

Identificación en lazo cerrado y ajuste de reguladores mediante algoritmos genéticos

Alberto Aguado¹ y Aldo Cipriano²

¹*Instituto de Cibernética, Matemática y Física, La Habana, Cuba*

²*Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile*

La identificación en lazo cerrado de sistemas continuos es un problema de optimización no lineal que resulta de difícil solución mediante métodos convencionales. En este trabajo se propone el uso de algoritmos genéticos (AG) para esta tarea y se muestra mediante simulaciones que los modelos obtenidos pueden reproducir fielmente el comportamiento de la planta, aun en el caso de sistemas inestables o que presentan algún tipo de no-linealidad. Estos modelos pueden utilizarse para el ajuste de parámetros de reguladores PID mediante un método también basado en AG, como se muestra en dos ejemplos: un sistema inestable en lazo abierto y otro de alto orden con retardo. La metodología propuesta se aplica también a la identificación del modelo AC5A de la IEEE para unidades de generación eléctrica, que incluye una no-linealidad del tipo saturación. Copyright © 2009 CEA.

Palabras Clave: Identificación en lazo cerrado de sistemas continuos, algoritmos genéticos, ajuste de parámetros de reguladores PID, modelo AC5A.

1. INTRODUCCIÓN

La identificación en lazo cerrado de sistemas cobra importancia particular cuando la realización de experimentos en lazo abierto resulta peligrosa o imposible, eso explica el amplio tratamiento en la literatura de este tema (Forssell y Ljung, 1999), (Ljung y Forssell, 1999), (Van der Hof, 1998). La gran mayoría de los métodos propuestos se enfocan en la identificación de modelos discretos tales como el ARX, ARMAX u otros similares y utilizan el método de mínimos cuadrados o alguna de sus modificaciones. No obstante, en muchas aplicaciones tales como la sintonización de reguladores o la realización de estudios de simulación fuera de línea, los modelos continuos son preferibles o incluso necesarios.

Otros trabajos más recientes, que pueden considerarse como antecedentes más cercanos de esta contribución, utilizan algoritmos genéticos (AG) asociados al problema de la identificación en lazo cerrado. Por ejemplo, en (Mohamed Vall y Radhi, 2005) se utiliza un AG para determinar los parámetros de una función conmutante que perturba a la referencia y a partir de los datos obtenidos se realiza la identificación en lazo cerrado utilizando el método de la variable instrumental. En (Whorton, 2004) se utiliza un AG como una primera etapa de optimización global, en la identificación de modelos en el espacio de estados con estructura mínima, antes de utilizar otro método de optimización local para la estimación final de los parámetros.

El enfoque que proponemos en este trabajo, difiere de los mencionados en que se trata básicamente de la identificación en lazo cerrado de modelos continuos entrada-salida a partir de experimentos sencillos y poco perturbantes como son el escalón, suavizado eventualmente mediante un filtro de

primer orden o secuencias binarias seudo-aleatorias de pequeña amplitud.

Figura 1. Sistema de control por realimentación

En la figura 1 se representa un sistema de control por realimentación en el que la planta y el regulador se caracterizan mediante las funciones transferenciales continuas $G(s)$ y $R(s)$. La función transferencial en lazo cerrado correspondiente es:

$$H(s) = \frac{R(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)} \quad (1)$$

Si $R(s)$ y $G(s)$ son cocientes de polinomios en s , incluyendo la posibilidad de un retardo puro en $G(s)$ aproximado mediante una función de Padé (Butcher, 2002), tenemos entonces:

$$H(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{p_ms^m + \dots + p_1s + p_0}{q_ns^n + \dots + q_1s + q_0} \quad (2)$$

Los coeficientes p_i y q_i son funciones de los parámetros de la planta y del regulador (P_G) y (P_R):

$$p_i = f_i(P_R, P_G) \quad i = 0, 1, \dots, m \quad (3)$$

$$q_i = g_i(P_R, P_G) \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (4)$$

donde $f_i(\cdot)$ y $g_i(\cdot)$ son funciones no lineales conocidas.

Si aplicamos una función escalón o una secuencia binaria seudo aleatoria (PRBS) a la referencia $r(t)$, la respuesta $y(t)$ del sistema $H(s)$ puede calcularse mediante:

$$y(t) = L^{-1}(H(s)L(r(t))) \quad (5)$$

donde L denota a la transformada de Laplace y L^{-1} su inversa.

Sea $y_m(kT)$ una muestra experimental de la salida, medida con un período de muestreo T suficientemente pequeño. Es posible entonces plantear el siguiente problema de optimización para determinar los parámetros del sistema en lazo cerrado:

$$\min_{p_i, q_i} J = \sum_{k=1}^{k=N} (y(kT) - y_m(kT))^2 \quad (6)$$

donde N es suficientemente grande.

Para resolver este problema no lineal, se propone una metodología basada en un algoritmo genético (AG) que imita los mecanismos evolutivos de las especies biológicas, a fin de aprovechar sus conocidas propiedades de generalidad, flexibilidad y atracción intuitiva (Back, 1996), (Goldberg, 1989).

La metodología propuesta será usada, en primer lugar, para identificar algunos parámetros del modelo AC5A, utilizado por la IEEE para simular la dinámica de unidades de excitación – generación eléctrica. El modelo AC5A es un modelo continuo, de alto orden y que presenta una no-linealidad de tipo saturación. Por razones de seguridad, los experimentos de identificación deben realizarse en condiciones de lazo cerrado.

Como una extensión de la metodología propuesta, se mostrará además en el trabajo, que algunos problemas asociados de optimización no lineal, en particular el ajuste en lazo cerrado de parámetros de reguladores PID en casos difíciles, tales como sistemas inestables en lazo cerrado o de alto orden, pueden ser ventajosamente resueltos utilizando un enfoque similar basado en AG.

2. CARACTERÍSTICAS DEL ALGORITMO GENÉTICO UTILIZADO

El AG seleccionado para la presente aplicación, tiene las siguientes características:

a) Los individuos o cromosomas se codifican con números reales (Michalewicz , 1996), de tal forma a cada gen corresponde un valor real.

b) Una operación de “ranking” (Baker, 1987) asigna a cada individuo x un número natural de acuerdo con el valor asociado del criterio $J(x)$, de tal forma que a valores menores de $J(x)$ corresponden números mayores. Entonces para cada individuo x se define un nuevo valor $J'(x)$ correspondiente a su número de orden y que representa el *grado de ajuste* de dicha solución. Por ejemplo, si tenemos una población de tres individuos y los valores de J correspondientes a cada uno de ellos son $J_1 = 10$, $J_2 = 5$ y $J_3 = 1$, los valores del criterio transformado serían: $J'_1 = 1$, $J'_2 = 2$ y $J'_3 = 3$, o sea el tercer individuo es el que tiene el grado de ajuste máximo.

c) Se utiliza una operación de selección conocida como muestreo universal estocástico (Baker, 1987), según la cual, la probabilidad de supervivencia $P(x_i)$ de un individuo x_i se calcula mediante la ecuación:

$$P(x_i) = \frac{J'(x_i)}{\sum_{j=1}^{Nind} J'(x_j)} \quad (7)$$

donde $Nind$ es el número de individuos.

d) El cruzamiento de los cromosomas se efectúa mediante un operador de recombinación intermedio (Muhlenbein y Schlierkamp, 1993) definido mediante la siguiente transformación:

$$\begin{aligned} x'_1 &= \alpha_1 x_1 + (1 - \alpha_1) x_2 \\ x'_2 &= \alpha_2 x_2 + (1 - \alpha_2) x_1 \\ \alpha_1, \alpha_2 &\in [0, 1] \end{aligned} \quad (8)$$

donde:

- α_1, α_2 son números aleatorios distribuidos uniformemente que se generan para cada cromosoma

- La probabilidad de cruzamiento se escoge como $pc = 0.9$.

e) La mutación de un cromosoma seleccionado aleatoriamente con probabilidad pm se calcula mediante:

$$x'_i = x_i (1 + 0.2 randn) \quad (9)$$

donde $randn$ es un número aleatorio distribuido normalmente con media cero y varianza 1. Para la presente aplicación se selecciona $pm = 0.4$.

f) Se utiliza el concepto de “elitismo” durante la ejecución del AG, es decir, la mejor solución obtenida en cualquier generación, se mantiene inalterable en la generación siguiente, hasta que aparezca una mejor. De esta forma se

evita que una solución muy buena que haya aparecido aleatoriamente en las primeras generaciones, se pierda al aplicarse los operadores genéticos.

3. IDENTIFICACIÓN EN LAZO CERRADO MEDIANTE ALGORITMOS GENÉTICOS.

En lo que sigue, se aplicará una metodología basada en un AG para resolver el problema de optimización planteado en la ecuación (6). En primer lugar se define una población de parámetros I_G de tamaño N_{ind} que se genera inicialmente en forma aleatoria, sometida a las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned} I_G \max &\geq I_G \geq I_G \min \\ I_G^j &= I_G^j \min + (I_G^j \max - I_G^j \min) \text{rand} \quad (10) \\ j &= 1, \dots, N_{ind} \end{aligned}$$

Aquí, rand es un número aleatorio distribuido en el intervalo $[0,1]$.

Para cada individuo I_G^j , de la población I_G , existe:

- una función transferencial:

$$H(s)^j = \frac{P(s)^j}{Q(s)^j} = \frac{p_m^j s^m + \dots + p_l^j s + p_0^j}{q_n^j s^n + \dots + q_l^j s + q_0^j} \quad (11)$$

- una respuesta temporal:

$$y(t)^j = L^{-1}(H(s)^j L(r(t))) \quad (12)$$

- y una función de error:

$$J^j = \sum_{k=1}^{k=N} (y_m(kT) - y(kT)^j)^2 \quad (13)$$

Los coeficientes p_i^j, q_i^j se calculan mediante las funciones conocidas f_i y g_i :

$$p_i^j = f_i(P_R, P_G^j) \quad (14)$$

$$q_i^j = g_i(P_R, P_G^j) \quad (15)$$

Si se cumple que:

$$J_{\min}^j = J^i \quad (16)$$

entonces la solución del problema de identificación será:

$$P_{Gopt} = P_G^i \quad (17)$$

Puesto que el tamaño del espacio de búsqueda inicial es desconocido, el algoritmo genético puede repetirse un número arbitrario de veces N_{rep} . Generalmente resulta ventajoso reducir el espacio de búsqueda en las iteraciones

sucesivas de tal forma que en cada nueva iteración, el espacio se restringe a la vecindad de la solución óptima encontrada en la anterior. Por ejemplo, podemos hacer lo siguiente:

$$\begin{aligned} P_G \max &= (1 + \alpha) P_{Gopt} \\ P_G \min &= (1 - \alpha) P_{Gopt} \end{aligned} \quad (18)$$

donde α es un número pequeño, por ejemplo en el intervalo $[0.2, 0.5]$.

En lo que sigue se presenta un ejemplo de la aplicación de esta metodología. Consideremos un sistema de segundo orden inestable que se describe mediante la función transferencial:

$$G(s) = \frac{c_0}{d_2 s^2 + d_1 s + 1} \quad (19)$$

siendo sus parámetros:

$$c_0 = 5, d_2 = 50, d_1 = -15 \quad (20)$$

Supongamos que este sistema se encuentra controlado mediante el regulador PID continuo:

$$R(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{Ti s} + \frac{Td s}{1 + \beta Td s} \right) \quad (21)$$

con parámetros:

$$K_p = 10, Ti = 100, Td = 0.8, \beta = 0.01 \quad (22)$$

En la figura 2 se muestra la respuesta transitoria del sistema en lazo cerrado ante un escalón de amplitud 1, atenuado mediante un filtro de primer orden con constante de tiempo 1, aplicado a la referencia.

Muestreando la respuesta con un período $T=0.05$ segundos se genera una muestra de datos de longitud $N = 201$.

Figura 2. a) Respuesta del sistema en lazo cerrado ante escalón filtrado de amplitud 1 aplicado a la referencia b) comportamiento del control

La función transferencial del sistema en lazo cerrado tiene la siguiente estructura:

$$H(s) = \frac{p_2 s^2 + p_1 s + p_0}{q_4 s^4 + q_3 s^3 + q_2 s^2 + q_1 s + q_0} \quad (23)$$

Los parámetros de $H(s)$ pueden ser fácilmente calculados a partir de $G(s)$ y $R(s)$ si estas son conocidas.

Para aplicar el método de identificación basado en un AG, se define en primer lugar una población con la composición:

$$P_G^j = (c0^j \ d2^j \ d1^j) \quad j = 1, \dots, Nind \quad (24)$$

También debe determinarse el espacio de búsqueda inicial, que puede ser arbitrariamente grande. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} P_G \max &= [100 \ 100 \ 100] \\ P_G \min &= [0 \ -100 \ -100] \end{aligned} \quad (25)$$

Los parámetros del AG, cuya selección no es crítica, fueron fijados para el presente ejemplo, con los valores:

$$\begin{aligned} Nind &= 400, Nogen = 5, Nrepeat = 5 \\ pc &= 0.9, pm = 0.4, \alpha = 0.5 \end{aligned} \quad (26)$$

donde $Nind$ es el número de individuos, $Nogen$ el número de generaciones y $Nrepeat$ el número de repeticiones del AG.

En la Tabla 1 se presentan los resultados obtenidos. Como puede apreciarse, las estimaciones son muy próximas a los valores reales de los parámetros. La respuesta transitoria del sistema identificado en lazo cerrado con el regulador PID, que se omite en aras de la brevedad, es prácticamente idéntica a la mostrada en la figura 2.

Tabla 1: Comparación de los valores reales de los parámetros con los identificados

	c0	d2	d1
Real	5	50	-15
Identificado	5.1123	50.6783	-14.5876

El método de identificación propuesto en este ejemplo es prácticamente insensible a la presencia de ruido en las mediciones. En efecto, para un nivel de ruido gaussiano con varianza 0.04, se obtuvieron las siguientes estimaciones de los parámetros:

$$c0 = 5.09, \ d2 = 50.87, \ d1 = -15.6112 \quad (27)$$

Estos resultados son solamente ligeramente peores que los obtenidos sin ruido. En la figura 3, se superponen la respuesta real con ruido y la obtenida con el modelo identificado.

Figura 3. Respuestas en lazo cerrado del sistema real con ruido y del sistema identificado

4. IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS EN SISTEMAS DE GENERACIÓN ELÉCTRICA.

Las metodologías de identificación de unidades de generación eléctrica reportadas en la literatura se basan generalmente en experimentos realizados en lazo abierto (Kundur, 1994) y utilizan alguna modificación del método de mínimos cuadrados (Botero y Ramírez, 2005). Estos enfoques dan como resultados versiones discretas de los modelos (Kundur, 1994), (Yuan y Chuan-Sheng, 1996).

En esta sección se ilustrarán las posibilidades que ofrece la metodología basada en un AG, para obtener soluciones aceptables para este problema. Se usará el modelo tipo AC5A, adoptado como estándar por la IEEE (1992) como base para el presente estudio y que se ofrece aquí, en una representación tipo Simulink, en la figura 4.

Puesto que este modelo presenta una no linealidad del tipo saturación, se usará una señal PRBS de pequeña amplitud como señal de perturbación, a fin de garantizar que el sistema permanezca en la zona lineal. El objetivo es identificar los parámetros:

Ka, Ta – Parámetros del amplificador
 Ke, Te – Parámetros del excitador
 Kg, Tg – Parámetros del generador

Los parámetros del PID (Kp, Ki, Kd y Td) se suponen conocidos así como los parámetros de la red de adelanto ($Kf, Tf1, Tf2$ y $Tf3$) que regula la salida del amplificador.

En primer lugar definimos una población para el AG, cuya composición es la siguiente:

$$P_s^j = (Ka^j \ Ta^j \ Ke^j \ Te^j \ Kg^j \ Tg^j) \quad j = 1 \dots Nind \quad (30)$$

La respuesta del sistema a una PRBS de amplitud [-1, 1] que se muestra en la Figura 5, confirma que las excursiones

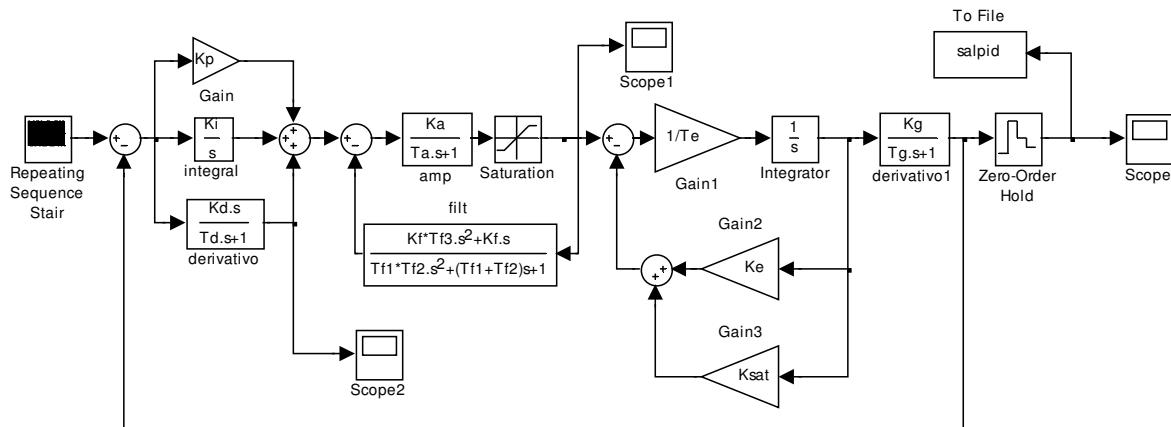


Figura 4. Representación mediante Simulink del modelo AC5A de unidades de excitación-generación eléctrica controlado mediante un PID.

de la salida son muy pequeñas, lo que significa que el sistema se encuentra operando en la zona lineal.

La Tabla 2 sumariza los resultados de la identificación usando un AG con los siguientes parámetros:

$$Nind=400, Nogen=5, Nrepeat=5, \\ pc=0.9, pm=0.4, \alpha = 0.5 \quad (31)$$

Tabla 2: Parámetros reales e identificados

	Ka	Ta	Ke	Te	Kg	Tg
Real	1	0.2	1	0.58	1	5
Ident.	1.25	0.28	0.72	0.61	1.07	5.3

Claramente, existen considerables diferencias entre algunos parámetros reales y los identificados, en particular para las ganancias K_a y K_e y la constante de tiempo T_a . No obstante, resulta evidente de las figuras 6 y 7, que las respuestas a escalones de diferente amplitud son muy próximas, independientemente del hecho de que la segunda respuesta fue obtenida en condiciones de saturación activa.

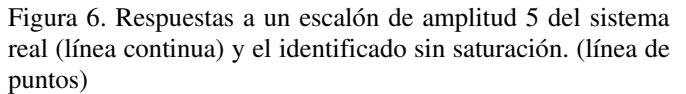


Figura 7. Respuestas a un escalón de amplitud 20 del sistema real (línea continua) y el identificado con saturación (línea de puntos).

Figura 5. Respuesta del sistema a una PRBS

5. AJUSTE DE PARÁMETROS PID BASADO EN UN MODELO DE ORDEN REDUCIDO

En esta sección se mostrará como los problemas de ajuste de parámetros en lazo cerrado de reguladores PID continuo y

discreto, pueden formularse como problemas de optimización no lineal que se resuelven utilizando una metodología basada en un AG, muy próxima a la explicada en la sección anterior.

Desde hace mucho tiempo se conoce un conjunto de métodos de ajuste de reguladores PID, que han sido aplicados más o menos exitosamente tanto en el caso continuo como en el discreto. Entre ellos podemos mencionar el venerable método de Ziegler y Nichols, el de Cohen y Cohn y el de Smith y Muriel (Smith, 1972). Más recientemente ha cobrado popularidad el debido a Astrom y Hagglund. (1984).

Todos los métodos mencionados, no obstante, requieren la desconexión del lazo de control y la realización de experimentos más o menos traumáticos. En algunos casos, en particular si el sistema es inestable en lazo abierto o si se encuentra en la frontera de estabilidad, tales experimentos no son posibles o resultan peligrosos.

Utilizando la metodología propuesta de identificación basada en un AG, es posible identificar un modelo de segundo orden más retardo, incluso en condiciones de lazo cerrado. Este modelo generalmente ofrece una aproximación suficientemente buena de sistemas de alto orden con o sin retardo y sirve de base para el ajuste de los parámetros de reguladores PID. Este enfoque tiene al menos dos ventajas con respecto a los métodos tradicionales:

- La mayoría de los métodos conocidos utilizan un modelo aun más simple, de primer orden más retardo, como aproximación del sistema controlado.
- El experimento de identificación requerido puede realizarse sin desconectar el lazo de control.

A continuación se propone una solución sistemática al problema de sintonización de reguladores PID, usando el método basado en un AG y comenzando con el caso continuo.

Es necesario inicialmente obtener los siguientes datos:

- a) La respuesta al escalón de la salida del lazo, obtenida mediante la aplicación de un cambio en escalón de la referencia eventualmente suavizado mediante algún filtro simple, por ejemplo de primer orden, cuya amplitud sea tan pequeña como sea posible, teniendo en cuenta el nivel de ruido en las mediciones.
- b) El signo de la ganancia del proceso.

Consideremos de nuevo la función transferencial continua de un regulador PID, que repetimos a continuación:

$$R(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{Ti s} + \frac{Td s}{1 + \beta Td s} \right) \quad (32)$$

donde $\beta \ll 1$.

La función transferencial (32) puede también ser expresada en la siguiente forma más compacta:

$$R(s) = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (33)$$

donde

$$B(s) = b_2 s^2 + b_1 s + 1 \quad (34)$$

$$A(s) = a_2 s^2 + a_1 s \quad (35)$$

y

$$\begin{aligned} b_2 &= Ti Td (1 + \beta), \quad b_1 = (Ti + \beta Td) \\ a_2 &= \beta Ti Td, \quad a_1 = Ti \end{aligned} \quad (36)$$

Consideremos ahora el siguiente modelo de segundo orden más retardo:

$$G(s) = \frac{Km e^{-rs}}{c_2 s^2 + c_1 s + 1} = \frac{Km e^{-rs}}{C(s)} \quad (37)$$

Como es bien conocido, la función exponencial que representa el retardo, puede ser adecuadamente aproximada mediante una de las llamadas funciones de Padé (Butcher, 2002) que son cocientes de polinomios en s , cuyo grado determina la calidad de la aproximación. Las pruebas experimentales que hemos realizado hasta el momento nos permiten determinar que, para el propósito que se persigue, la función de Padé de tercer grado ofrece una aproximación suficiente. Denotemos entonces como $Pade(s,r)$ a una función de Padé de tercer grado, cuya función transferencial es:

$$\begin{aligned} Pade(s,r) &= \frac{d_3(r)s^3 + d_2(r)s^2 + d_1(r)s + d_0(r)}{f_3(r)s^3 + f_2(r)s^2 + f_1(r)s + f_0(r)} \\ &= \frac{D(s)}{F(s)} \end{aligned} \quad (38)$$

La función transferencial (37) puede entonces expresarse aproximadamente como:

$$G(s) \approx \frac{Km D(s)}{C(s) F(s)} \quad (39)$$

La función transferencial de lazo cerrado de $G(s)$ con el regulador PID será entonces:

$$H(s) = \frac{Km B(s) D(s)}{A(s) C(s) F(s) + Km B(s) D(s)} \quad (40)$$

La respuesta transitoria a una función escalón $u(t)$ de amplitud U aplicada en la referencia del lazo de control, puede expresarse mediante:

$$y_m(t) = L^{-1} \left(\frac{H(s)}{s} U \right) \quad (41)$$

y puede generalmente medirse mediante un experimento simple que genera la muestra de datos $y_m(kT)$ para $k = 1, \dots, N$, que sirve como la información de entrada para la

identificación del modelo de segundo orden más retardo $G(s)$.

Debemos ahora definir una población de parámetros de tamaño N_{ind} para el modelo $G(s)$, que es en este caso:

$$\begin{aligned} x^j &= [K_m^j, c_2^j, c_1^j, r^j] \\ j &= 1 \dots N_{ind} \end{aligned} \quad (42)$$

sometida a las restricciones:

$$x_{\max} \geq x^j \geq x_{\min} \quad (43)$$

Para cada individuo x^j de la población, corresponde una función transferencial del modelo:

$$G(s)^j = \frac{Km^j D(s)^j}{C(s)^j F(s)^j} \quad (44)$$

así como una función transferencial en lazo cerrado:

$$H(s)^j = \frac{Km^j B(s)D(s)^j}{A(s)C(s)^j F(s)^j + Km^j B(s)D(s)^j} \quad (45)$$

y una respuesta al escalón:

$$y^j = L^{-1}\left(\frac{H(s)^j}{s}U\right) \quad (46)$$

Formulamos de nuevo el problema de minimización no lineal:

$$\begin{aligned} J_{\min} &= \min_j J^j = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{k=N} (y_m(kT) - y^j(kT))^2 \\ j &= 1 \dots N_{ind} \end{aligned} \quad (47)$$

sujeto a las restricciones definidas en la ecuación (43), que puede ser ventajosamente resuelto mediante un AG. Si tenemos que:

$$J_{\min} = J^i \quad (48)$$

Entonces

$$\begin{aligned} H^j_{opt} &= H^i \\ x^j_{opt} &= x^i = [K_{mopt}, c_{2opt}, c_{1opt}, r_{opt}] \end{aligned} \quad (49)$$

que es el resultado del problema de identificación.

A partir del modelo de segundo orden identificado es posible ahora formular el problema del ajuste óptimo de los parámetros del PID.

Consideraremos una población de parámetros cuya composición es definida como:

$$x^j = [K_p^j, T_i^j, T_d^j, \beta^j] \quad j = 1 \dots N_{ind} \quad (50)$$

Para cada individuo en (50) existe una función transferencial en lazo cerrado:

$$H(s)^j = \frac{Km_{opt} B(s)^j D(s)_{opt}}{A(s)^j C(s)_{opt} F(s)_{opt} + Km_{opt} B(s)^j D(s)_{opt}} \quad (51)$$

Podemos entonces plantear el siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned} J_{\min} &= \min_j J^j = \frac{1}{N} \left(\sum_{k=1}^{k=N} (r(kT) - y(kT))^2 \right. \\ &\quad \left. + w \max(y(kT)) \right) \end{aligned} \quad (52)$$

con restricciones como las definidas en (43). El término $r(kT)$ es la referencia muestreada, que en este trabajo se selecciona como la salida de un modelo de referencia de primer orden, suficientemente suave para evitar excursiones intolerables en la variable de control. La constante de tiempo del modelo de referencia debe seleccionarse adecuadamente en dependencia de la dinámica del sistema a controlar. El coeficiente w sirve para penalizar cualquier sobre cresta que puede aparecer en la respuesta en lazo cerrado. Este problema de optimización puede resolverse, de nuevo, utilizando un AG en forma similar a la solución del problema de identificación. Es decir:

$$\begin{aligned} H^j_{opt} &= H^i \\ x^j_{opt} &= x^i = [K_{popt}, T_{iopt}, T_{dopt}, \beta_{opt}] \end{aligned} \quad (53)$$

A continuación se ilustrará el método propuesto mediante dos ejemplos: El primero consiste en ajustar los parámetros del PID que controla al sistema de segundo orden inestable presentado en la Sección 3 mientras que en el segundo se ajustarán los parámetros correspondientes a un sistema de cuarto orden más retardo deficientemente controlado.

Ejemplo 1. Consideraremos de nuevo el sistema de segundo orden inestable definido por:

$$G(s) = \frac{c_0}{d_2 s^2 + d_1 s + 1} \quad (54)$$

con parámetros:

$$c_0 = 5, d_2 = 50, d_1 = -15 \quad (55)$$

La respuesta de este sistema a un escalón unitario filtrado, controlado por el PID continuo con los parámetros definidos en la ecuación (22), es excesivamente oscilatoria como se muestra en la figura 2.

La identificación en lazo cerrado de este sistema resultó en los parámetros dados originalmente en la Tabla 1 y que se repiten a continuación:

$$\begin{aligned} c_{0opt} &= 5.11, \quad d_{2opt} = 50.68, \\ d_{1opt} &= -14.59, \quad r_{opt} = 0 \end{aligned} \quad (56)$$

Las fronteras del espacio de búsqueda para los parámetros del PID se seleccionan, en forma bastante arbitraria, en la forma:

$$x_{min} = [50 \quad 50 \quad 50 \quad 1] \quad (57)$$

$$x_{max} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (58)$$

Los parámetros encontrados para el PID óptimos con respecto al criterio (52), para $w = 1000$, fueron:

$$\begin{aligned} Kp_{0opt} &= 3.88, \quad Ti_{opt} = 81.6, \\ Td_{opt} &= 42.4, \quad \beta_{opt} = 0.009 \end{aligned} \quad (59)$$

La respuesta obtenida con los nuevos parámetros, se muestra en la figura 8.

Figura 8 a) Respuesta óptima en lazo cerrado con penalización de sobre-cresta y $w = 1000$. b) variable de control

Ejemplo 2. Consideremos a continuación el siguiente sistema de cuarto orden más retardo:

$$P(s) = \frac{e^{-5s}}{(3s+1)(5s+1)(8s+1)(12s+1)} \quad (60)$$

controlado en forma ineficiente mediante un regulador PID continuo con parámetros:

$$Kp = 0.5, \quad Ti = 10, \quad Td = 0.1, \quad \beta = 0.1 \quad (61)$$

cuya respuesta a un escalón filtrado mediante un filtro de primer orden con constante de tiempo 1, se muestra en la figura 9.

Para obtener un modelo de segundo orden más retardo aproximado de este sistema, utilizamos un AG, con los parámetros:

$$Nind=500, \quad pc=0.9, \quad pm=0.4, \quad Nogen=5 \quad (62)$$

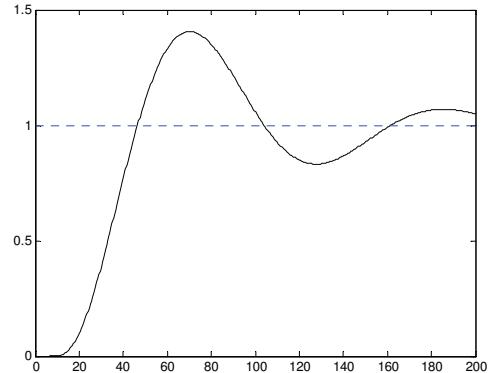


Figura 9. Respuesta en lazo cerrado de sistema de cuarto orden más retardo

Definimos ahora una población de posibles soluciones con la composición dada en la ecuación (42). El espacio de búsqueda se restringe inicialmente mediante:

$$xmax = [30 \quad 30 \quad 30 \quad 30] \quad (63)$$

$$xmin = [0 \quad -30 \quad -30 \quad 0] \quad (64)$$

En la definición del espacio de búsqueda, solamente se utiliza el conocimiento del signo de la ganancia del proceso. (Km en el intervalo 0 - 30). Los rangos para los parámetros restantes, se define arbitrariamente. El espacio de búsqueda puede restringirse en cada nueva repetición del AG, tal como se muestra en la ecuación (18), con α en este caso igual a 0.5.

Los resultados obtenidos en la etapa de identificación del modelo de segundo orden, son los siguientes:

$$Km = 0.93, \quad c2 = 19.86, \quad c1 = 20.1, \quad r = 12.71 \quad (65)$$

En la figura 10 se superponen las respuestas en lazo abierto del sistema original y del modelo de segundo orden aproximado. A partir del modelo aproximado, la sintonización del regulador PID se resuelve usando un AG con los parámetros definidos en (62) y haciendo 5 repeticiones. El espacio de búsqueda para este problema, que refleja la incertidumbre inicial sobre la solución óptima, se define de la manera siguiente:

$$xmax = [100 \quad 100 \quad 100 \quad 1] \quad (66)$$

$$xmin = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (67)$$

Se utiliza como señal de prueba en la referencia un escalón unitario suavizado mediante un filtro de primer orden con

constante de tiempo 1, a fin de atenuar en lo posible, las oscilaciones iniciales de la variable de control.

Los parámetros del PID, obtenidos mediante la minimización del criterio (52), con el coeficiente de peso $w = 5$, son los siguientes:

El regulador PID discreto, en su forma posicional, puede definirse en la forma siguiente:

$$u(t) = K_p(e(t)) + \frac{Tc}{Ti} \sum_{i=1}^t e(i) + \frac{Td}{Tc}(e(t) - e(t-1)) \quad (69)$$

donde Tc es el período de muestreo.

Es posible entonces escribir la siguiente función transferencial en transformada Z equivalente:

$$R(z) = \frac{u(z)}{e(z)} = \frac{r_2 z^2 + r_1 z + r_0}{z - 1} \quad (70)$$

donde

$$\begin{aligned} r_2 &= K_p(1 + Tc/Ti + Td/Tc) \\ r_1 &= K_p(1 + 2 * Td/Tc) \\ r_0 &= K_p Td / Tc \end{aligned} \quad (71)$$

Consideraremos también el siguiente modelo de segundo orden más retardo expresado en forma de una función transferencial discreta, que será utilizada para representar al proceso controlado:

$$G(z) = Km G_I(z) \quad (72)$$

donde G_I es una función transferencial normalizada, de manera que:

$$G_I(z) = \frac{g_1 z + g_0}{z^r (z^2 + q_1 z + q_0)}, \quad G_I(1) = 1 \quad (73)$$

Los coeficientes de G_I están entonces ligados por la relación:

$$q_1 = g_0 + g_1 - q_0 - 1 \quad (74)$$

La función transferencial en lazo cerrado del modelo aproximado de segundo orden con el regulador PID discreto, está dada por:

$$\frac{y(z)}{r(z)} = H(z) = \frac{R(z)G(z)}{1 + R(z)G(z)} \quad (75)$$

donde y representa a la salida y r a la referencia.

La función transferencial en lazo cerrado $H(z)$ es un cociente de polinomios en z donde el numerador es de grado 3 y el denominador de grado $r+3$, donde r es el número de períodos de retardo.

Formulamos ahora el problema de estimar los parámetros Km , r , g_0 , g_1 y q_0 del modelo discreto definido en (72) y (73) usando el procedimiento basado en un AG y el criterio definido en (13).

En este último, $y_m(kT)$, $y(kT)^j$ de nuevo representan las respuestas en lazo cerrado a un escalón aplicado en la

Figura 10. Respuestas en lazo abierto del modelo de segundo orden (línea continua) y del sistema original de cuarto orden

Figura 11. Respuestas del sistema antes (línea de puntos) y después (línea continua) del ajuste de los parámetros. a) salidas, b) variables de control

$$K_p = 1.33, Ti = 10.24, Td = 6.36, \beta = 0.053 \quad (68)$$

Estos parámetros difieren considerablemente de los originales definidos en (61). En la figura 11 se muestran superpuestas las respuestas en lazo cerrado, antes y después de que los parámetros han sido sintonizados.

6. AJUSTE DE PARÁMETROS DE REGULADORES PID DISCRETOS

Vamos a considerar ahora el ajuste de parámetros de reguladores PID discretos que controlan a sistemas continuos. Este es un problema de mucho interés práctico, teniendo en cuenta que la mayoría de los reguladores actuales se basan en la tecnología digital.

referencia del sistema y del individuo j de la población de parámetros.

Un individuo de la población de tamaño N_{ind} tiene ahora la composición:

$$x^j = [g_0^j \ g_1^j \ q_0^j \ K_m^j \ r^j] \quad (76)$$

donde r^j debe ser un número entero. Como en el caso continuo, una vez que la solución óptima del problema de identificación es obtenida, es posible acometer la búsqueda de los parámetros óptimos de un regulador discreto PID, usando un AG. La composición de los individuos para este Segundo problema se define ahora como:

$$x^j = [K_p^j \ T_i^j \ T_d^j] \quad (77)$$

Figura 12. Respuestas en lazo cerrado de sistema continuo de cuarto orden antes y después de sintonizado el PID discreto.
a) salidas, b) variables de control.

y el criterio a ser minimizado es el mismo que en (52). Para ilustrar los resultados que pueden obtenerse en el caso de un regulador discreto, usamos ahora como ejemplo, el mismo sistema de cuarto orden más retardo definido mediante la ecuación (60). Supongamos que ese sistema es controlado mediante un regulador PID discreto con parámetros:

$$K_p = 0.008, T_i = 1000, T_d = 1, T_c = 1 \quad (78)$$

La respuesta al escalón de este sistema en lazo cerrado es claramente osculatoria, como se observa en la figura 12. La aplicación del método de ajuste de reguladores PID discretos usando un AG, con los parámetros dados en (62) y $w = 0.75$ genera el resultado mostrado también en la figura 12. Los parámetros sintonizados del PID son,

$$K_p = 0.0076, T_i = 1601.3, T_d = 0.052, T_c = 1 \quad (79)$$

7. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha formulado una metodología para la identificación de sistemas continuos en condiciones de lazo

cerrado basada en el uso de un algoritmo genético. La metodología fue probada, en condiciones de simulación, en la identificación de un sistema continuo inestable en lazo abierto, en la obtención de un modelo reducido de segundo orden a partir de otro de orden superior, así como en la identificación de algunos parámetros del modelo AC5A de la IEEE, para unidades de generación eléctrica, el cual presenta una no linealidad del tipo saturación. En todos los ejemplos mencionados, se obtuvieron resultados satisfactorios.

Se ha comprobado, además, que con una ligera extensión de la metodología propuesta, es posible resolver ventajosamente los problemas de sintonización de reguladores PID continuos y discretos, un tema de indudable interés práctico.

La metodología propuesta, no obstante, es susceptible de ser mejorada y ampliada, lo que requerirá, sin dudas, un amplio estudio experimental, incluyendo su utilización en condiciones reales.

Reconocimiento: Los autores desean expresar su gratitud a la Pontificia Universidad Católica de Chile y al Proyecto Fonacyt No. 1050684 por su soporte financiero.

REFERENCIAS

- Astrom K.J. y Hagglund T. (1984): Automatic tuning of simple regulators, *Preprints 9th IFAC World Congress*, pp. 267-272, Budapest, Hungary.
- Back T. (1996): *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice*, Oxford University Press, New York.
- Baker E. (1987): Reducing bias and inefficiency in the selection algorithms, *Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms*, Grefenstette, Vol. 1, pp. 14-21.
- Botero H.A., Ramírez J.M. (2005): A methodology for excitation systems identification, *Proceedings International Conference on Industrial Electronics and Control Applications*, ICIECA 2005.
- Butcher J.C. (2002): *The A-stability of methods with Padé and generalized Padé stability functions*, Numerical Algorithms, 31(4), pp. 47-58.
- Forssell U. y Ljung L. (1999): *Closed-loop identification revisited*, Automatica 35(7) pp. 1215-1241.
- Goldberg E. (1989): *Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning*, Addison Wesley.
- IEEE (1992): Recommended practice for excitation system models for power systems stability studies, IEEE Power Engineering Society, IEEE std 421.5.
- Kundur P. (1994): *Power System Stability and Control*, McGraw-Hill Inc.
- Ljung L. y Forssell U. (1999): *An alternative motivation for the indirect approach to closed loop identification*, IEEE Transactions of Automatic Control, AC-44(11) pp. 2206-2209.
- Michalewicz Z. (1996): *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Program*, Springer series Artificial Intelligence, 3rd edition, Springer.

- Mohamed vall O.M. y Radhi M. (2005): Using Genetic Algorithms in Closed Loop Identification of the Systems with Variable Structure Controller, *Proceedings of Word Academy of Sciences, Engineering and Technolog*, vol 7, pp 1307-1311.
- Muhlenbein H. y Schlierkamp V. D. (1993): *Predictive models for the breeder genetic algorithm in continuous parameter optimization*, Evolutionary Computation, The MIT Press 1(1), pp. 25 .
- Smith C.L. (1972): Digital Computer Process Control, Intext Educational Publishers, San Francisco.
- Van den Hof P.M.J. (1998): *Closed-loop issues in system identification*, Annual Reviews in Control, Vol. 22 pp. 173-186.
- Whorton M.S. (2004): Closed Loop System Identification with Genetic Algorithms, *Preprints of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, pp 16-19, Providence Rhode Island.
- Yuan Y.H. y Chuan-Sheng, S.L (1996): *Experience with identification and tuning of excitation system parameters at the second nuclear plant of Taiwan Power Company*, IEEE Transaction on Power Systems, 11(2) pp. 747-753.