

CONTROL BORROSO MULTIVARIABLE BASADO EN HEURÍSTICA. UN CASO PRÁCTICO: GRÚA PORTA CONTENEDORES.

J.M. Andújar* A.J. Barragán* M.E. Gegúndez**
M. Maestre**

* *Dpto. Ingeniería Electrónica, Sistemas Informáticos y
Automática, Universidad de Huelva.*

** *Dpto. Matemáticas. Universidad de Huelva*

Resumen: En este trabajo se presenta el diseño de un controlador borroso basado en heurística: conocimiento de la planta e incorporación del conocimiento de un experto (gruista), que permite automatizar el proceso de carga de contenedores hacia barcos. La planta (grúa porta-contenedores) es un sistema no lineal complejo que, respecto de su control borroso, se configura como un sistema multivariable con 2 variables de entrada y 5 de salida. La ventaja de esta metodología de diseño es que no se necesita disponer del modelo de la planta. Las simulaciones muestran que el funcionamiento del sistema en lazo cerrado es satisfactorio.

Copyright © 2007 CEA-IFAC

Palabras Clave: control borroso, grúa porta-contenedores, heurística, experto, sistema no lineal.

1. INTRODUCCIÓN

Desde el nacimiento, al menos formal, de lo que hoy se conoce como lógica borrosa (Zadeh, 1965), se han producido numerosos éxitos en los campos del modelado y el control, y también, desde entonces, muchos investigadores han realizado numerosos esfuerzos para dotar a esta rama de la inteligencia artificial de una formalización matemática.

Los autores de este trabajo están interesados en la formalización del modelado y el control borroso (Andújar *et al.*, 2006b; Andújar and Bravo, 2005; Andújar *et al.*, 2006a), de modo que las herramientas y metodologías de análisis y síntesis aceptadas por la comunidad científica, sean de aplicación al modelado y control borrosos (Andújar *et al.*, 2004b; Andújar and Barragán, 2005).

Si bien parece que la línea actual en el campo del control borroso es avanzar en su formalización, no parece adecuado dejar de lado enfoques de la lógica borrosa que permiten el diseño de controladores sin requerir un modelo de la planta. Precisamente este es uno de los aspectos de la lógica borrosa que puede resultar más atrayente, es más, el enorme auge que tuvieron las aplicaciones de control borroso a partir de finales de los años 70, se debió precisamente a esto, junto a la capacidad de incorporar el conocimiento de un experto al controlador de forma lingüística.

Los críticos de la lógica borrosa la suelen seguir viendo, aún hoy, como una especie de permisividad científica, criticando incluso que no es analítica, sin embargo, esto desde nuestro punto de vista no es cierto, ya que un conjunto borroso queda completamente definido de forma analítica mediante la *función de pertenencia*. En este sentido,

es deseable no confundir el concepto de razonamiento aproximado o vago, referido al hecho de poder manipular entradas/salidas representadas por conjuntos borrosos, con el concepto de que la lógica borrosa no esté bien definida de forma analítica.

Ciertamente, el no disponer de modelo de la planta y, por tanto, de modelo del sistema en lazo cerrado, puede traer problemas asociados, como por ejemplo la imposibilidad de poder realizar un análisis formal de propiedades del sistema tales como estabilidad y robustez. Sin embargo, las múltiples herramientas existentes hoy en día para simular sistemas complejos, permiten que vía simulaciones y de una forma un tanto empírica si se quiere, puedan ser analizadas las propiedades anteriores en las regiones de operación de interés.

Al contrario de lo que suele suceder en el traslado de una técnica al campo práctico, en el caso del control borroso los éxitos técnicos y comerciales han ido por delante del desarrollo de la teoría. Esto puede ser atribuido a dos factores (Margaliot and Langholz, 2000):

- (1) Parece que los mecanismos de la lógica borrosa proporcionan una herramienta útil y exitosa para implementar reglas lingüísticas. En concreto, dadas las reglas lingüísticas, la realización del controlador borroso exige unos tiempos y costes de desarrollo modestos.
- (2) El hecho de que el controlador esté realizado mediante reglas lingüísticas permite entender fácilmente su comportamiento. En concreto, si el comportamiento del sistema en lazo cerrado no es satisfactorio, suele ser posible determinar la regla responsable y en qué dirección ha de ser modificada.

En resumen, el diseño de controladores borrosos se encuentra hoy en día polarizado en dos enfoques genéricos:

- (a) Diseño del controlador basado en *heurística*. Este enfoque, que podría denominarse tradicional, tiene la desventaja ya mencionada de carecer, por regla general, de una metodología formal de diseño y análisis. Por contra, presenta la ventaja de su interpretabilidad, característica esta no desdeñable (al menos desde el punto de vista práctico) y de gran utilidad. Este enfoque de diseño es el usual en los controladores tipo Mamdani (Mamdani and Assilian, 1975), cuyas reglas, dado un controlador con una entrada y una salida, tienen la forma:

$$\text{SI } (x \text{ es } A) \text{ ENTONCES } (y \text{ es } B) \quad (1)$$

donde A , B son conjuntos borrosos del tipo “pequeño”, “cerca de...”

- (b) Diseño del controlador basado en modelos. Este enfoque permite que, tal como ocurre en la teoría clásica de control, el controlador se diseñe basándose en el modelo de la planta, el cual por supuesto, puede ser también borroso, aunque enfocado a obtener incluso un modelo de estado de la planta (Andújar *et al.*, 2006a), lo cual permite afrontar un diseño sistemático del controlador. Este enfoque de diseño hace uso de los modelos borrosos tipo Takagi-Sugeno (TS) (Takagi and Sugeno, 1985), cuyas reglas, dado un controlador con una entrada y una salida, tienen la forma:

$$\text{SI } (x \text{ es } A) \text{ ENTONCES } (y = f(x)) \quad (2)$$

donde el consecuente de la regla contiene la función $f(x)$ en vez de un conjunto borroso. Esta función puede ser no lineal.

Los modelos borrosos tipo TS pueden ser derivados a partir de un conjunto de datos de entrada/salida o también, a partir del conocimiento heurístico sobre el comportamiento del sistema.

En el ejemplo que se presenta en este trabajo –control de una grúa porta contenedores– se ha usado para el controlador un modelo tipo Mamdani, y el enfoque de diseño se ha basado en heurística inferida a partir de dos fuentes de información: conocimiento de la dinámica de la planta y conocimiento de su manejo por un operario experto.

El buen conocimiento de la planta permite contribuir a derivar las reglas del controlador. Por ejemplo: “Si la variable a controlar tiene el valor deseado y su derivada es cero, entonces mantener la señal de control actual”. Respecto del enfoque de extraer conocimiento del operario experto, se trata de implementar ese conocimiento en las reglas del controlador borroso. Claramente, este es el mecanismo usado en el diseño clásico de *sistemas expertos*.

2. DISEÑO DEL CONTROLADOR PARA UN CASO PRÁCTICO: GRÚA PORTA CONTENEDORES

Las grúas porta-contenedores son usadas en muchos puertos (ver Figura 1) para cargar y descargar contenedores hacia y desde barcos. Los contenedores quedan fijados mediante cables flexibles montados en la cabeza de la grúa. Ésta se mueve sobre una guía horizontal. Cuando se levanta un

contenedor y la cabeza de la grúa comienza a moverse, el contenedor empieza a balancearse. Este balanceo, si bien puede no ser un problema durante el transporte del contenedor, sí lo es para poder soltarlo, ya que para poder alojar el contenedor en el barco, éste ha de caer *a plomo*.



Figura 1. Grúa porta contenedores operando en un puerto.

Existen dos soluciones triviales para resolver este problema (Von Altrock, 1995). Una es posicionar la cabeza de la grúa exactamente sobre la posición de descarga, y entonces, esperar hasta que el contenedor deje de balancearse hasta un nivel aceptable. Si el día no es ventoso, es posible llegar a esta situación, aunque ciertamente consume mucho tiempo. Obviamente, por razones de coste, un barco porta-contenedores ha de ser cargado y descargado en el menor tiempo posible. La otra solución consiste en elevar el contenedor y desplazarlo muy lentamente para que no se balancee. Nuevamente, si el día no es ventoso, es posible realizar esta operación, aunque nuevamente a costa de emplear mucho tiempo en la misma. Una solución alternativa consiste en disponer de contenedores con cables adicionales para su fijado durante la operación de carga y descarga. Sin embargo, esta solución, no es muy habitual ya que es bastante costosa.

Los gruistas expertos a partir del control continuo de velocidad del motor de la cabeza de la grúa, compensan el balanceo con avances y retrocesos hasta posicionar el contenedor en el sitio exacto. Esta operación, si bien no es fácil, sí es realizada de forma aceptable por ellos.

La solución para la automatización de este problema de control no es trivial, ya que el comportamiento de la planta es sensiblemente no lineal: el comportamiento del motor de la cabeza de la grúa es no lineal, la cabeza de la grúa se mueve con fricción, las perturbaciones tales como rachas de viento son imprevisibles, etc.

Sin embargo, a pesar de todos los problemas mencionados, está claro que un operador humano

experto es capaz de controlar la grúa sin necesidad de utilizar complejas ecuaciones diferenciales. Por tanto, parece éste un problema apropiado para ser abordado desde el punto de vista de la lógica borrosa.

Como ya se ha dicho, el diseño del controlador se hará en base al conocimiento de la planta y a la incorporación al mismo del conocimiento de un gruista experto.

Respecto del conocimiento de la planta, ésta puede verse de forma esquemática en la Figura 2.

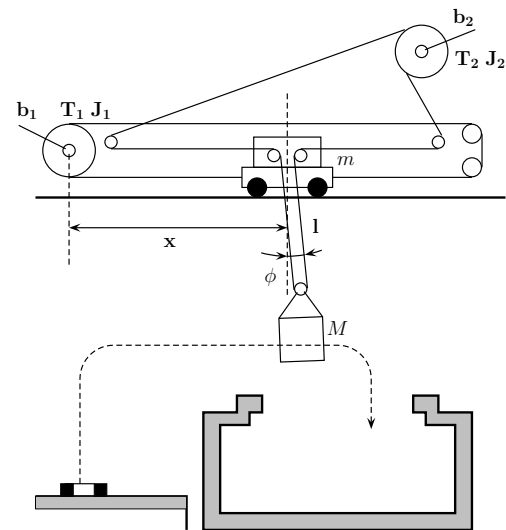


Figura 2. Representación esquemática de una grúa porta-contenedores.

Las variables que intervienen en el problema son las siguientes: J_1 , momento de inercia del motor del carro; b_1 , radio equivalente del tambor del motor del carro; J_2 , momento de inercia del motor de la grúa; b_2 , radio equivalente del tambor del motor de la grúa; ϕ , ángulo de balanceo de la carga; m , masa del carro; M , masa de la carga del contenedor; T_1 , par generado por el motor del carro; T_2 , par generado por el motor de la grúa; y g , la aceleración de la gravedad (9.81 ms^{-2}). Las variables de salida del sistema son la posición del carro, x , la longitud del cable, l y su ángulo ϕ . Junto a ellas y respecto del problema del control, pueden ser consideradas sus velocidades respectivas. Las entradas son los pares generados por el motor del carro, T_1 , y por el motor de la grúa, T_2 .

A partir del conocimiento de la planta (ver Figura 2) que supone la identificación de las variables que intervienen en el problema y su comportamiento, el esquema del controlador borroso a implementar se muestra en la Figura 3. En ella se puede apreciar que el proceso de control borroso consta de tres pasos: borrosificación, inferencia borrosa y desborrosificación.

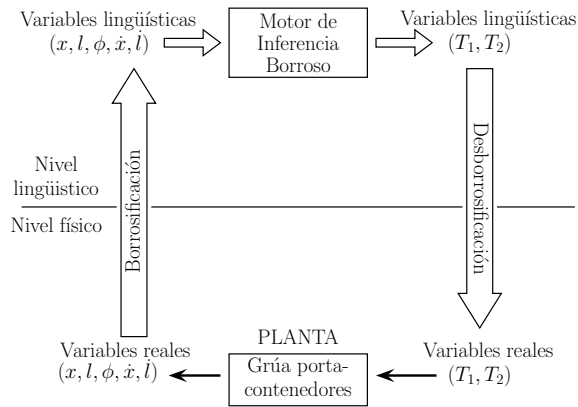


Figura 3. Estructura del sistema de control borroso para la grúa porta contenedores.

Una vez que, mediante las funciones de pertenencia, las variables medidas $\{x, l, \phi, \dot{x}, \dot{l}\}$ son trasladadas al dominio lingüístico (etapa de borrosificación), la etapa de inferencia borrosa evalúa, mediante el conjunto de reglas del controlador, el comportamiento del sistema y las acciones de control a realizar. El resultado son, de nuevo, variables lingüísticas que, mediante la etapa de desborrosificación, serán trasladadas a los valores reales de par T_1 y T_2 .

El esquema de la Figura 3 deja claro que se trata de un sistema multivariable con 2 entradas y 5 salidas.

A partir pues del conocimiento de la planta, se han definido los siguientes conjuntos borrosos para el conjunto de entradas: *posición*, x , y *longitud*, l , {origen (**orig**), media (**medi**), cerca (**cerc**), objetivo (**obje**), corrección (**corr**)} donde el valor *corrección* indica que la grúa se ha pasado del objetivo. Ha de tenerse en cuenta que aunque los conjuntos borrosos que definen x y l tienen los mismos términos lingüísticos, varían un poco sus valores (ver Figuras 4 y 5). Para la variable *ángulo*, ϕ , {positivo_grande (**posG**), positivo_pequeño (**posP**), cero (**cero**), negativo_pequeño (**negP**), negativo_grande (**negG**)} (ver Figura 6). Para las velocidades de las variables posición y longitud, \dot{x} y \dot{l} respectivamente, se han tomado los conjuntos (ver Figura 7) {neg_media (**negM**), neg_pequeña (**negP**), cero (**cero**), pos_pequeña (**posP**), pos_media (**posM**), pos_grande (**posG**)}. Nótese que todos los conjuntos borrosos han sido definidos utilizando funciones de pertenencia gaussianas.

Para las variables de control, se han elegido también funciones de pertenencia gaussianas para los siguientes conjuntos borrosos: {neg_alta (**negA**), neg_media (**negM**), cero (**cero**), pos_media (**posM**), pos_alta (**posA**)} (ver Figura 8 para T_2). La gráfica para T_1 es la misma que para T_2 , con la diferencia

Figura 4. Funciones de pertenencia para la variable *posición*

Figura 5. Funciones de pertenencia para la variable *longitud* del cable

Figura 6. Funciones de pertenencia para la variable *Ángulo*.

que los centros de las curvas gaussianas son -2×10^2 , -10^2 , 0 , 10^2 , 2×10^2 .

Del conocimiento de la planta (Figura 2) y de la observación de la operación del experto humano (gruista), se pueden deducir una serie de pautas que permiten definir una estrategia de control, por ejemplo, entre otras:

Figura 7. Funciones de pertenencia para las variables \dot{x} y \dot{l} .

- R1: SI l es orig y x es orig y \dot{x} no es posM ENTONCES T_1 es posM.
 R2: SI l es orig y x es medi y \dot{x} es posG ENTONCES T_1 es negM.
 R3: SI l es orig y x es medi y \dot{x} es posM ENTONCES T_1 es cero.
 R4: SI l es orig y x_1 es medi y \dot{x} es posP ENTONCES T_1 es posM.
 R5: SI l es orig y x es cerc y \dot{x} es posM ENTONCES T_1 es negM.
 R6: SI l es orig y x es cerc y \dot{x} es posP ENTONCES T_1 es cero.
 R7: SI l es orig y x es cerc y \dot{x} es cero ENTONCES T_1 es posM.
 R8: SI l es orig y x es cerc y \dot{x} es negP ENTONCES T_1 es posM.
 R9: SI l es orig y x es cerc y \dot{x} es negM ENTONCES T_1 es posA.
 R10: SI x es obje y \dot{x} es posM ENTONCES T_1 es posA.
 R11: SI x es obje y \dot{x} es posP ENTONCES T_1 es negM.
 R12: SI x es obje y \dot{x} es cero ENTONCES T_1 es cero.
 R13: SI x es obje y \dot{x} es negP ENTONCES T_1 es posM.
 R14: SI x es obje y \dot{x} es negM ENTONCES T_1 es posA.
 R15: SI x es corr y \dot{x} es posM ENTONCES T_1 es negA.
 R16: SI x es corr y \dot{x} es posP ENTONCES T_1 es negA.
 R17: SI x es corr y \dot{x} es cero ENTONCES T_1 es negM.
 R18: SI x es corr y \dot{x} es negP ENTONCES T_1 es cero.
 R19: SI x es corr y \dot{x} es negM ENTONCES T_1 es posM.
 R20: SI ϕ es negG ENTONCES T_1 es negA.
 R21: SI ϕ es posG ENTONCES T_1 es posA.

Figura 8. Funciones de pertenencia para T_2 .

- Arrancar a media potencia.
- Durante el recorrido y hasta próximo a la posición final, la cabeza de la grúa puede ir por delante del contenedor.
- Aceleraciones bruscas enlentecen el proceso porque para equilibrar el contenedor hay que realizar varios cambios del sentido de la marcha continuos.
- Cuando la cabeza de la grúa esté cerca del objetivo hay que enlentecer la marcha de modo que al final el contenedor llegue casi sin oscilaciones.
- Cuando la cabeza de la grúa está en el objetivo y el cable no tiene balanceo, se para el motor del carro y se activa el de la polea de descenso.

A partir de las consideraciones iniciales anteriores y diferentes pasos de refinamiento posteriores, se definen las siguientes bases de reglas para T_1 y T_2 :

Para T_1 :

Para T_2 :

- R1: SI \dot{l} es posG ENTONCES T_2 es negM.
 R2: SI x es orig y l es orig ENTONCES T_2 es cero.
 R3: SI x es orig y l es medi ENTONCES T_2 es negM.
 R4: SI x es orig y l es cerc ENTONCES T_2 es negM.
 R5: SI x es orig y l es obje ENTONCES T_2 es negM.
 R6: SI x es orig y l es corr ENTONCES T_2 es negM.
 R7: SI x es orig y \dot{l} es negM ENTONCES T_2 es posM.
 R8: SI x es obje y l es orig y x_5 es cero ENTONCES T_2 es posM.

- R9: SI x es obje y l es medi y \dot{l} es posM
ENTONCES T_2 es cero.
- R10: SI x es obje y l es medi y \dot{l} es posP
ENTONCES T_2 es posM.
- R11: SI x es obje y l es cerc y \dot{l} es posM
ENTONCES T_2 es negM.
- R12: SI x es obje y l es cerc y \dot{l} es posP
ENTONCES T_2 es cero.
- R13: SI x es obje y l es cerc y \dot{l} es cero
ENTONCES T_2 es posM.
- R14: SI x es obje y l es cerc y \dot{l} es negP
ENTONCES T_2 es posM.
- R15: SI x es obje y l es cerc y \dot{l} es negM
ENTONCES T_2 es posM.
- R16: SI x es obje y l es obje y \dot{l} es posM
ENTONCES T_2 es negM.
- R17: SI x es obje y l es obje y \dot{l} es posP
ENTONCES T_2 es negM.
- R18: SI x es obje y l es obje y \dot{l} es cero
ENTONCES T_2 es cero.
- R19: SI x es obje y l es obje y \dot{l} es negP
ENTONCES T_2 es posM.
- R20: SI x es obje y l es obje y \dot{l} es negM
ENTONCES T_2 es posM.
- R21: SI x es obje y l es corr y \dot{l} es posM
ENTONCES T_2 es negM.
- R22: SI x es obje y l es corr y \dot{l} es posP
ENTONCES T_2 es negM.
- R23: SI x es obje y l es corr y \dot{l} es cero
ENTONCES T_2 es negM.
- R24: SI x es obje y l es corr y \dot{l} es negP
ENTONCES T_2 es cero.
- R25: SI x es obje y l es corr y \dot{l} es negM
ENTONCES T_2 es posM.

Puesto que al final del proceso de inferencia se ha de actuar sobre el motor (el de la grúa y/o el del carro), cada componente de la señal de control ha de adquirir en cada momento un valor concreto (*crisp*). Por tanto, el sistema de control necesita desborrosificar cada una de las componentes de la señal de control para producir un valor real (ver Figura 3).

En el controlador borroso desarrollado, se ha aplicado el método de inferencia producto y el desborrosificador centro-promedio. Esto es, la salida de cada base de reglas del controlador está dada por:

$$T_j(x, l, \phi, \dot{x}, \dot{l}) = \frac{\sum_{i=1}^N w_i T_j^k}{\sum_{i=1}^N w_i} \quad (3)$$

donde w_i es el grado de cumplimiento de la regla i -ésima, N el número de reglas, $j = 1, 2$ el

número de la componente de la señal de control y $k = 1, \dots, 5$ indica el k -ésimo conjunto borroso en cada universo de discurso de cada T_j . Por tanto, T_j^k es el par para el que se produce el valor máximo del conjunto borroso de salida en la regla correspondiente. Por último, como se puede observar, la expresión (3) reúne tanto el método de inferencia como la desborrosificación.

El vector de control es, pues,

$$\mathbf{T}(x, l, \phi, \dot{x}, \dot{l}) = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \end{pmatrix} \quad (4)$$

donde según (3),

$$T_1(x, l, \phi, \dot{x}, \dot{l}) = \frac{\text{num}_1(x, l, \phi, \dot{x}, \dot{l})}{\text{den}_1(x, l, \phi, \dot{x}, \dot{l})} \quad (5)$$

siendo

$$\begin{aligned} \text{num}_1(x, l, \phi, \dot{x}, \dot{l}) = & \mu_{\text{orig}}(l) \cdot \mu_{\text{orig}}(x) \cdot (1 - \mu_{\text{posM}}(\dot{x})) \cdot T_1^4 \\ & + \mu_{\text{orig}}(l) \cdot \mu_{\text{medi}}(x) \cdot \mu_{\text{posG}}(\dot{x}) \cdot T_1^4 + \dots \\ & + \mu_{\text{corr}}(x) \cdot \mu_{\text{negM}}(\dot{x}) \cdot T_1^4 \\ & + \mu_{\text{negG}}(\phi) \cdot T_1^2 + \mu_{\text{posG}}(\phi) \cdot T_1^4 \\ \text{den}_1(x, l, \phi, \dot{x}, \dot{l}) = & \mu_{\text{orig}}(l) \cdot \mu_{\text{orig}}(x) \cdot (1 - \mu_{\text{posM}}(\dot{x})) \\ & + \mu_{\text{orig}}(l) \cdot \mu_{\text{medi}}(x) \cdot \mu_{\text{posG}}(\dot{x}) + \dots \\ & + \mu_{\text{corr}}(x) \cdot \mu_{\text{negM}}(\dot{x}) + \mu_{\text{negG}}(\phi) + \mu_{\text{posG}}(\phi) \end{aligned}$$

Análogamente,

$$T_2(x, l, \phi, \dot{x}, \dot{l}) = \frac{\text{num}_2(x, l, \phi, \dot{x}, \dot{l})}{\text{den}_2(x, l, \phi, \dot{x}, \dot{l})} \quad (6)$$

donde

$$\begin{aligned} \text{num}_2(x, l, \phi, \dot{x}, \dot{l}) = & \mu_{\text{posG}}(\dot{l}) \cdot T_2^2 + \mu_{\text{orig}}(x) \cdot \mu_{\text{orig}}(l) \cdot T_2^3 + \dots \\ & + \mu_{\text{obje}}(x) \cdot \mu_{\text{corr}}(l) \cdot \mu_{\text{negP}}(\dot{l}) \cdot T_2^3 \\ & + \mu_{\text{obje}}(x) \cdot \mu_{\text{corr}}(l) \cdot \mu_{\text{negM}}(\dot{l}) \cdot T_2^4 \\ \text{den}_2(x, l, \phi, \dot{x}, \dot{l}) = & \mu_{\text{posG}}(\dot{l}) + \mu_{\text{orig}}(x) \cdot \mu_{\text{orig}}(l) + \dots \\ & + \mu_{\text{obje}}(x) \cdot \mu_{\text{corr}}(l) \cdot \mu_{\text{negP}}(\dot{l}) \\ & + \mu_{\text{obje}}(x) \cdot \mu_{\text{corr}}(l) \cdot \mu_{\text{negM}}(\dot{l}) \end{aligned}$$

3. SIMULACIONES

Una vez diseñado el controlador; su prueba y el análisis del comportamiento del sistema en lazo cerrado se puede realizar de dos formas:

- (1) Práctica, mediante la implementación del controlador directamente en el sistema de la grúa porta-contenedores, o
- (2) *Simulada*, mediante la prueba del sistema de control por computador, para lo cual es necesario un modelo de la planta.

Obviamente, teniendo en cuenta las sucesivas etapas de refinamiento que requiere un problema de control tan complejo como éste, parece procedente ajustarlo primero mediante simulación y, posteriormente, realizar un ajuste fino en campo.

El modelo matemático de una grúa porta-contenedores está dado por (Sakawa and Shindo, 1982):

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= u_1 - \delta_1 \phi u_2 + \delta_1 g \phi \\ \ddot{l} &= -\delta_2 \phi u_1 + u_2 \\ \ddot{\phi} &= -\frac{1}{l}(u_1 - \delta_1 \phi u_2 + (1 + \delta_1)g\phi + 2l\dot{\phi})\end{aligned}\quad (7)$$

donde las variables son las mostradas en la Figura 2 y los parámetros δ_1 , δ_2 y las señales u_1 y u_2 están definidos como:

$$\begin{aligned}\delta_1 &= \frac{Mb_1^2}{J_1 + mb_1^2}, & \delta_2 &= \frac{Mb_2^2}{J_2 + Mb_2^2}, \\ u_1 &= \frac{b_1 T_1}{J_1 + mb_1^2}, & u_2 &= \frac{b_2(T_2 + Mb_2 g)}{J_2 + Mb_2^2}\end{aligned}\quad (8)$$

Para un sistema práctico, los valores de los parámetros pueden estar dados por:

$$J_1 = 3,75 \text{ Kg } m^2, \quad b_1 = 1,44 \times 10^{-2} \text{ m.}$$

$$J_2 = 78,5 \text{ Kg } m^2, \quad b_2 = 1,22 \times 10^{-2} \text{ m.}$$

Si se denomina $x_1 = x$, $x_2 = \dot{x}_1 = \dot{x}$, $x_3 = l$, $x_4 = \dot{l} = \dot{x}_4$, $x_5 = \phi$, $x_6 = \dot{x}_5 = \dot{\phi}$, el modelo (7) puede ser escrito como el modelo de estados siguiente:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= u_1 - \delta_1 u_2 x_5 + \delta_1 g x_5 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= -\delta_2 u_1 x_5 + u_2 \\ \dot{x}_5 &= x_6 \\ \dot{x}_6 &= -\frac{1}{x_3}(u_1 - \delta_1 u_2 x_5 + (1 + \delta_1)g x_5 + 2x_4 x_6)\end{aligned}\quad (9)$$

o, de forma abreviada,

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (10)$$

Claramente, la ecuación (7) muestra que el vector de control es $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$, donde $u_1 = K_1 T_1$ y $u_2 = K_2 T_2 + K_3$.

El vector de estado tiene por componentes: x_1 , x_2 , x_3 , x_4 , x_5 y x_6 que representan, respectivamente, el desplazamiento horizontal, la velocidad de desplazamiento horizontal, el desplazamiento vertical, la velocidad de desplazamiento vertical, el ángulo de balanceo y su velocidad angular.

3.1 Equilibrios del sistema

Igualando a $\mathbf{0}$ la ecuación (10), se tiene que los puntos de equilibrio del sistema son cualquier punto de la forma $(d, 0, h, 0, 0, 0)$. Esto es, si el brazo de la grúa está a una distancia d y el cable está enrollado a una longitud h y no se aplica energía alguna, el sistema permanecerá en esa posición indefinidamente.

La matriz jacobiana del sistema evaluada en los puntos de equilibrio es:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_1(g - u_2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\delta_2 u_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{h^2} u_1 & 0 & -\frac{1}{h}[-\delta_1 u_2 + (1 + \delta_1)g] & 0 \end{pmatrix}$$

donde se considera que \mathbf{u} no depende de las coordenadas de l vector de estado. Esta matriz tiene un autovalor cero doble, lo que da una idea de la complejidad del sistema.

3.2 Comportamiento del sistema en lazo cerrado

Introduciendo las expresiones del controlador borroso diseñado (5) y (6), en el sistema (9), se obtiene la expresión del sistema en lazo cerrado.

Esta expresión permite ya realizar diferentes simulaciones para evaluar el comportamiento del controlador. Hay que tener en cuenta que, respecto del controlador borroso diseñado, no se considera la influencia de $\dot{\phi}$.

En las Figuras 9 a 13 se muestran los resultados de la simulación para las condiciones de funcionamiento siguientes: distancia a recorrer por el carro 37 m y longitud del cable hasta depositar el contenedor en el barco 30 m. Nótese cómo a partir de diferentes condiciones iniciales el contenedor se deposita en el barco en un tiempo razonable.

Figura 9. Evolución de la variable x_1 , distancia a recorrer por el carro, para distintas condiciones iniciales

Figura 10. Evolución de la variable x_2 para distintas condiciones iniciales

Figura 11. Evolución de la variable x_3 , longitud del cable que suspende al contenedor, para distintas condiciones iniciales

Figura 12. Evolución de la variable x_4 para distintas condiciones iniciales

Figura 13. Evolución de la variable x_5 para distintas condiciones iniciales

4. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado el diseño de un controlador borroso basado en heurística: conocimiento de la planta e incorporación del conocimiento de un gruista experto, que permite automatizar el proceso de carga de contenedores hacia barcos. A partir del conocimiento de la planta, una grúa porta-contenedores, y de su manejo por un operador experto, se diseñan las bases de reglas que permiten el diseño de un controlador borroso que, a partir de 5 variables medidas sobre la planta (distancia del carro horizontal, velocidad del carro, cantidad de cable colgante, velocidad de enrollado o de desenrollado del cable y ángulo del cable colgante sobre la horizontal), genera dos señales de control que gobiernan el motor de tracción del carro de la grúa sobre la horizontal y el motor de enrollado/desenrollado del cable.

La planta a controlar, grúa porta-contenedores, es un sistema no lineal muy complejo e inestable que, para su manejo de forma óptima, requiere de gruistas expertos.

Si bien para el diseño del controlador no se ha utilizado el modelo de la planta, un modelo de ésta presente en la literatura se utiliza para realizar

diferentes simulaciones del sistema en lazo cerrado. Los resultados de las simulaciones muestran un comportamiento satisfactorio del sistema de control desarrollado, el cual, a partir de diferentes condiciones iniciales, es capaz de realizar el trabajo del grúa en un tiempo razonable.

Zadeh, L.A: (1965). Fuzzy sets. *Information and Control* **8**, 338–353.

5. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo es una contribución del proyecto DPI2005–01065 financiado por el Ministerio de Educación.

REFERENCIAS

- Andújar, J.M., A.J. Barragán, Córdoba J.M. and I. Fernández (2006a). Diseño de sistemas de control borroso: Modelado de la planta. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* **3**(1), 75–81.
- Andújar, J.M. and A.J. Barragán (2005). A methodology to design stable nonlinear fuzzy control systems. *Fuzzy Sets and Systems* **154**(2), 157–181.
- Andújar, J.M. and J. M. Bravo (2005). Multivariable fuzzy control applied to the physical-chemical treatment facility of a cellulose factory. *Fuzzy Sets and Systems* **150**(3), 475–492.
- Andújar, J.M., J. Aroba, M.L. De La Torre and J. Grande (2006b). Contrast of evolution models for agricultural contaminants in ground waters by means of fuzzy logic and data mining. *Environment Geology* **49**(1), 458–466.
- Andújar, J.M., J.M. Bravo and A. Peregrín (2004b). Stability analysis and synthesis of multivariable fuzzy systems using interval arithmetic. *Fuzzy Sets and Systems* **148**(3), 337–353.
- Mamdani, E.H. and S. Assilian (1975). An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. *International Journal of Machine Studies*.
- Margaliot, M. and G. Langholz (2000). *New Approaches to fuzzy modeling and control: design and analysis*. Series in Machine Perception Artificial Intelligence, World Scientific, Singapore.
- Sakawa, Y. and Y. Shindo (1982). Optimal control of container cranes. *Automatica* **18**(3), 257–266.
- Takagi, T. and M. Sugeno (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. **15**(1), 116–132.
- Von Altrock, C. (1995). *Fuzzy logic & neuro-fuzzy applications explained*. Prentice-Hall.