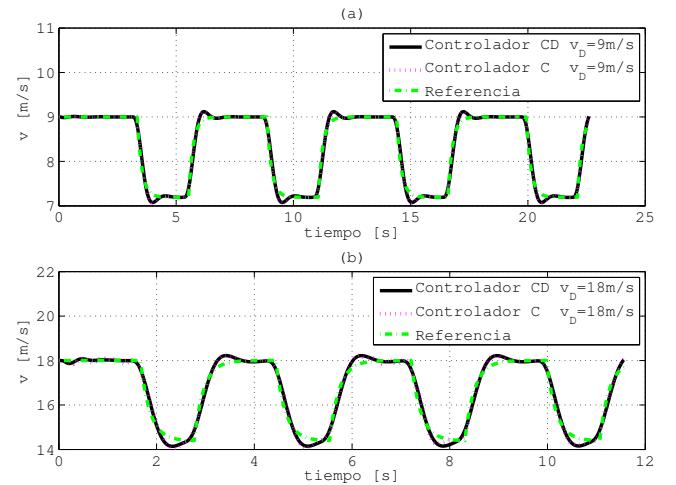
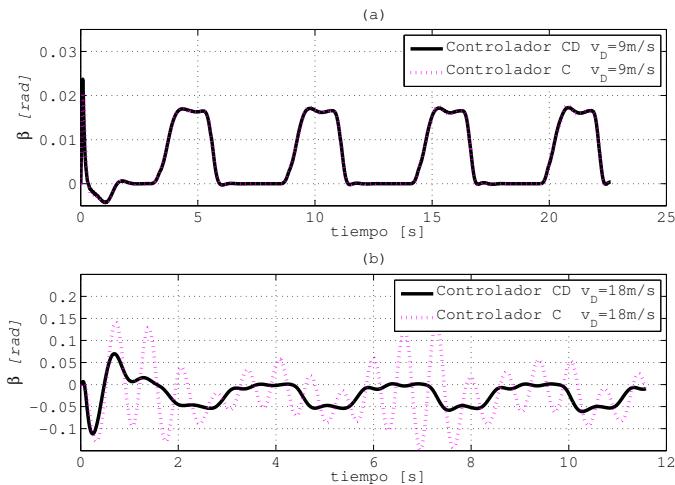
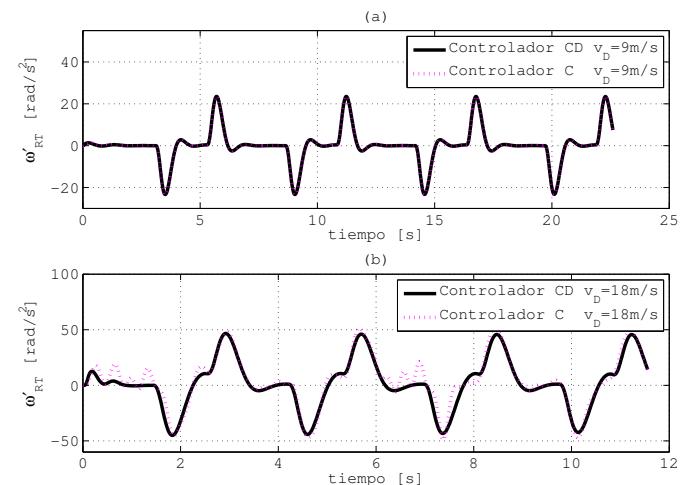
7-12) cuanto en la trayectoria en forma de ocho (Figuras 13-18), el seguimiento de trayectoria usando el controlador del sistema dinámico en cascada con el controlador de la cinemática o solo el controlador cinemático con velocidad de $v_D = 9m/s$ son muy similares (ver parte (a) de las Figuras 8-12 y 14-18). Este resultado era esperado a partir de la expresión (10), pues para los parámetros del vehículo analizado $v_{max} = 9,44m/s$. Las Figuras 9.a y 15.a validan esta restricción sobre la velocidad longitudinal, donde para valores menores que v_{max} el ángulo de β posee misma orientación que el ángulo de la rueda delantera, resultando movimientos sin deslizamiento lateral.

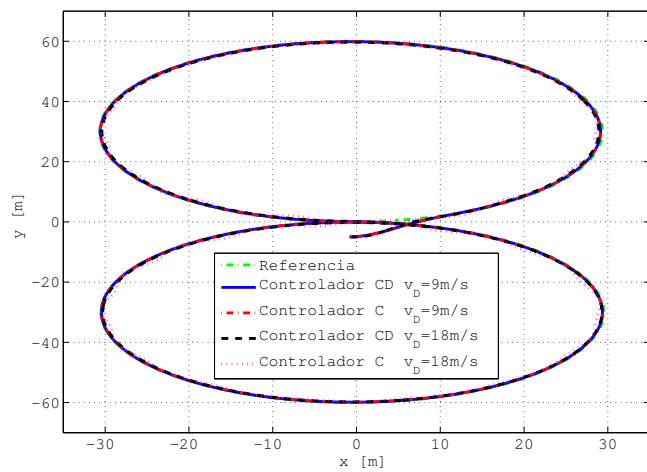
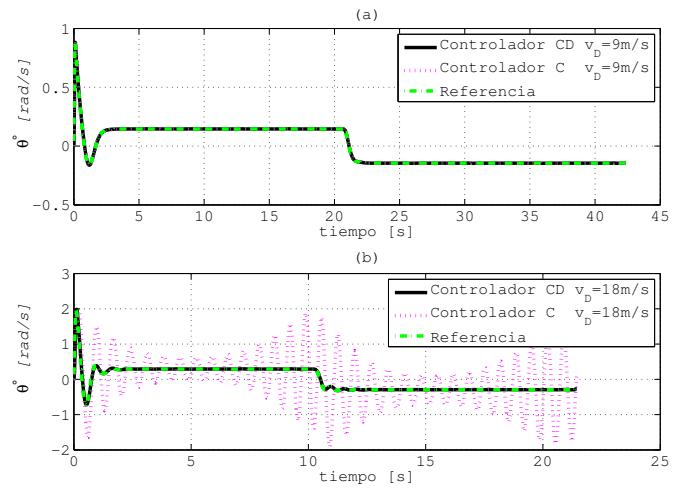
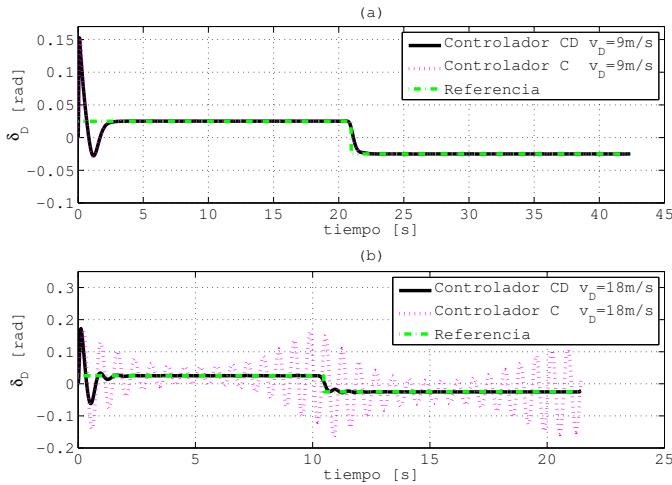
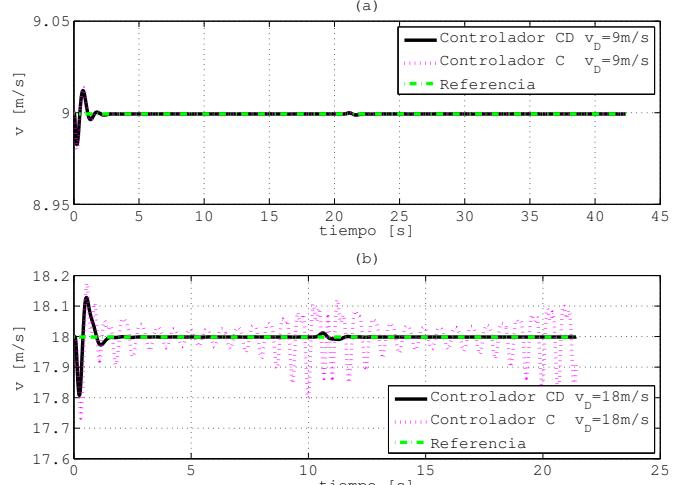
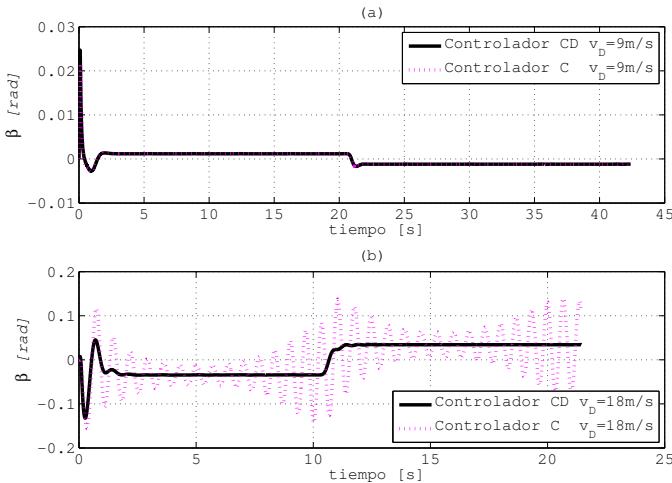
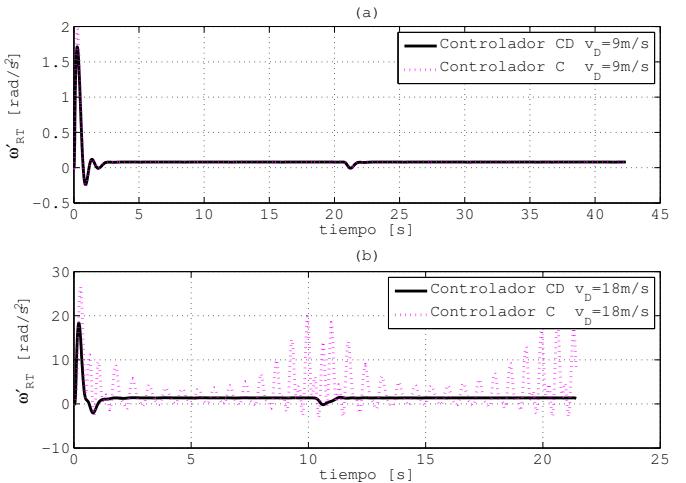
Sin embargo, si $v > v_{max}$ el esquema en cascada ofrece mejor comportamiento a pesar de presentar deslizamiento lateral del vehículo, como se puede comprobar a través de las gráficas del ángulo de deslizamiento del chasis (Figuras 9.b y 15.b), donde el ángulo β presenta signo inverso al ángulo δ_D . Mientras que utilizando solo el control basado en la cinemática del vehículo, se obtiene un comportamiento fuertemente oscilatorio en torno de la referencia, no consiguiéndose la convergencia exacta para el camino deseado, como se puede percibir en las gráficas de δ_D , β y $\dot{\theta}$ (ver Figuras 8.b-10.b y 14.b-16.b). Esto ocurre, principalmente, por causa de las fuerzas laterales que son amplificadas con el aumento de la velocidad.

Se hace notar también en las gráficas del ángulo de dirección de la rueda delantera (Figuras 8 y 14) que, independientemente del valor de v , en ningún momento supera el valor máximo permitido para el vehículo Mini-Baja de $\sim 0,79rad$, a pesar de que esta acción de control se ha calculado analíticamente en cada paso de muestreo. Esta conducción suave se obtiene con el uso de la estrategia *Pure-Pursuit* asociada al ajuste adaptativo adecuado del parámetro *lookahead*.

El bucle de control de la velocidad tangencial presenta un buen comportamiento tanto con referencia constante como con referencia variable, como se puede ver en las Figuras 11 y 17. En la gráfica de la velocidad tangencial para la trayectoria en forma de ocho se puede percibir más claramente las consecuencias de utilizar solamente el control basado en la cinemática a velocidades elevadas, donde no se consigue mantener la velocidad tangencial constante (ver Figura 17.b).

La estructura de control en cascada soluciona el problema de seguimiento de trayectoria a velocidades elevadas con buen comportamiento, compensando los efectos de la dinámica del vehículo atenuados en las altas velocidades y guiando el vehículo sobre el camino previamente definido.

Figura 7. Seguimiento de trayectoria en el plano xy .Figura 10. Velocidad angular $\dot{\theta}$.Figura 8. Acción de Control δ_D .Figura 11. Velocidad longitudinal v .Figura 9. Ángulo de deslizamiento lateral del chasis β .Figura 12. Acción de control $\dot{\omega}_{RT}$.

Figura 13. Seguimiento de trayectoria en el plano xy .Figura 16. Velocidad angular $\dot{\theta}$.Figura 14. Acción de Control δ_D .Figura 17. Velocidad longitudinal v .Figura 15. Ángulo de deslizamiento lateral del chasis β .Figura 18. Acción de control $\dot{\omega}'_{RT}$.

7. CONCLUSIONES

Este trabajo presenta el análisis, diseño y sintonía de un controlador predictivo basado en el modelo dinámico de un vehículo autónomo en una estructura en cascada con el controlador basado en la cinemática, para el problema de seguimiento de caminos de un vehículo autónomo.

La arquitectura de los controladores considera un control descentralizado para la dinámica del vehículo. Se demostró que para altas prestaciones de seguimiento es necesario usar el esquema completo con los dos controladores trabajando en una configuración en cascada donde el controlador cinemático provee los valores de referencia para el controlador dinámico.

Se han presentado resultados experimentales del control cinemático a bajas velocidades y resultados de simulación con el control cinemático-dinámico en cascada aplicado a un modelo no lineal completo del vehículo autónomo Mini-Baja para mostrar las buenas cualidades de la metodología propuesta. Y se ha demostrado, para el vehículo Mini-Baja, que el límite para obtener buenas prestaciones solo con el control basado en el modelo cinemático es $9,44m/s$. A pesar de que este análisis fue realizado para el vehículo Mini-Baja, la metodología propuesta puede ser aplicada a otros vehículos.

El trabajo futuro es obtener resultados experimentales utilizando la estructura en cascada completa, para la cual será necesario realizar modificaciones en el sistema electromecánico que acciona la dirección de la rueda delantera del vehículo Mini-Baja. Para implementar el algoritmo propuesto considerando el controlador basado en la dinámica, se tendrá que realizar un segundo sistema empotrado, trabajando en red con el sistema encargado del control cinemático, ya que el sistema utilizado actualmente no es capaz de procesar dos controladores a la vez. En paralelo con los algoritmos de control las investigaciones también se orientarán al desarrollo de plataformas empotradas que permitan realizar otras tareas de auxilio al conductor además del guiado automático del vehículo.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar sus agradecimientos a Guilherme Gomes y a Leandro Becker por sus comentarios y apoyo, a las agencias de Investigación Brasileñas CAPES, CNPq y FAPESC y al Ministerio de Ciencias y Tecnología la financiación de este trabajo con cargo a los proyectos de investigación DPI2004-06419, DPI2007-64697 y DPI2006-07338. Así mismo, desean expresar su agradecimiento a los revisores anónimos que han contribuido con sus comentarios a la mejora de la versión final de este artículo.

REFERENCIAS

- Amidi, O. (1990). Integrated Mobile Robot Control. Technical Report CMU-RI-TR-90-17. Robotics Institute, Carnegie Mellon University. Pittsburgh, PA.
- Berlin, F. y P. M. Frank (1991). Robust Predictive Robot Control. In: *Proc. of the 5th IEEE International Conference on Advanced Robotics*. Vol. 2. Pisa, Italy. pp. 1493–1496.
- Boyden, F. D. y S. A. Velinsky (1994). Dynamic Modeling of Wheeled Mobile Robots for High Load Applications. In: *Proc. of the 1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Vol. 4. San Diego, USA. pp. 3071–3078.
- Camacho, E.F. y C. Bordons (1998). *Model Predictive Control*. Springer-Verlag, New York.
- Camacho, E.F. y C. Bordons (2004). Control predictivo: Pasado, presente y futuro. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial (RIAI)* 1(2), 1–24.
- Canudas-de-Wit, C., H. Khenouf, C. Samson y O. J. Sørdalen (1993). *World Scientific Series in Robotics and Intelligent Systems*. Chap. Nonlinear Control Design for Mobile Robots, pp. 121–157. World Scientific Publisher.
- Essen, Harm Van y Henk Nijmeijer (2001). Non-Linear Model Predictive Control of Constrained Mobile Robots. In: *Proc. European Control Conference*. Porto, Portugal. pp. 1157–1162.
- Fiacchini, M., A. Viguria, R. Cano, A. Prieto, F.R. Rubio, J. Aracil y C. Canudas de Wit (2006). Desarrollo y experimentación de un vehículo basado en péndulo invertido (PP-Car). *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial (RIAI)* 3(4), 53–62.
- Gomes, G. K. (2006). Controle Preditivo em Tempo-Real para Seguimento de Trajetória de Veículos Autônomos. Master's thesis. Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. Florianópolis, SC. in portuguese.
- Gu, D. y H. Hu (2002). Neural Predictive Control for a Car-Like Mobile Robot. *International Journal of Robotics and Autonomous Systems* 39, 73–86.
- Hunt, K. J., T. A. Johansen, J. Kalkkuhl, H. Fritz y T. Götsche (2000). Speed Control Design for an Experimental Vehicle Using a Generalized Gain Scheduling Approach. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*.
- Isermann, R. (2001). Diagnosis Methods for Electronic Controlled Vehicles. *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility* 36(2-3), 77–117.
- Jaschke, K. P. (2002). Lenkregler für Fahrzeuge mit hoher Schwerpunktlage. PhD thesis. TU-Braunschweig. in german.
- Jung, C. R., F. S. Osório, C. R. Kelber y F. Heinen (2005). *Jornada de Atualização em Informática JAII2005*. Chap. Computação Embarcada: Projeto e Implementação de Veículos Autônomos Inteligentes, pp. 1358–1406. SBC. in portuguese.
- Kelber, C. R., C. R. Jung, F. S. Osorio y F. J. Heinen (2005). Electrical Drives in Intelligent Vehicles: Basis for Active Driver Assistance Systems. In: *Proc. of the IEEE / ISIE2005 International Symposium on Industrial Electronics*. Vol. 4. Dubrovnik, Croatia. pp. 1623–1628.
- Kelber, C. R., D. S. Dreger, G. K. Gomes, D. Webber, J. Schirbeck, R. H. Netto y D. A. Borges (2003). Cell-Phone Guided Vehicle, an Application based on a Drive-by-Wire Automated System. In: *Proc. of the IEEE / IV2003 - Intelligent Vehicles Symposium*. Columbus/Ohio, USA. pp. 645–649.
- Kelber, C. R., D. Webber, G. K. Gomes, M. A. Lohmann, M. S. Rodrigues y D. Ledur (2004). Active Steering Unit with integrated ACC for X-by-Wire Vehicles using a Joystick as H.M.I.. In: *Proc. of the IEEE / IV2004 - Intelligent Vehicles Symposium*. Parma, Italy. pp. 173–177.
- Kim, B., D. S. Necsulescu y J. Sasiadek (2001). Model Predictive Control of an Autonomous Vehicle. In: *Proc. of the IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*. pp. 1279–1284.
- Kühne, Felipe, Walter Fetter Lages y João Manoel Gomes Da Silva (2004). Model Predictive Control of a Mobile Robot Using Linearization. In: *Proc. of the IEEE Mechatronics and Robotics*. Vol. 4. Aachen, Germany. pp. 525–530.

- Manigel, J. y W. Leonhard (1992). Vehicle Control by Computer Vision. *IEEE Transactions on industrial electronics* **39**(3), 181–188.
- Normey-Rico, J. E., J. Gómez-Ortega y E. F. Camacho (1999). A Smith-Predictor-Based Generalised Predictive Controller for Mobile Robot Path-Tracking. In: *Control Engineering Practice*. Vol. 7. London, England. pp. 729–740.
- Ollero, A. y O. Amidi (1991). Predictive Path Tracking of Mobile Robots: application to the CMU Navlab. In: *Proc. of the IEEE International Conference on Advanced Robotics*. Pisa, Italy. pp. 1081–1086.
- Raffo, G. V. (2005). Algoritmos de Controle Preditivo para Seguimento de Trajetórias de Veículos Autônomos. Master's thesis. Univesidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. Florianópolis, SC. in portuguese.
- Raffo, G.V., G.K. Gomes, J.E. Normey-Rico, L. B. Becker y C. R. Kelber (2006). Seguimento de Trajetória de um Veículo Mini-Baja com CPBM. In: *XVI Congresso Brasileiro de Automática*. Salvador, Brasil.
- Sarkar, N., X. Yun y V. Kumar (1993). Dynamic Path Following: A New Control Algorithm for Mobile Robots. In: *Proc. of the 32nd IEEE International Conference on Decision and Control*. San Antonio, USA. pp. 2670–2675.
- Wit, J., C. D. Crane III y D. Armstrong (2004). Autonomous Ground Vehicle Path Tracking. *Journal of Robotic Systems* **21**(8), 439–449.
- Yang, J.M. y J. Kim (1999). Sliding Mode Control for Trajectory Tracking of Nonholonomic Wheeled Mobile Robots. *IEEE Transactions on Robotic and Automation* **15**(3), 578–587.
- Yang, X., K. He, M. Guo y B. Zhang (1998). An Intelligent Predictive Control Approach to Path Tracking Problem of Autonomous Mobile Robot. *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics* **4**, 3301–3306.