

## RESULTADOS DEL *BENCHMARK* DE DISEÑO DE CONTROLADORES PARA EL CABECEO DE UN HELICÓPTERO

Mario García-Sanz, Jorge Elso

*Departamento de Automática y Computación. Universidad Pública de Navarra.  
31006 Pamplona, España*

**Resumen:** El presente documento describe los resultados del *benchmark* de control del ángulo de cabeceo de un helicóptero de laboratorio, anunciado en RIAI Vol. 4, Num. 1, pp. 107-110, 2007, y RIAI Vol. 3, Num. 2, pp. 111-116, 2006, y propuesto como Premio *The Mathworks* al mejor diseño para el banco de pruebas "Ingeniería de control" 2007. Copyright © 2007 CEA-IFAC

**Palabras Clave:** Diseño de controladores, *benchmark*, control de helicópteros

### 1. INTRODUCCIÓN

Durante los primeros meses de 2007 se desarrolló un *benchmark* de diseño de controladores para el gobierno del ángulo de cabeceo de un helicóptero de laboratorio. La descripción detallada del sistema a controlar y de las funciones de evaluación de las pruebas se pueden encontrar en García-Sanz *et al.*, 2006 y García-Sanz y Elso, 2007.

En el presente documento se describen los resultados del *benchmark*. Para facilitar su lectura, en el apartado 2 se realiza una breve descripción recordatoria del banco de ensayos, funciones de coste y dificultades de control planteadas. El apartado 3 describe el desarrollo de las pruebas y los resultados alcanzados. El apartado 4 analiza los mejores controladores presentados.

### 2. RESUMEN DEL BENCHMARK

#### 2.1. Descripción del banco de ensayos

La Figura 1 muestra un diagrama del helicóptero de laboratorio. El objetivo del concurso era controlar el ángulo de cabeceo  $\alpha(s)$  (*pitch*) del helicóptero mediante la tensión aplicada a los motores  $v(s)$ . El sistema linealizado se describe por la función de transferencia (1).

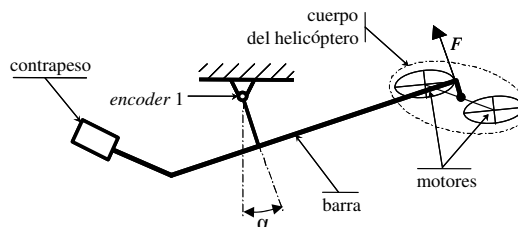


Figura 1. Helicóptero de laboratorio  
*Quanser Consulting*.

$$\frac{\alpha(s)}{v(s)} = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} e^{-sT} \quad (1)$$

donde  $\alpha(s)$  se expresa en radianes y  $v(s)$  en voltios.

La planta presenta incertidumbre paramétrica. La Tabla 1 recoge los intervalos de los parámetros.

Tabla 1: Intervalos de parámetros del modelo

Parámetro	Mínimo	Máximo	Unidades
$k$	0.07	0.12	[rad/V]
$\xi$	0.1	0.16	
$\omega_n$	0.55	0.60	[rad/seg]
$T$	0.09	0.11	[seg]

Además, el sistema presenta dos no-linealidades importantes: saturación de  $\pm 10$  V en los actuadores y cuantización de 0.0015 rad en los sensores.

## 2.2. Función de coste

La función utilizada para evaluar el comportamiento de los controladores es:

$$J = \sum_{i=1}^6 J_i \quad (2)$$

donde

$$J_i = \beta_i \int_{t_i}^{t_{i+1}} |e(t)| dt \quad ; \quad i=1,2,3,4$$

$$J_5 = \beta_5 \int_{t_1}^{t_5} |v(t)| dt \quad ; \quad J_6 = \beta_6 \int_{t_1}^{t_5} \left| \frac{dv(t)}{dt} \right| dt$$

$$\beta_1 = 0.02 \quad ; \quad \beta_2 = 0.7 \quad ; \quad \beta_3 = 0.18 \quad ; \quad \beta_4 = 0.08 \quad ; \\ \beta_5 = 0.00023 \quad ; \quad \beta_6 = 0.00001 \quad ; \quad t_1 = 15 \quad ; \quad t_2 = 65 \quad ; \\ t_3 = 80 \quad ; \quad t_4 = 95 \quad ; \quad t_5 = 120 \quad ; \quad t_{\text{muestreo}} = 0.01 \text{ seg.}$$

y donde  $e$  es el error de seguimiento (en radianes),  $v$  la tensión o señal de control (sin saturar) aplicada a los motores (en voltios),  $t$  el tiempo y  $\beta_i$  los pesos. El ajuste de los pesos y tiempos  $t_i$  se describe en (García-Sanz y Elso, 2007). Durante el ensayo, la referencia a seguir va tomando forma de rampa ( $30 \leq t \leq 50$  seg), escalón ( $t = 80$  seg) y parábola ( $95 \leq t \leq 120$  seg). Además en  $t = 65$  seg se introduce una perturbación por software que desconecta durante 2 seg los motores del helicóptero (Figura 10).

## 2.3. Dificultades de diseño

En la Figura 2 están representadas las principales dificultades a las que se enfrentaban los diseñadores. Como se puede ver, se trata de un sistema real, con una función de transferencia de segundo orden muy subamortiguada, retardo de transporte, incertidumbre en todos sus parámetros, y con no-linealidades de tipo saturación y cuantización, capaces de generar ciclos límite.

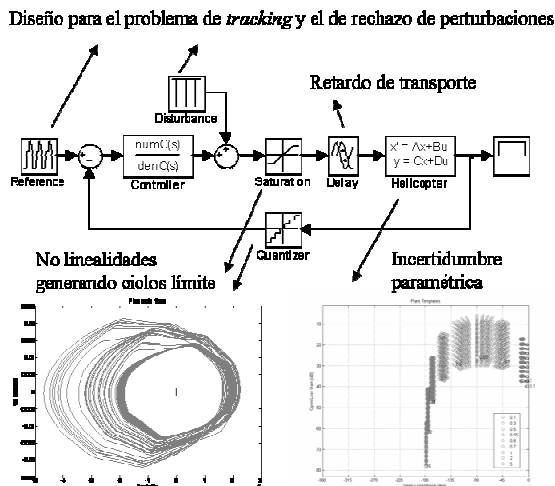


Figura 2. Dificultades principales en el diseño

## 3. DESARROLLO DE LAS PRUEBAS

La participación final en el *benchmark* fue de 98 estudiantes, pertenecientes a cuatro universidades: Universidad Pública de Navarra, Universidad de la Rioja, Universidad Politécnica de Cataluña y Universidad Nacional de Educación a Distancia. Los estudiantes se organizaron en 34 grupos. Cada grupo diseñó un controlador. En el diseño se utilizaron tanto técnicas sencillas tipo lugar de raíces o compensación en el diagrama de Bode, como otras más propias de cursos avanzados de control, tipo función descriptiva o control borroso.

Todos los controladores diseñados fueron ensayados experimentalmente sobre la maqueta del helicóptero (*Quanser Consulting*) en la Universidad Pública de Navarra (Figura 3). El sistema de control en tiempo real se implementó mediante un ordenador personal y toolboxes específicas de *Simulink (Matlab)*.

Cinco grupos mejoraron el valor de 0.57 en la función de coste  $J$  [ver (2). Recuérdese que  $J = 1$  era el valor obtenido por un PID ajustado con técnicas sencillas]. Posteriormente se realizó una segunda prueba para estos cinco grupos. Los resultados fueron muy similares, manteniéndose el orden relativo de los mismos, demostrándose así la buena repetitividad de los ensayos.

Figura 3. Desarrollo de las pruebas (UPNA)

## 4. ANALISIS DE RESULTADOS

Los controladores diseñados por los tres primeros clasificados se muestran a continuación:

*Primer puesto.* Eduardo Burguete, Igor Pérez, Iosu Ariz, Gonzalo Romero (Universidad Pública de Navarra).

$$G(s) = \frac{1817.9713(s+2.8)(s+0.01021)(s^2+75.61s+2900)}{s(s+49)(s+30.85)(s+20.39)} \quad (3)$$

*Segundo puesto.* Javier Alonso, Odón Serón (Universidad de la Rioja).

$$G(s) = \frac{4500(s+2.484)(s+0.0083)}{s(s+28.57)} \quad (4)$$

*Tercer puesto.* Alba Correia, Álvaro González, Guillermo Ariz, Íñigo Pérez (Universidad Pública de Navarra).

$$G(s) = \frac{3712(s+2.437)(s+0.004104)}{(s+20.25)(s+2.469 \times 10^{-6})} \quad (5)$$

Los diagramas de Bode de esos tres primeros controladores se representan en la Figura 4. En adelante se asume el siguiente criterio de representación: *Primer clasificado:* línea continua negra. *Segundo clasificado:* línea discontinua gris oscura. *Tercer clasificado:* línea continua gris clara.

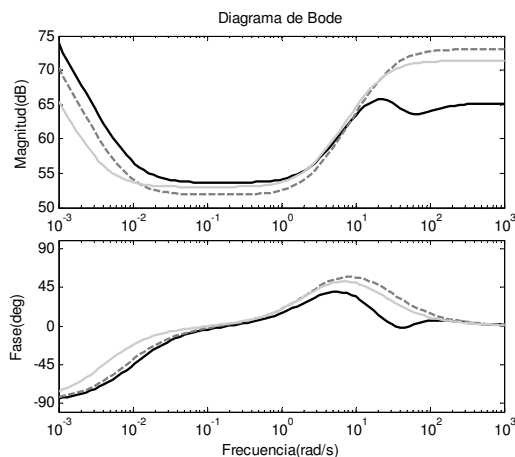


Figura 4: Diagramas de Bode de los tres mejores controladores.

Se presenta también el diagrama de Bode del sistema en lazo abierto ( $L_0 = \text{Controlador} \times \text{Planta}$ ) y para valores centrales en la incertidumbre (Figura 5).

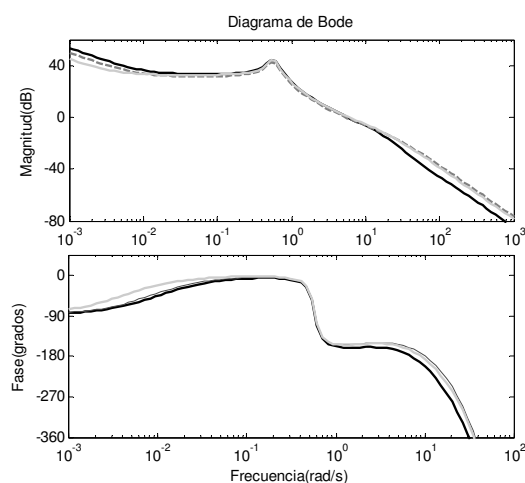


Figura 5. Diagramas de Bode de  $L_0(s)$  para los tres mejores diseños.

Para poder comparar los tres diseños, la Figura 6 representa los valores obtenidos por éstos en cada uno de los seis sumandos  $J_i$  de la función de coste (2). Recuérdese que cada elemento  $J_i$  mide diferentes características de la respuesta del sistema:  $J_1$  mide el error en la rampa,  $J_2$  el error producido ante la

perturbación,  $J_3$  el error en la referencia escalón,  $J_4$  el error en la trayectoria parabólica descendente,  $J_5$  el valor integrado de la señal de control  $v(t)$  empleada (consumo), y  $J_6$  la derivada de dicha acción de control (filtrado de ruido, ciclos límite, etc).

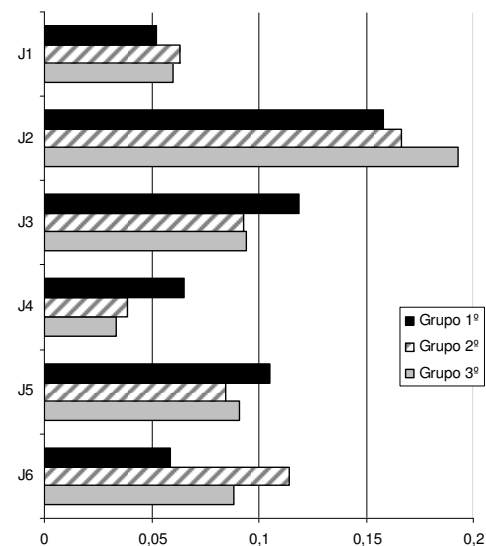


Figura 6: Valores de  $J_i$  para los tres mejores diseños.

Como se ve en la Figura 6, el primer clasificado mejora sus resultados, comparativamente con el resto, con un menor error ante referencia rampa  $J_1$ , un mejor rechazo de perturbaciones  $J_2$ , y una menor variación de la señal de control  $J_6$ . Sin embargo, obtiene peores resultados que el segundo y tercer clasificados en el error ante referencia escalón  $J_3$ , el error ante referencia parabólica  $J_4$ , y el consumo absoluto de combustible  $J_5$ .

Estos resultados concuerdan con lo que se puede deducir del diagrama de Bode de la Figuras 4 y 5. El controlador ganador tiene más ganancia en baja frecuencia, lo que explica su mejor rechazo de la perturbación (Véase Figura 7).

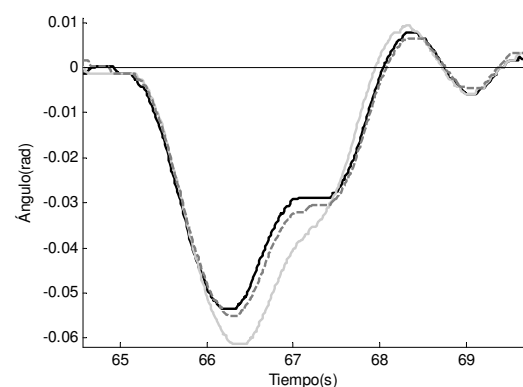


Figura 7. Detalle de la respuesta  $\alpha(t)$  de los tres sistemas ante la perturbación en  $t = 65$  seg.

Del mismo modo, la caída de ganancia en alta frecuencia es más rápida en el primer clasificado, por lo que el sistema filtra mejor las señales de ruido, y también suaviza las formas de onda de las señales de

control, como muestra la Figura 8, mejorando así los resultados en  $J_6$ .

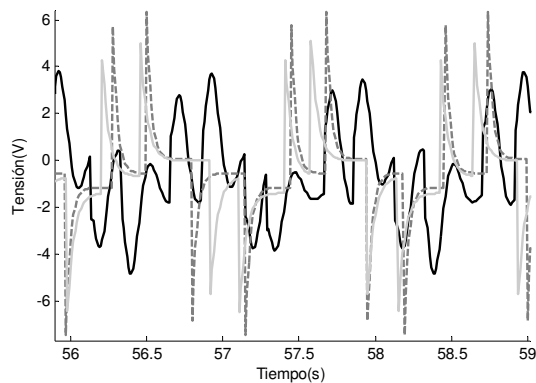


Figura 8. Detalle de la señal de control  $v(t)$  de los tres controladores, después de la rampa.

Finalmente, se puede ver que el sistema ganador es también el más cercano a la inestabilidad, lo que está asociado a una mayor lentitud en la respuesta y una peor amortiguación, como queda de manifiesto en la Figura 9.

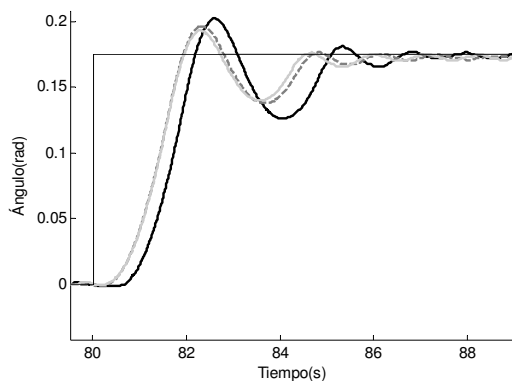


Figura 9. Detalle de la respuesta  $\alpha(t)$  ante referencia escalón de los tres sistemas.

Adicionalmente, la Figura 10 muestra la respuesta temporal completa del ganador.

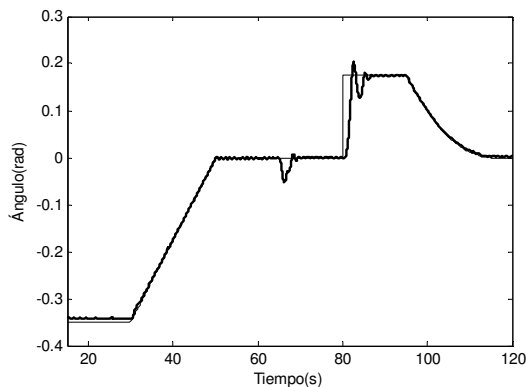


Figura 10. Respuesta  $\alpha(t)$  del primer clasificado.

Respecto a los fenómenos no lineales, el análisis más apropiado en este caso es el de la función descriptiva.

La saturación tiene una función descriptiva  $N_1(A)$  tal que  $-1/N_1(A)$  sigue el eje real desde  $-\infty$  a  $-1$ , mientras que para el cuantizador la función  $-1/N_2(A)$  realiza un movimiento de vaivén alrededor del punto  $(-1, 0)$  que llega hasta  $(-0.79, 0)$  y va decayendo conforme aumenta la amplitud. Un análisis en el diagrama de Nyquist para ciertos valores dentro de la incertidumbre (Figura 11) muestra la gran influencia que tiene ésta en la aparición o no de ciclos límite. Sin embargo, aun existiendo los ciclos límite, su amplitud es muy pequeña, y por tanto no tienen gran influencia en los resultados finales.

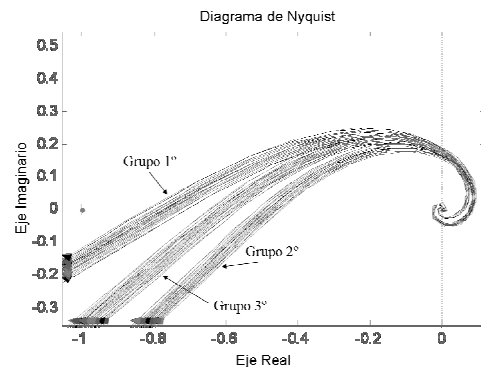


Figura 11. Diagramas de Nyquist dentro de cierto rango de incertidumbre en los tres sistemas.

## 5. CONCLUSIONES

En el presente documento se han descrito los resultados del *benchmark* de control del ángulo de cabeceo de un helicóptero de laboratorio, anunciado en RIAI Vol. 4, Num. 1, pp. 107-110, 2007, y RIAI Vol. 3, Num. 2, pp. 111-116, 2006, y propuesto como Premio *The Mathworks* al mejor diseño para el banco de pruebas "Ingeniería de control" 2007.

Después de una breve presentación recordatoria del banco de ensayos, funciones de coste y dificultades de control planteadas, se han descrito el desarrollo de las pruebas y los resultados alcanzados. Finalmente se han analizado en detalle los tres mejores controladores presentados.

## REFERENCIAS

García-Sanz, M., Elso, J., (2007). *Ampliación del benchmark de diseño de controladores para el cabeceo de un helicóptero*. RIAI, Vol 4, Núm. 1, Enero 2007, pp. 107-110.

García-Sanz, M., Elso, J., Egaña, I., (2006). *Control del ángulo de cabeceo de un helicóptero como benchmark de diseño de controladores*. RIAI, Vol 3, Núm. 2, Abril 2006, pp. 111-116.

Matlab/Simulink. <http://www.mathworks.com>

Quanser Consulting. <http://www.quanser.com>