

## DINÁMICA DE UN CONVERTIDOR BUCK CON CONTROLADOR PI DIGITAL

María Belén D'Amico<sup>\*,\*\*</sup> Nicolás Guerin<sup>\*</sup> Alejandro Oliva<sup>\*,\*\*</sup> Eduardo E. Paolini<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup> Dto. de Ing. Eléctrica y de Computadoras, Universidad Nacional del Sur,  
Avda. Alem 1253, B8000CPB Bahía Blanca, Argentina

<sup>\*\*</sup> Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas

e-mail: mbdamico@criba.edu.ar, fax: (0291) - 4595154

**Resumen:** En este trabajo se estudia el comportamiento dinámico de un convertidor dc-dc tipo buck operando en modo de conducción discontinua con control proporcional más integral. El propósito es detectar la aparición de oscilaciones ante variaciones de la resistencia de carga o la tensión de alimentación, empleando técnicas de análisis de bifurcaciones de doble período en el dominio de la frecuencia. La presentación incluye simulaciones computacionales y ensayos experimentales.  
*Copyright ©2007 CEA-IFAC*

**Palabras Clave:** convertidores, control digital, sistemas discretos, oscilaciones.

### 1. INTRODUCCIÓN

El control de convertidores dc-dc ha evolucionado considerablemente en los últimos años (Ang y Oliva 2005). La tendencia actual es utilizar procesadores de señales digitales o DSPs (Maksimović *et al.* 2004), cuya capacidad computacional permite implementar controladores más avanzados que mejoran el desempeño del convertidor.

Al emplear un DSP la acción de control se aplica con cada pulso de reloj. Para el diseño del controlador sólo es necesario entonces conocer el estado del convertidor en dichos instantes de tiempo, lo que da lugar a un modelado con mapas o sistemas discretos. Diversos trabajos de la literatura especializada reportan que este tipo de representación reproduce las dinámicas complejas detectadas en la práctica (di Bernardo *et al.* 1998, 2000; Tse 2004; El Aroudi *et al.* 2005). Se ha demostrado, por ejemplo, que uno de los escenarios dinámicos más frecuentes es la cascada de bifurcaciones de doble período. Esta se inicia con la aparición de una oscilación de período dos en torno del punto de equilibrio y continúa con la generación sucesiva

de oscilaciones de período  $2^n T$  ( $n > 2$ ) a medida que varía algún parámetro del sistema.

El convertidor dc-dc reductor (o tipo *buck*) operando en modo de conducción discontinua (MCD) con control proporcional suele presentar oscilaciones de período dos (Tse 2004) que se manifiestan como una modulación indeseada de la ondulación ("ripple") de la tensión de salida. El empleo de un controlador no lineal digital apenas más complejo que el proporcional (D'Amico *et al.* 2006) permite retrasar la aparición de las oscilaciones y extender el rango de operación del sistema a costa de una desmejora en la regulación de carga y/o de línea.

Los controladores digitales más usados en la práctica son del tipo proporcional más integral (PI) pues reducen los errores en el estado estacionario ante perturbaciones con un costo computacional ligeramente superior al del controlador proporcional (Patella *et al.* 2003). Se diseñan empleando técnicas de control lineal para satisfacer especificaciones tales como tipo de respuesta transitoria y márgenes de estabilidad deseadas para el sistema linealizado (Franklin y Powell 1981). Sin embargo,

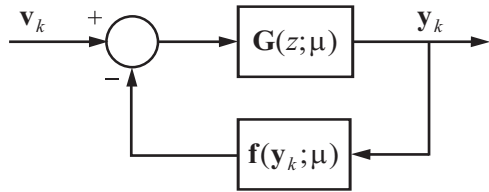


Figura 1. Diagrama en bloques de un mapa.

este enfoque oculta las dinámicas complejas asociadas a las alinealidades propias del convertidor.

En este trabajo se estudia la relación que existe entre el valor de los parámetros de un controlador PI digital de un convertidor *buck* en MCD y la aparición de oscilaciones ante variaciones en la resistencia de carga o la tensión de alimentación. El análisis se realiza en base al modelo discreto del convertidor utilizando la técnica frecuencial presentada en (D'Amico *et al.* 2004a).

El trabajo se organiza de la siguiente manera. En la Sección 2 se resume la técnica frecuencial para el estudio de bifurcaciones de doble período en sistemas discretos. El análisis de la dinámica del convertidor *buck* operando en MCD con controlador PI se presenta en la Sección 3. Las Secciones 4 y 5 reportan simulaciones computacionales y resultados experimentales. Finalmente, se elaboran algunas conclusiones en la Sección 6.

## 2. CONCEPTOS PRELIMINARES

En general, el estudio de bifurcaciones de doble período en mapas se realiza en base a los teoremas de la variedad centro y de las formas normales (Kuznetsov 1995). La principal limitación de este enfoque es que normalmente involucra un esfuerzo de cálculo apreciable. El procedimiento presentado en (D'Amico *et al.* 2004a) se desarrolla en el dominio de la frecuencia y considera que la estructura de los sistemas es del tipo entrada/salida. De esta manera, no sólo se simplifica el análisis de la bifurcación sino que también es posible aproximar las órbitas existentes con un grado de precisión aceptable. El método se completa con la obtención de un índice que permite determinar analíticamente la estabilidad de la bifurcación.

Para el análisis de bifurcaciones de doble período dado en (D'Amico *et al.* 2004a) se considera el sistema de la Fig. 1 formado por un lazo de realimentación entre una matriz de transferencia lineal  $\mathbf{G}(\cdot)$  de dimensión  $m \times \ell$  y una función  $\mathbf{f}: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^\ell$  no lineal suave ( $C^r$  con  $r \geq 3$ ). En la figura,  $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^s$  es el vector de parámetros,  $z$  es la variable correspondiente a la transformada  $Z$ ,  $\mathbf{v}_k \in \mathbb{R}^\ell$  es la entrada (que se asume nula) e  $\mathbf{y}_k \in \mathbb{R}^m$  es la salida. Los puntos fijos  $\hat{\mathbf{y}}$  de esta representación están dados por  $\hat{\mathbf{y}} = -\mathbf{G}(1; \boldsymbol{\mu})\mathbf{f}(\hat{\mathbf{y}}; \boldsymbol{\mu})$  y el comportamiento dinámico en torno a los mismos se estudia

por medio de la matriz  $\mathbf{G}(z; \boldsymbol{\mu})\mathbf{J}(\boldsymbol{\mu})$  donde  $\mathbf{J}(\cdot)$  es el Jacobiano  $\mathbf{J}(\boldsymbol{\mu}) = D_{\mathbf{y}}\mathbf{f}(\hat{\mathbf{y}}; \boldsymbol{\mu})$ <sup>1</sup>.

Es conocido que cuando un mapa se representa mediante ecuaciones en variables de estado, la condición necesaria para que el mismo presente oscilaciones de periodo dos es que uno de sus autovalores cruce el círculo unitario por el valor  $-1$  para  $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}_0$ . Este requerimiento es aquí equivalente a que el diagrama de Nyquist<sup>2</sup> de uno de los autovalores  $\hat{\lambda}(z; \boldsymbol{\mu})$  de la matriz  $\mathbf{G}(z; \boldsymbol{\mu})\mathbf{J}(\boldsymbol{\mu})$  cruce el punto crítico  $-1+i0$  para  $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}_0$  y  $z = -1$ . Si se verifica esta condición, los pasos a seguir para la caracterización de estas oscilaciones son:

- (A) Calcular los autovectores a izquierda y derecha  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{v}$ , respectivamente:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^T \mathbf{G}(-1; \boldsymbol{\mu})\mathbf{J}(\boldsymbol{\mu}) &= \mathbf{u}^T \hat{\lambda}(-1; \boldsymbol{\mu}), \\ \mathbf{G}(-1; \boldsymbol{\mu})\mathbf{J}(\boldsymbol{\mu})\mathbf{v} &= \hat{\lambda}(-1; \boldsymbol{\mu})\mathbf{v}. \end{aligned}$$

- (B) Evaluar  $\mathbf{H}(1; \boldsymbol{\mu}) = [\mathbf{I} + \mathbf{G}(1; \boldsymbol{\mu})\mathbf{J}(\boldsymbol{\mu})]^{-1}\mathbf{G}(1; \boldsymbol{\mu})$ .

- (C) Construir las matrices  $\mathbf{Q} = D_{\mathbf{y}}^2\mathbf{f}(\hat{\mathbf{y}}; \boldsymbol{\mu})\mathbf{v}$  y  $\mathbf{L} = D_{\mathbf{y}}^3\mathbf{f}(\hat{\mathbf{y}}; \boldsymbol{\mu})\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}$ , cuyos elementos son

$$\begin{aligned} q_{ij} &= \sum_{p=1}^m D_{y_p y_j}^2 f_i(\hat{\mathbf{y}}; \boldsymbol{\mu}) v_p, \\ l_{ij} &= \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m D_{y_p y_q y_j}^3 f_i(\hat{\mathbf{y}}; \boldsymbol{\mu}) v_p v_q, \end{aligned}$$

donde  $\otimes$  representa al producto tensorial,  $i = 1, \dots, \ell$ ,  $j = 1, \dots, m$  y  $v_p, v_q, f_i(\cdot)$  son las componentes de  $\mathbf{v}$  y  $\mathbf{f}(\cdot)$ , respectivamente.

- (D) Hallar los vectores  $\mathbf{v}_0 = -\mathbf{H}(1; \boldsymbol{\mu})\mathbf{Q}\mathbf{v}/2$  y  $\mathbf{p}(\boldsymbol{\mu}) = \mathbf{Q}\mathbf{v}_0 + \mathbf{L}\mathbf{v}/6$ .

- (E) Obtener  $\xi(\boldsymbol{\mu}) = -\mathbf{u}^T \mathbf{G}(-1; \boldsymbol{\mu})\mathbf{p}(\boldsymbol{\mu})/(\mathbf{u}^T \mathbf{v})$ .

- (F) Hallar  $\theta_R \in \mathbb{R}$  tal que  $\hat{\lambda}(-1; \boldsymbol{\mu}) = -1 + \xi(\boldsymbol{\mu})\theta_R^2$  para algún  $\boldsymbol{\mu}_R \neq \boldsymbol{\mu}_0$ . Si no hay solución no existen oscilaciones.

- (G) Calcular  $\mathbf{Y}_0 = \theta_R^2 \mathbf{v}_0$  e  $\mathbf{Y}_1 = \theta_R \mathbf{v}$  y aproximar la órbita como  $\mathbf{y}_k = \hat{\mathbf{y}} + \mathbf{Y}_0 + \mathbf{Y}_1 e^{i\pi k}$ .

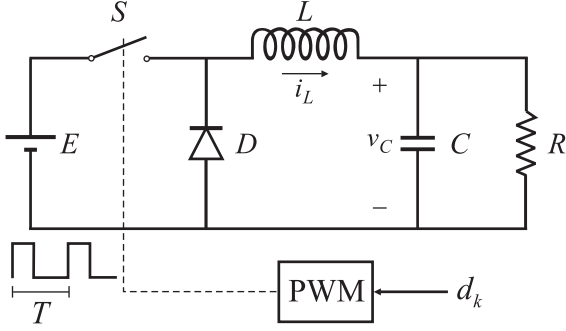
- (H) Evaluar el índice de estabilidad

$$\sigma = -\frac{\mathbf{u}^T \mathbf{G}(-1; \boldsymbol{\mu}_0)\mathbf{p}(\boldsymbol{\mu}_0)}{\mathbf{u}^T D_z \mathbf{G}(-1; \boldsymbol{\mu}_0)\mathbf{J}(\boldsymbol{\mu}_0)\mathbf{v}}. \quad (1)$$

Si  $\sigma > 0$  ( $\sigma < 0$ ), las órbitas son estables (inestables) y en consecuencia, la bifurcación de doble período es supercrítica (subcrítica). En caso que  $\sigma = 0$ , la bifurcación es degenerada y el comportamiento que presenta el sistema es más complejo (D'Amico *et al.* 2004b).

<sup>1</sup> Por simplicidad,  $D_{\mathbf{y}}\mathbf{f}(\mathbf{y}_0; \boldsymbol{\mu})_{ij} = \{\partial f_i(\mathbf{y}; \boldsymbol{\mu})/\partial y_j\}_{\mathbf{y}=\mathbf{y}_0}$  con  $\mathbf{f}(\cdot) = [f_1(\cdot) \dots f_\ell(\cdot)]^T$  e  $\mathbf{y} = [y_1 \dots y_m]^T$ ; para las derivadas de alto orden se emplean expresiones similares.

<sup>2</sup> Para más detalle sobre los diagramas de Nyquist en sistemas multivariables puede consultarse (MacFarlane y Postlethwaite 1977).

Figura 2. Convertidor dc-dc tipo *buck*.

### 3. DISEÑO DEL CONTROLADOR

La Fig. 2 muestra un convertidor *buck* controlado digitalmente, donde  $E$  es la tensión de alimentación,  $L$  y  $C$  la inductancia y el capacitor del filtro,  $R$  la resistencia de carga,  $S$  el interruptor de conmutación,  $D$  un diodo que permite la circulación de corriente por la carga cuando  $S$  está abierto, y PWM un modulador por ancho de pulso de período fijo  $T$  y ciclo de trabajo  $d_k$ . Para que el convertidor opere en MCD,  $R > 2L/[(1 - d_k)T]$ .

El ciclo de trabajo  $d_k$  se calcula a partir del estado del convertidor al inicio de cada pulso y se asigna en ese mismo instante de tiempo<sup>3</sup>. La corriente  $i_L = 0$  en  $t = kT$  pues el circuito opera en MCD. Sin embargo, la caída de tensión  $v_c$  puede aproximarse mediante el mapa (Tse 2004)

$$v_{c,k} = \alpha v_{c,k-1} + \beta E \frac{E - v_{c,k-1}}{v_{c,k-1}} d_{k-1}^2 \quad (2)$$

con  $\alpha = 1 - \tau + \tau^2/2$ ,  $\beta = T^2/(2LC)$  y  $\tau = T/(RC)$ .

La expresión del controlador **lineal con acción proporcional e integral (PI)** que se considera en este trabajo está dada por

$$\begin{aligned} d_k &= \hat{D} - \tilde{d}_k, \\ \tilde{d}_k &= \tilde{d}_{k-1} + \kappa_i (e_k - \rho e_{k-1}), \end{aligned} \quad (3)$$

donde  $e_k = v_{c,k} - V_{ref}$ ,  $\hat{D}$  es el valor del ciclo de trabajo bajo condiciones nominales de carga y tensión de alimentación ( $R = \hat{R}$  y  $E = \hat{E}$ )

$$\hat{D} = \frac{V_{ref}}{\hat{E}} \sqrt{\frac{L\hat{E}(2\hat{R}C/T - 1)}{\hat{R}^2 C (\hat{E} - V_{ref})}},$$

$V_{ref}$  es el valor de tensión deseado y  $\kappa_i$  y  $\rho$  son la ganancia y el cero del controlador, respectivamente. Los valores de  $\kappa_i$  y  $\rho$  se fijan de manera de satisfacer especificaciones como tipo de respuesta transitoria y márgenes de estabilidad que se desean para variaciones de pequeña amplitud alrededor del punto de equilibrio (Franklin y Powell 1981).

Se estudia entonces la relación entre los parámetros  $\kappa_i$  y  $\rho$  y la aparición de bifurcaciones de doble período. El sistema (2)–(3) puede llevarse a la configuración de la Fig. 1 eligiendo los bloques

$$\mathbf{G}(z) = \frac{1}{q(z)} \begin{bmatrix} -\beta E(z-1) & 1 \\ -\kappa_i \beta E(z-\rho) & \kappa_i(z-\alpha) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{y}_k) = \begin{bmatrix} \frac{y_k^2}{\kappa_i \beta E} - \frac{E - y_k^1}{y_k^1} (\hat{D} - y_k^2)^2 \\ (1 - \rho)V_{ref} \end{bmatrix}$$

con  $q(z) = z^2 - (2 + \alpha)z + \rho + \alpha$  e  $\mathbf{y}_k = [y_k^1 \ y_k^2]^T = [v_{c,k} \ \tilde{d}_k]^T$ . El punto fijo es  $\hat{\mathbf{y}} = [V_{ref} \ \hat{D} - \Delta_d]$  con

$$\Delta_d = \frac{V_{ref}}{E} \sqrt{\frac{LE(2RC/T - 1)}{R^2 C (E - V_{ref})}}.$$

Como  $\det[\mathbf{G}(z)\mathbf{J}] = 0$ , el único autovalor no nulo asociado a  $\hat{\mathbf{y}}$  es

$$\hat{\lambda}(z) = \frac{(\gamma_1 + \beta E^2 \Delta_d^2)z - (\rho\gamma_1 + \beta E^2 \Delta_d^2)}{V_{ref}^2 q(z)}$$

donde  $\gamma_1 = 2\kappa_i \beta E V_{ref} \Delta_d (E - V_{ref}) + V_{ref}^2$ . La condición crítica  $\hat{\lambda}(-1) = -1 + i0$  se verifica si

$$\eta_c = \kappa_i(1 + \rho) \quad (4)$$

$$\text{con } \eta_c = \frac{V_{ref}[\alpha(2E - V_{ref}) - V_{ref}]}{\beta \Delta_d E (E - V_{ref})^2}.$$

Siguiendo el procedimiento de la Sección 2 es posible determinar la estabilidad de las órbitas de período dos que exhibe el convertidor si los valores de sus parámetros verifican (4). En ese caso, el índice (1) evaluado en el punto crítico es

$$\sigma = -\frac{\beta(a_0 + a_1\eta_c + a_2\eta_c^2 + a_3\eta_c^3 + a_4\eta_c^4)}{\Delta_d V_{ref}(E - V_{ref})(b_0 + b_1\eta_c)\eta_c^2} \quad (5)$$

donde

$$\begin{aligned} a_0 &= 16\kappa_i E^2 \Delta_d^3 (1 + \alpha) \\ a_1 &= 8E^2 \Delta_d^2 [\Delta_d + \kappa_i (E + V_{ref})(1 + \alpha)] \\ a_2 &= 4E^2 \Delta_d [\Delta_d (E + V_{ref}) + 2\gamma_2] \\ a_3 &= 2E V_{ref} (E - V_{ref}) (2E \Delta_d + \gamma_2) \\ a_4 &= E V_{ref}^2 (E - V_{ref})^2 \\ b_0 &= -2\kappa_i [3\beta E^2 \Delta_d^2 - \gamma_1 (1 + \alpha)] \\ b_1 &= \beta E^2 \Delta_d^2 - \gamma_1 (3 + \alpha) \end{aligned}$$

con  $\gamma_2 = \kappa_i V_{ref} (E - V_{ref})(1 + \alpha)$ .

Como muestra (5), la ganancia  $\kappa_i$  modifica la estabilidad de la bifurcación de doble período.

<sup>3</sup> Se asume que el tiempo que le insume al DSP realizar las operaciones matemáticas correspondientes es despreciable.

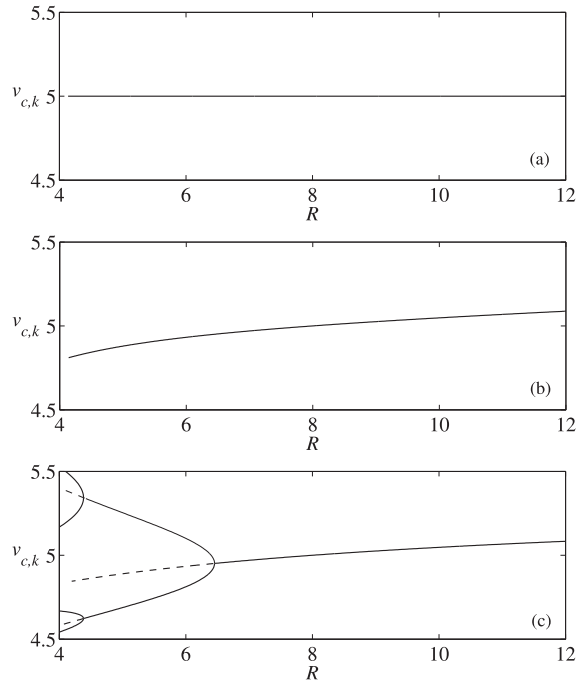


Figura 3. Regulación de carga con  $E = \hat{E}$ .  
(a) controlador PI (3); (b) controlador no lineal (7); (c) controlador proporcional (6).

A modo de comparación se consideran además los lazos de control formados por:

- (i) Un controlador **lineal proporcional**,

$$d_k = \hat{D} - \kappa(v_{c,k} - V_{ref}) \quad (6)$$

en el cual  $\kappa$  es la ganancia de realimentación. El sistema de lazo cerrado presenta un comportamiento dinámico complejo (Tse 2004): variaciones en parámetros como  $R$  o  $E$  también dan lugar a la aparición de oscilaciones de período dos, que pueden conducir al caos.

- (ii) Un controlador **no lineal**,

$$d_k = \hat{D} - \kappa_1 \arctan[\kappa_2(v_{c,k} - V_{ref})]. \quad (7)$$

Elijiendo adecuadamente  $\kappa_1$  y  $\kappa_2$  se pueden eliminar las oscilaciones, ampliando el rango de operación del convertidor (D'Amico *et al.* 2006). Análogamente al caso del controlador (i), el sistema controlado no presenta una buena regulación de carga o de línea.

#### 4. ANÁLISIS NUMÉRICO

Si los elementos circuitales toman los valores  $L = 200\mu\text{H}$ ,  $C = 294\mu\text{F}$ ,  $T = 0.2\text{ms}$ ,  $V_{ref} = 5\text{V}$ ,  $\hat{E} = 10\text{V}$  y  $\hat{R} = 8\Omega$  resulta  $\hat{D} = 0.34596$ . Linealizando (2) en el punto de operación nominal ( $v_{c,k} = V_{ref}$ ,  $d_k = \hat{D}$ ) y considerando una respuesta transitoria de lazo cerrado con tiempo de establecimiento menor a  $5T$  y tiempo de subida menor

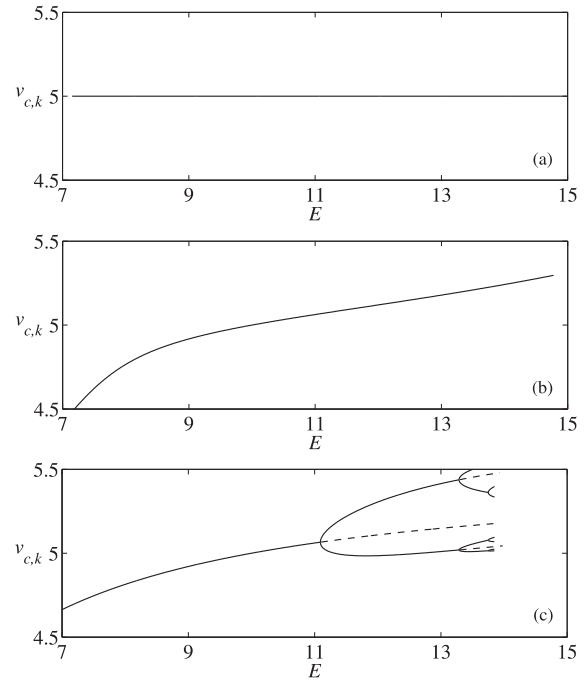


Figura 4. Regulación de línea con  $R = \hat{R}$ .  
(a) controlador PI (3); (b) controlador no lineal (7); (c) controlador proporcional (6).

a  $3T$ , los parámetros del controlador PI resultan  $\kappa_i = 0.56575$ ,  $\rho = 0.5$  (Franklin y Powell 1981).

La Fig.3(a) muestra la curva de regulación de carga<sup>4</sup> que se obtiene al fijar  $E = \hat{E}$  y variar la resistencia  $R$  ( $4\Omega \leq R \leq 12\Omega$ ). En este rango el controlador PI (3) no verifica la condición crítica (4) y el sistema a lazo cerrado no oscila. Como evidencia la Fig.3(b), el controlador no lineal (7) con  $\kappa_1 = 0.13$  y  $\kappa_2 = 5$  tampoco muestra oscilaciones pero su regulación es más pobre (D'Amico *et al.* 2006). El controlador proporcional (6) con  $\kappa = 0.65$  tiene una regulación similar, pero sufre oscilaciones de período dos cuando  $R \leq 6.4533\Omega$  [Fig.3(c)].

Para la regulación de línea se obtienen resultados similares, fijando  $R = \hat{R}$  y variando la tensión de alimentación  $E$  en el rango  $7\text{V} \leq E \leq 15\text{V}$ . Con los controladores (3) y (7) no hay oscilaciones [Figs.4(a) y (b), respectivamente], que sí aparecen con el control proporcional (6) [Fig.4(c)]. La ventaja de la acción integral se nota en la mejor regulación del controlador PI (3) respecto a la de los controladores proporcional (6) y no lineal (7).

El comportamiento dinámico del convertidor *buck* con el controlador PI se deteriora si  $R$  y  $E$  varían simultáneamente. La condición (4) define la curva  $C_c$  (Fig. 5) que limita una zona BDP en el espacio de parámetros  $(R, E)$  donde el sistema controlado

<sup>4</sup> Las curvas de regulación que se muestran en esta sección se obtuvieron empleando el paquete de simulación XPPAUT (Ermentrout 2003).

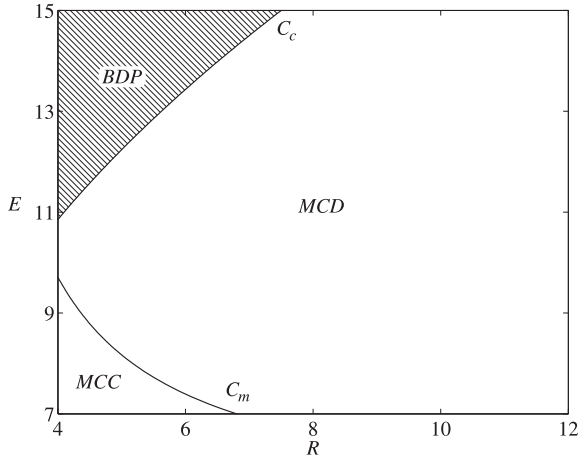


Figura 5. Comportamiento del sistema con controlador PI (3) en función de  $R$  y  $E$ .  $BDP$ : zona de bifurcaciones de doble período;  $MCC$  y  $MCD$ : zonas de conducción continua y discontinua, respectivamente.

presenta bifurcaciones de doble período. Además, como  $\sigma > 0$  para todo  $(R, E) \in C_c$ , las oscilaciones son estables. Por completitud, se incluye en la figura la curva  $C_m$  frontera entre las zonas de conducción continua ( $MCC$ ) y discontinua ( $MCD$ ).

Las Figs. 6 y 7 muestran la regulación del circuito para condiciones distintas de las nominales. La regulación de carga para  $E \neq \hat{E}$  se ilustra en la Fig. 6. Para  $E = 13V$ , las oscilaciones aparecen si  $R \leq 5.623\Omega$  con un índice  $\sigma_{E13} = 22.2 > 0$  [Fig. 6(a)]. Para  $E = 14V$ , el intervalo crítico se extiende a  $R \leq 6.519\Omega$  con un índice  $\sigma_{E14} = 29.8 > 0$  [Fig. 6(b)]. En ambos casos, la bifurcación de doble período es supercrítica; sin embargo, como  $\sigma_{E14} > \sigma_{E13}$  las ramas de la Fig. 6(b) crecen más suavemente que las de la Fig. 6(a).

La curva de regulación de línea si  $R \neq \hat{R}$  se muestra en la Fig. 7. Para  $R = 5\Omega$ , las oscilaciones estables ( $\sigma_{R5} = 17.66$ ) de período dos se manifiestan si  $E \geq 12.24V$  [Fig. 7(a)]. Para  $R = 6\Omega$ , el rango sin oscilaciones se extiende hasta  $E \geq 13.43V$  con un índice  $\sigma_{R6} = 25.3 > 0$  [Fig. 7(b)]. Como  $\sigma_{R6} > \sigma_{R5}$ , las ramas de la bifurcación de la Fig. 7(b) crecen más suavemente que las de la Fig. 7(a).

## 5. RESULTADOS EXPERIMENTALES

El controlador PI (3) con  $\kappa_i = 0.56575$  y  $\rho = 0.5$  se implementó en un DSP TMS320F240 operando a 20 MHz. El ciclo de trabajo nominal se incrementó a  $\hat{D} = 0.426$  para compensar las caídas de tensión en el interruptor  $S$  y en el diodo  $D$ . Las curvas de regulación de carga y de línea en condiciones nominales se muestran en la Fig. 8. Como la acción de control se realiza en base al valor de  $v_c$  en el instante  $kT$ , el nivel medio de la tensión es levemente superior a la referencia deseada de 5V.

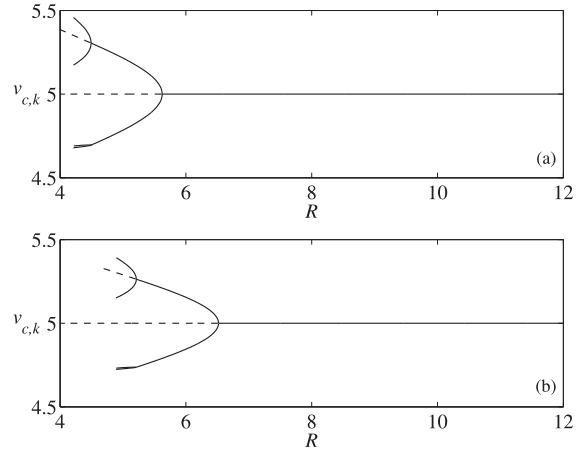


Figura 6. Regulación de carga con controlador PI (3) y  $E \neq \hat{E}$ . (a)  $E = 13V$ ; (b)  $E = 14V$ .

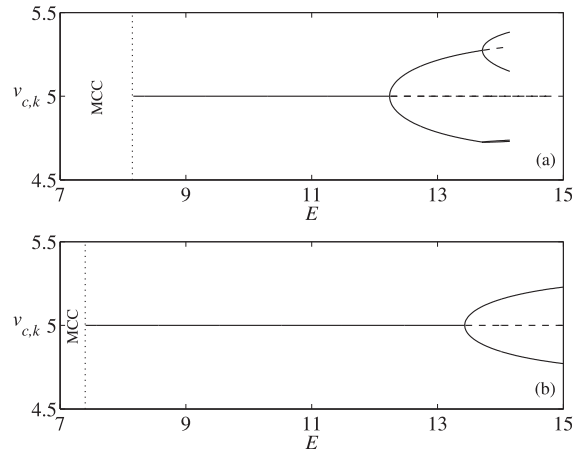


Figura 7. Regulación de línea con controlador PI (3) y  $R \neq \hat{R}$ . (a)  $R = 5\Omega$ ; (b)  $R = 6\Omega$ .

En el caso de la Fig. 8(a) esta diferencia se reduce a medida que aumenta  $R$  pues disminuye la ondulación ("ripple") natural del convertidor. Como referencia se incluyen las curvas de regulación del controlador no lineal (7) con  $\kappa_1 = 0.11$  y  $\kappa_2 = 4.5$ .

Según los resultados de la Sección 3, las oscilaciones de período dos se detectan cuando tanto  $R$  como  $E$  se apartaron de sus valores nominales. Las Figs. 9 y 10 muestran la modulación de doble período sobre  $v_c$  e  $i_L$  para  $R = 5.2\Omega$ ,  $E = 13V$  y  $R = 6.25\Omega$ ,  $E = 14V$ , respectivamente.

## 6. CONCLUSIONES

En este trabajo se estudió la dinámica de un convertidor *buck* operando en MCD con control proporcional más integral (PI). Se mostró que el sistema puede desarrollar oscilaciones de período dos si la resistencia de carga y la tensión de línea se apartan de sus valores nominales, estableciendo una relación de compromiso entre el comportamiento transitorio deseado y el rango útil de ope-

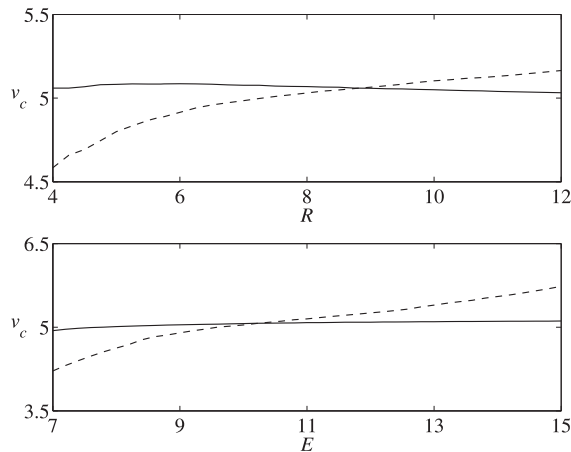


Figura 8. Tensión media de salida en función de:  
(a)  $R$  con  $E = \hat{E}$ ; (b)  $E$  con  $R = \hat{R}$ .  
(—) controlador PI (3); (---) controlador no lineal (7).

Figura 9. Oscilogramas de la tensión de salida  $v_c$  y corriente  $i_L$  con el controlador PI (3) para  $R = 5.2\Omega$  y  $E = 13V$ .

Figura 10. Oscilogramas de la tensión de salida  $v_c$  y corriente  $i_L$  con el controlador PI (3) para  $R = 6.25\Omega$  y  $E = 14V$ .

ración. Se analizará en un futuro la posibilidad de eliminar las oscilaciones reemplazando el término proporcional por uno no lineal.

#### Agradecimientos

Los autores agradecen a la SGCyT de la UNS, a la ANPCyT y al CONICET por el apoyo brindado para la realización de este trabajo.

#### REFERENCIAS

- Ang, S. S. y A. R. Oliva (2005). *Power Switching Converters*. segunda ed. CRC Press. Nueva York.
- D'Amico, M. B., A. Oliva, E. Paolini y N. Guerin (2006). Bifurcation control of a buck converter in discontinuous conduction mode. En: *1st IFAC Conf. on Analysis and Control of Chaotic Systems (aceptado)*. Reims (Francia).
- D'Amico, M. B., J. L. Moiola y E. E. Paolini (2004a). A frequency domain method for analyzing period doubling bifurcations in discrete-time systems. *Circuits, Systems and Signal Processing* **23**, 516–535.
- D'Amico, M. B., J. L. Moiola y E. E. Paolini (2004b). Study of degenerate bifurcations in maps: A feedback system approach. *Int. J. of Bifurcation and Chaos* **14**(5), 1625–1641.
- di Bernardo, M., F. Garofalo, L. Glielmo y F. Vasca (1998). Switchings, bifurcations and chaos in DC/DC converters. *IEEE Trans. on Circuits Syst. I* **45**(2), 133–141.
- di Bernardo, M. y F. Vasca (2000). Discrete-time maps for the analysis of bifurcations and chaos in DC/DC converters. *IEEE Trans. on Circuits Syst. I* **47**(2), 130–142.
- El Aroudi, A., M. Debbat, R. Giral, G. Olivar, L. Benadero y E. Toribio (2005). Bifurcations in dc-dc switching converters: Review of methods and applications. *Int. J. of Bifurcation and Chaos* **15**(5), 1549–1578.
- Ermentrout, B. (2003). XPPAUT 5.85: The differential equations tool. Disponible en: [www.math.pitt.edu/~bard/xpp/xpp.html](http://www.math.pitt.edu/~bard/xpp/xpp.html). Universidad de Pittsburgh, Estados Unidos.
- Franklin, G. F. y J. D. Powell (1981). *Digital Control of Dynamic Systems*. segunda ed. Addison-Wesley Publishing Company. Massachusetts.
- Kuznetsov, Y. A. (1995). *Elements of Applied Bifurcation Theory*. Springer-Verlag. Nueva York.
- MacFarlane, A. G. J. y I. Postlethwaite (1977). The generalized Nyquist stability criterion and multivariable root loci. *Int. J. of Control* **25**, 81–127.
- Maksimović, D., R. Zane y R. Erickson (2004). Impact of digital control in power electronics. En: *IEEE Int. Symp. Power Semiconductors Devices and ICs*. Kitakyushu (Japón). pp. 13–22.
- Patella, B. J., A. Prodić, A. Zirger y D. Maksimović (2003). High-frequency digital PWM controller IC for dc-dc converters. *IEEE Trans. on Power Electron.* **18**(1), 438–446.
- Tse, Ch. K (2004). *Complex Behavior of Switching Power Converters*. CRC Press. Boca Raton.