

OPTIMIZACIÓN DE TRAYECTORIAS DE AVIONES PARA MINIMIZAR LA MOLESTIA ACÚSTICA MODELIZADA MEDIANTE LÓGICA BORROSA

X. Prats*, J. Quevedo**, F. Nejari**, V. Puig**

* *Departamento de Ingeniería Mecánica (EM) - Campus de Castelldefels*

** *Departamento de Ingeniería de Sistemas, Automática e Informática Industrial (ESAI) - Campus de Terrassa*

Universidad Politécnica de Cataluña (UPC)

Correos: {xavier.prats, joseba.quevedo, fatiha.nejjari, vicenc.puig}@upc.edu

Resumen: El aumento sostenido del tráfico aéreo de las últimas décadas y el crecimiento de numerosas zonas urbanizadas alrededor de los aeropuertos hace que cada vez sea más importante tomar medidas para mitigar los ruidos generados por los aviones. Este trabajo presenta una estrategia para diseñar trayectorias de despegue o aterrizaje en un determinado aeropuerto y para un determinado modelo de aeronave utilizando la lógica borrosa y la optimización multicriterio. *Copyright © 2007 CEA-IFAC*

Palabras Clave: control óptimo, optimización multiobjetivo, ruido, lógica borrosa, generación de trayectorias.

1. INTRODUCCIÓN

El aumento sostenido del tráfico aéreo de las últimas décadas y el crecimiento de numerosas zonas urbanizadas alrededor de los aeropuertos hace que cada vez sea más importante tomar medidas para mitigar los ruidos generados por los aviones. Este problema afecta no sólo a las autoridades aeroportuarias o aeronáuticas sino que también involucra las compañías aéreas y los representantes de las diferentes comunidades afectadas. En este contexto, en los últimos años han aparecido regulaciones, tanto de carácter nacional como internacional que tratan de poner medidas que hagan disminuir éstos ruidos.

Por ejemplo, la misma Organización Internacional de la Aviación Civil (OACI), que es el organismo encargado de publicar reglamentaciones y recomendaciones a seguir por sus estados miembro, tiene publicados una serie de procedimientos muy básicos diseñados con el fin de disminuir el impacto sonoro en despegues y aterrizajes (ICAO, 1993). Por otro lado, estudios realizados en los programas SONORA I (SONORA I, 2000) y SONORA II (SONORA II, 2003) tratan de analizar posibles

modificaciones de estos procedimientos con tal de mejorar su impacto acústico. De todas formas en ningún caso se realiza optimización alguna en el diseño de trayectorias, concepto que sólo aparece en recientes publicaciones a nivel de investigación. En este contexto en (Visser and Wijnen, 2003; Ren *et al.*, 2003) se presentan metodologías que combinan un modelo de ruido, un sistema de información geográfica y un optimizador de trayectorias que permite determinar el mejor procedimiento de despegue o aterrizaje que minimice el ruido generado.

En muchos casos los criterios de optimización se construyen a partir de métricas de ruido que tratan de dar una determinada magnitud al evento sonoro. Algunos autores proponen indicadores de diversa índole que tratan de modelar no solo el ruido sino también las molestias sonoras en la población afectada por los aviones. Normalmente se evalúa un sólo criterio o se construye un criterio mixto a partir de una ponderación con pesos asignados a cada uno de los criterios individuales.

Este trabajo presenta una estrategia para diseñar trayectorias de despegue o aterrizaje en un

determinado aeropuerto y para un determinado modelo de aeronave utilizando la lógica borrosa y la optimización multicriterio. La Sección 2 de éste artículo identifica los diferentes agentes que intervienen en esta optimización. Seguidamente, en la Sección 3, se presenta el modelo de molestias de ruido que hace uso de la lógica borrosa. En la Sección 4 se expone el método de optimización multicriterio adoptado y finalmente en la Sección 5 se presentan unos primeros resultados a título de ejemplo.

2. OPTIMIZACIÓN DE TRAYECTORIAS

La Figura 1 muestra los diferentes elementos que intervienen en el algoritmo de optimización de trayectorias que se propone en este trabajo.

Figura 1. Marco general de la optimización de trayectorias

El aeropuerto de estudio, con la cartografía, geografía y condiciones meteorológicas de la zona definen un determinado escenario que servirá para definir los diferentes indicadores de molestias sonoras, en función del ruido emitido por el avión a lo largo de su trayectoria. Estas molestias, junto con posibles indicadores adicionales que tengan en cuenta el consumo de tiempo o combustible servirán para definir unos determinados criterios de optimización. Un algoritmo de optimización buscará la trayectoria de vuelo que mejor satisfaga dichos criterios y que respete en todo momento un conjunto de restricciones. En dichas restricciones no sólo se deberá tener en cuenta la dinámica del avión sino que también se considerarán aspectos como el franqueamiento de obstáculos, el uso correcto de los diferentes tipos de espacio aéreo o las limitaciones de los sistemas de navegación y guiado del avión. En el caso de los despegues, las coordenadas (en tres dimensiones) del punto de finalización del procedimiento de salida definirán las condiciones finales del problema y del mismo modo, las coordenadas iniciales del punto de llegada o aproximación servirán en el caso de los aterrizajes.

Así pues, se pretende que la autoridad aeroportuaria correspondiente disponga de una herramienta de decisión que le permita generar un conjunto de trayectorias de salida (o aproximación) para cada tipo de avión que opere en el aeropuerto y para cada uno de los puntos de salida (o llegada) establecidos.

Teniendo en cuenta que los principales criterios que afectarán a la elección de las mejores trayectorias se basan en la percepción del ruido que éstas generan, es importante disponer de un buen modelo de molestias de ruido y de un buen método de clasificación o ponderación de las mismas.

3. MODELO DE MOLESTIAS DE RUIDO

3.1 Modelo acústico de ruido

El ruido se mide como el nivel de percepción real de la presión sonora en un oído humano utilizando como unidad de medida los decibelios (dB). Cuando se trata de medir ruidos ambientales es muy común ponderar el valor de presión sonora con un factor que depende de la frecuencia (o frecuencias) que forman el ruido. Este filtro o ponderación, conocida como *A-weighting*, tiene en cuenta el hecho de que el oído humano no percibe por igual todo el espectro de frecuencia de las señales acústicas, siendo las frecuencias bajas percibidas en menor medida que las altas a igual presión sonora. Cuando se habla de un evento sonoro ponderado de ésta forma se utiliza el dBA o dB(A) como unidad de medida. A continuación se definen brevemente diferentes métricas que son habituales en los estudios de impacto acústico de aviones. Para más información sobre las métricas, sus definiciones y sus usos en aviación civil el lector debería consultar (SAE, 1986).

a) Máximo Nivel de Sonido o Maximum Sound Level (L_{max})

Una posible medida acústica del ruido es la obtención del máximo nivel de ruido producido por un sólo evento acústico (como por ejemplo del paso de un avión), medido en dBA. Esta métrica es importante pero no puede ser la única medida ya que también es importante en la percepción del ruido la duración del mismo.

b) Nivel de Exposición del Sonido o “Sound Exposure Level” (SEL)

SEL (expresado también en dBA) mide la energía total percibida de un único evento sonoro y por tanto, permite comparar eventos de diversa duración. Se define como la integral de la energía acústica del evento:

$$SEL = 10 \log_{10} \left[\int 10^{La(t)/10} dt \right] \quad (1)$$

donde $La(t)$ (medido en dBA) es el nivel instantáneo de presión de ruido.

c) *Nivel de Sonido promediado de Día y Noche o "Day-Night Average Sound Level (DNL)"*

DNL es una medida acumulativa del nivel de exposición del sonido percibido durante 24 horas. Generalmente, se añaden 10dBA a los eventos de ruido ocurridos durante la noche ya que la percepción acústica durante la noche aumenta significativamente (hasta 10 veces según los expertos).

Para el objetivo de este trabajo no nos sirven las métricas que promedian el ruido de diferentes eventos durante un intervalo de tiempo y si en cambio las métricas que miden el ruido producido por un evento (trayectoria de despegue o aterrizaje de un avión), como es el caso del SEL. Como se ha visto, esta métrica tiene la ventaja que no sólo tiene en cuenta la amplitud del evento sino que también su duración.

Para un determinado tipo de avión, para una cierta trayectoria y para un perfil de velocidades se pueden obtener valores de SEL en determinadas ubicaciones de interés, como pueden ser los diferentes tipos de aglomeraciones urbanas alrededor del aeropuerto. Esta métrica es la que nos servirá de base para construir el modelo de molestia de ruido con lógica borrosa (El Hadithi *et al.* 2005) que se presenta en este trabajo.

3.2 Modelo de la molestia de ruido con lógica borrosa

La molestia o percepción del ruido acústico describe una relación entre un escenario acústico y una persona o conjunto de personas que han estado afectadas por dicho escenario, y que cognitivamente o emocionalmente deben realizar una evaluación.

La molestia acústica de los vuelos de aviones en el entorno de un aeropuerto urbano depende claramente de los efectos acústicos que han producido (por ejemplo, la magnitud SEL recibida) pero no es suficiente para representar completamente el comportamiento de la molestia del ruido. Por ejemplo, no es lo mismo la percepción de molestia de "ruido" que tiene un joven fan de un grupo musical en un concierto de rock que el mismo ruido recibido por los vecinos cercanos al concierto y que tratan de dormir.

Así pues, el concepto de "molestia" es un concepto muy subjetivo y relativo que puede ser estudiado y ha sido estudiado por numerosos autores de forma cualitativa utilizando lógica borrosa o fuzzy logic (Botteldooren *et al.*, 2003; Verkeyn, 2004). Por ejemplo, elementos a tener muy en cuenta en la molestia del ruido y que no son propios del campo acústico, serían:

- tipos de zona afectada (zona rural, zona residencial, hospitales, escuela, mercado, etc.)
- franja horaria del ruido (día, noche, etc.)

- periodo de tiempo entre dos sobrevuelos consecutivos.
- elementos personales (emocionales, temor al ruido, salud personal, edad, etc.)
- aspectos culturales (hábitos juveniles o de personas mayores, actividades, fiestas, etc.)

Por otro lado, también se puede producir una especie de realimentación por parte de la gente afectada y que para mitigar el ruido percibido actúa de formas distintas como, por ejemplo: cerrando ventanas, evitando estar en las horas punta de sobrevuelos, cambiar sus hábitos diarios, etc.

En este trabajo se propone separar inicialmente las molestias de ruido en 4 casos diferenciados y que son muy comunes en las aglomeraciones urbanas cercanas a los aeropuertos:

- zonas residenciales
- zonas industriales
- centros médicos u hospitales
- mercados o centros comerciales
- escuelas

Las molestias generadas por una determinada trayectoria de avión serán representadas mediante conjuntos borrosos que tendrán en cuenta el nivel de exposición sonora (SEL) producido por la trayectoria al pasar por cada uno de las cuatro zonas antes descritas y en función de la hora del día (ver Figura 2).

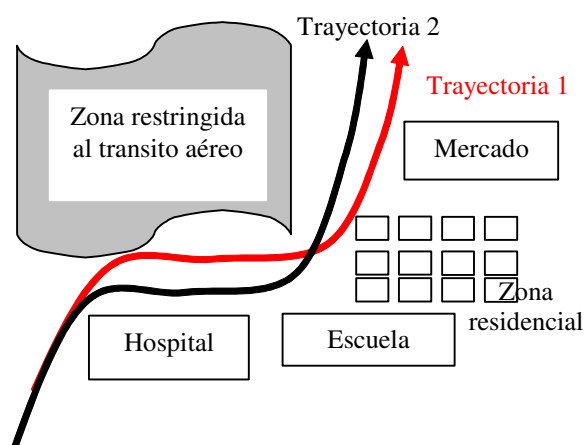


Figura 2. Las diferentes trayectorias viables generarán una determinada molestia en cada una de las zonas de estudio: hospitales, escuelas, zonas residenciales y mercados.

Se definen dos funciones de pertenencia: una primera que indica el nivel de percepción sonora con los términos lingüísticos de "Ruido Extremo" (RE), "Ruido Alto (RA)", "Ruido Medio (RM)", "Ruido Bajo (RB)", "Ruido muy bajo (RN)" siguiendo la estructura de conjuntos borrosos que propone (Verkeyn, 2004) en función del valor del SEL (Figura 3). La segunda función establece los términos "mañana (MN)", "tarde (TR)", "noche (NC)" para

indicar el momento del día en que se produce el sobrevuelo en función de la hora del día (Figura 4).

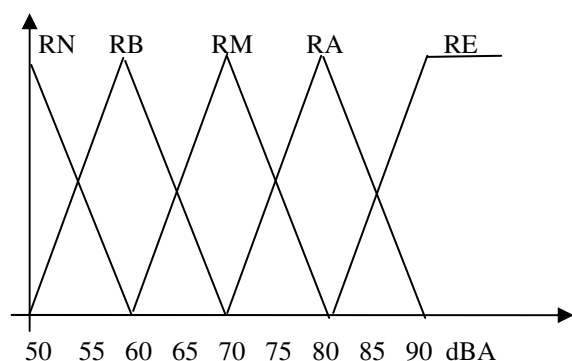


Figura 3. Función de pertenencia de la percepción sonora en función del SEL

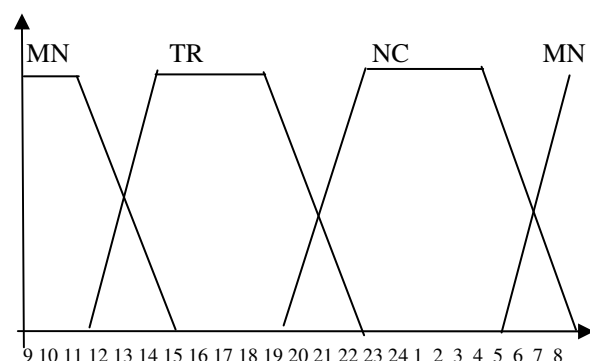


Figura 4. Función de pertenencia del momento del día en función de la hora

A continuación, se construye una base de reglas para designar la molestia del evento en función de los elementos citados anteriormente y para cada una de las cinco zonas tratadas en este estudio. Para ello se evalúa la molestia con los términos lingüísticos: “Molestia Extrema” (ME), “Molestia Alta” (MA), “Molestia Moderada” (MM), “Poca Molestia” (PM), “Molestia Nula” (MN). Para la obtención de las bases de reglas se ha partido de la consideración de que para unas condiciones “estándar” los términos lingüísticos de la molestia (ME, MA, MM, PM, MN) son recíprocos de los términos lingüísticos definidos por la percepción del ruido (RE, RA, RM, RB, RN).

En este trabajo las condiciones “estándar” corresponden al área residencial durante el periodo de la tarde (Tabla 1). De este modo, si en lugar de ser la tarde es la noche, la molestia es mayor que la “estándar” prefijada para la tarde, produciéndose un desplazamiento de los términos lingüísticos de la molestia (un punto superior). En cambio si es la mañana debido a que existe mayor ruido ambiental y hay menos personas residentes en la zona se considera que la molestia es inferior a la estándar y se produce un desplazamiento de la molestia en sentido contrario al de la noche (un punto inferior). De igual forma en el caso de la escuela (Tabla 2) se considera que durante la tarde la molestia es la “estándar” mientras que a la mañana es un punto

superior y en cambio a la noche es nula ya que no hay actividad. En el caso del hospital (Tabla 3) no se considera en ningún caso una situación “estándar” ya que las personas enfermas están más sensibilizadas por el ruido durante la mañana y la tarde (un punto superior) y mucho más durante la noche (dos puntos superiores). En el caso del mercado (Tabla 4) se considera estándar la tarde y en cambio la mañana que hay más bullicio de gente y por tanto mayor ruido ambiental se ha considerado que hay menor molestia (un punto inferior). Lógicamente la molestia por la noche es nula ya que no hay actividad. Por último, en el caso de la zona industrial (Tabla 5) tanto por la mañana como por la tarde se han considerado estándares y en cambio la molestia por la noche se ha considerado nula por falta de actividad.

Tabla 1. Base de reglas para la zona residencial

ZONA RESIDENCIAL	<i>Mañana</i>	<i>Tarde</i>	<i>Noche</i>
Ruido Muy Bajo	MN	MN	PM
Ruido Bajo	MN	PM	MM
Ruido Medio	PM	MM	MA
Ruido Alto	MM	MA	ME
Ruido Extremo	MA	ME	ME

Tabla 2. Base de reglas para la escuela

ESCUELA	<i>Mañana</i>	<i>Tarde</i>	<i>Noche</i>
Ruido Muy Bajo	PM	MN	MN
Ruido Bajo	MM	PM	MN
Ruido Medio	MA	MM	MN
Ruido Alto	ME	MA	MN
Ruido Extremo	ME	ME	MN

Tabla 3. Base de reglas para el hospital

HOSPITAL	<i>Mañana</i>	<i>Tarde</i>	<i>Noche</i>
Ruido Muy Bajo	PM	PM	MM
Ruido Bajo	MM	MM	MA
Ruido Medio	MA	MA	ME
Ruido Alto	ME	ME	ME
Ruido Extremo	ME	ME	ME

Tabla 4. Base de reglas para el mercado

MERCADO	<i>Mañana</i>	<i>Tarde</i>	<i>Noche</i>
Ruido Muy Bajo	MN	MN	MN
Ruido Bajo	MN	PM	MN
Ruido Medio	PM	MM	MN
Ruido Alto	MM	MA	MN
Ruido Extremo	MA	ME	MN

Tabla 5. Base de reglas para la zona industrial

ZONA INDUSTRIAL	<i>Mañana</i>	<i>Tarde</i>	<i>Noche</i>
Ruido Muy Bajo	MN	MN	MN
Ruido Bajo	MP	MP	MN
Ruido Medio	MM	MM	MN
Ruido Alto	MA	MA	MN
Ruido Extremo	ME	ME	MN

A continuación, para cada una de las cinco áreas involucradas se aplica el método de inferencia “max-min” y el centro de gravedad como método de *defuzzyficación* obteniendo un determinado “grado de molestia” (Figura 5). Estos valores, juntamente con el combustible consumido por la aeronave y el tiempo transcurrido al realizar la trayectoria formarán los diferentes criterios o funciones objetivo que el optimizador tratará de minimizar. Se trata pues, de un claro problema de optimización global multiobjetivo.

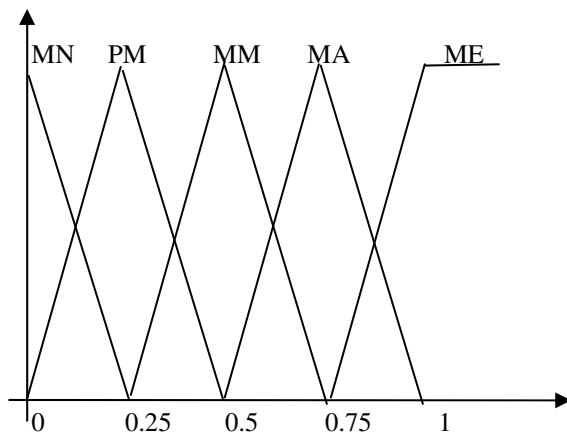


Figura 5. Función de pertenencia de la molestia

4. OPTIMIZACIÓN MULTI OBJETIVO

4.1 Optimización multiobjetivo

Sea $\vec{x}(t) = [x(t), y(t), z(t)]$ una trayectoria de vuelo definida por sus tres componentes en el espacio. El problema de optimización estudiado presenta siete criterios o funciones objetivo diferentes que se representarán con la siguiente notación:

$f_r(\vec{x})$	molestia de ruido en zona residencial
$f_i(\vec{x})$	molestia de ruido en zona industrial
$f_h(\vec{x})$	molestia de ruido en hospital
$f_m(\vec{x})$	molestia de ruido en mercado
$f_e(\vec{x})$	molestia de ruido en escuela

$f_c(\vec{x})$	consumo de carburante
$f_t(\vec{x})$	tiempo para efectuar la trayectoria completa

Se pretende, pues, encontrar la trayectoria óptima $\vec{x}^*(t)$ (dentro del conjunto de trayectorias posibles χ) que minimice cada uno de los criterios:

$$\begin{aligned} \min_x \quad & f_r, f_i, f_h, f_m, f_e, f_c, f_t \\ \text{sujeto a} \quad & \vec{x} \in \chi \end{aligned} \quad (2)$$

donde el dominio χ queda definido por el conjunto de restricciones:

$$g_j(x) \leq 0, j = 1, \dots, m \quad (3)$$

La solución al problema de optimización (2) es un problema de optimización multiobjetivo. Existen multitud de métodos para resolver este tipo de problemas. En (Miettinen, 1999), se presenta una revisión de los métodos existentes. Entre los más ampliamente utilizados cabe destacar el método basado en pesos, que consiste en transformar la función multiobjetivo en una función con un único objetivo a partir de la suma ponderada mediante pesos cada uno de los objetivos de forma que el problema de optimización (2) se transforma en:

$$\begin{aligned} \min_x \quad & \sum_{i=1}^r w_i f_i(x) \\ \text{sujeto a} \quad & x \in \chi \end{aligned} \quad (4)$$

donde w_i son los diferentes pesos asociados a cada una de las funciones objetivo, que permiten establecer la prioridad de los diferentes objetivos. Sin embargo, este método presenta diferentes problemas que se resumen a continuación (Miettinen, 1999; Freitas, 2004):

- no existe una forma sistemática de elegir los pesos sino que se basa en el “método de prueba-error” realizando multitud de ensayos.
- en el caso de que el problema de optimización (2) sea no convexo algunas de las soluciones del problema no podrán obtenerse a partir de su transformación mediante pesos.
- en el caso de que las diferentes funciones objetivo representen magnitudes distintas con escalas de medida muy diferentes obligará a utilizar algún método de normalización que puede introducir sesgos.
- finalmente, puede ser que combinar las diferentes funciones mediante suma pueda carecer de sentido.

4.2 Método lexicográfico

Como alternativa al método de pesos, en el caso en que se pueda establecer una clara jerarquía de prioridades “a priori” entre los diferentes objetivos,

como es el caso de la aplicación que se presenta en este trabajo, se puede aplicar el método lexicográfico (Miettinen, 1999). Consideremos pues que las funciones objetivo se ordenan de acuerdo con su orden de prioridad ("orden lexicográfico") de la más importante f_1 a la menos importante f_r . Ello permite reescribir el problema (2) como un problema de optimización lexicográfico que se denota como:

$$\begin{aligned} \underset{x}{\text{lexmin}} \quad & f_1(x), \dots, f_r(x) \\ \text{sujeto a: } & x \in \chi \end{aligned} \quad (5)$$

La jerarquía existente entre las diferentes funciones objetivo define un orden entre las diferentes funciones objetivo, estableciendo que un objetivo más prioritario es infinitamente más importante que otro menos prioritario. A la vez, permite establecer de forma automática una solución de compromiso entre objetivos que compiten entre sí.

Un $x^* \in \chi$ dado es un *minimizador lexicográfico* de (4) si y sólo si no existe un $x \in \chi$ y un i^* que satisfagan a la vez:

$$\begin{aligned} f_{i^*}(x) &< f_{i^*}(x^*) \\ f_i(x) &= f_i(x^*), \quad i = 1, \dots, i^* - 1 \end{aligned} \quad (6)$$

La solución correspondiente $f(x^*)$ se denomina *mínimo lexicográfico*.

Una interpretación de la definición anterior es que un mínimo es un mínimo lexicográfico si y sólo si un objetivo f_i se puede reducir sólo a costa de incrementar al menos uno de los objetivos de mayor prioridad $\{f_1, \dots, f_{i-1}\}$.

Un método estándar de encontrar una solución lexicográfica consiste en resolver una jerarquía de problemas de optimización con restricciones monoobjetivo. Después de la ordenación, la función objetivo de mayor importancia se minimiza sujeta a las restricciones originales. Si dicho problema tiene una solución única, entonces es la solución del problema de optimización multiobjetivo completo. En caso contrario, la segunda función objetivo en importancia se minimiza agregando adicionalmente a las restricciones originales, una nueva restricción. Dicha restricción garantiza que la función objetivo más importante preserve su valor óptimo. De nuevo, si dicho problema tiene solución única, entonces es la solución del problema multiobjetivo original. En caso contrario, dicho proceso continuará siguiendo la mecánica descrita anteriormente. De una forma más formal, $f^* := [f_1^*, \dots, f_r^*]$ es el mínimo lexicográfico de (4) si y sólo si:

$$f_i^* = \min_{x \in \chi} f_i(x) \quad (7)$$

para todo $i \in \{2, \dots, r\}$

$$f_i^* = \min \{f_i(x) \mid f_j(x) \leq f_j^*, j = 1, \dots, i-1\} \quad (8)$$

x^* es el minimizador lexicográfico del problema (5) si y sólo si

$$x^* \in \{x \in \chi \mid f_j(x) \leq f_j^*, j = 1, \dots, r\} \quad (9)$$

Este método admite una posible relajación introduciendo en (8) un conjunto de variables ε_j de forma que cada uno de los problemas encadenados encuentre solución, aunque sólo garantizando que la solución de los problemas de optimización anteriores se mantendrá con una relajación ε_j . En concreto, la ecuación (8) quedaría rescrita de la siguiente forma:

$$f_i^* = \min \{f_i(x) \mid f_j(x) \leq f_j^* + \varepsilon_j, j = 1, \dots, i-1\} \quad (10)$$

Por tanto, para poder aplicar la solución lexicográfica al problema de optimización multiobjetivo asociado al cálculo de trayectorias óptimas presentado en (2), se trata de ordenar de mayor a menor importancia los 7 objetivos presentados, teniendo en cuenta que la molestia se calcula mediante un proceso de fuzzificación-defuzzificación de cada componente (hospital, escuela, zona residencial, ...), a partir de dos entradas: el momento del día y el nivel de percepción sonora.

Ahora bien, como el nivel de percepción sonora depende de la trayectoria óptima y como esta justamente se obtiene una vez priorizados los objetivos parciales, este planeamiento no tiene solución. Un planteamiento alternativo es considerar que, dependiendo de la hora del día en que se desea calcular la trayectoria, se analiza para todo el horizonte de nivel de percepción sonora (SEL) cual es el ordenamiento de los componentes (hospital, escuela, zona residencial,...) de mayor a menor molestia acústica. De esta forma la solución lexicográfica seguirá este ordenamiento y finalmente situará la minimización del combustible y el tiempo para efectuar la trayectoria completa como último objetivo a minimizar por la solución lexicográfica.

5. RESULTADOS

El presente apartado muestra de forma ilustrativa un ejemplo sencillo donde se considera una trayectoria de despegue rectilínea que pasa por dos zonas diferentes:

- Una **zona escolar** situada a **7000 metros** del principio de la pista de despegue.

- Una **zona residencial** situada a **17000 metros** del principio de la pista de despegue.

La trayectoria que se tratará de optimizar comienza a 400 pies (unos 120 metros) de altitud sobre el aeropuerto y a 3000 metros del inicio de la carrera de despegue. La velocidad en éste punto es de $1.2V_s$, siendo V_s la velocidad de pérdida del avión y la trayectoria finaliza cuando la aeronave alcanza los 3000 pies (unos 900 metros) de altitud. La fase de despegue anterior (por debajo los 400 pies) no se considera en la optimización. Ello se debe a que la normativa relativa a las operaciones de aeronaves restringe en casi su totalidad todos los grados de libertad de la trayectoria y no es hasta que se alcanzan los 400 pies, con una velocidad mínima de $1.2V_s$, que la trayectoria de subida pasa a ser más flexible. Por lo tanto, es partir de ese momento que la trayectoria se podrá modificar en función de los criterios de optimización.

La dinámica del avión, en este ejemplo, viene dada por:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= v \cos \gamma \\ \dot{z} &= v \sin \gamma \\ \dot{v} &= \frac{1}{m} [T_{\max} - D(v, \gamma)] - g \sin \gamma\end{aligned}\quad (11)$$

donde el vector de estado (x, z, v) está formado por la posición horizontal, altitud y velocidad del avión respectivamente. γ corresponde al ángulo de ascenso, m la masa del avión, g la aceleración de la gravedad, D la fuerza de resistencia aerodinámica y T_{\max} el empuje máximo en el despegue.

La fuerza aerodinámica puede expresarse en función de la velocidad del avión, el ángulo de subida y una serie de parámetros dependientes del modelo concreto de aeronave. En este ejemplo se consideró el modelo de avión tetrareactor *Airbus A340* y los parámetros aerodinámicos, así como los valores de T_{\max} y V_s se obtuvieron de la base de datos de aeronaves BADA (Eurocontrol, 2004).

En este problema el dominio de trayectorias aceptables, definidas formalmente en la ecuación (3), se obtiene acotando ciertas magnitudes a valores máximos y/o mínimos:

$$\begin{aligned}V_s &\leq v \leq v_{\max} \\ \gamma_{\min} &\leq \gamma \leq \gamma_{\max} \\ \dot{v} &\geq 0 \\ \dot{z} &\geq 0\end{aligned}\quad (12)$$

donde los valores límite $v_{\max}, \gamma_{\min}, \gamma_{\max}$ son conocidos por el operador de la aeronave ya sea por restricciones del fabricante de la misma o por la reglamentación aérea.

Durante los primeros minutos de un despegue los aviones aplican el máximo de potencia que pueden dar sus motores. Una vez se llega a una determinada altitud de seguridad, el piloto reduce el régimen motor para ajustarlo según los requerimientos de subida y crucero. Así pues, en la primera fase de un despegue, la cual es objeto de este estudio, se puede considerar que la potencia de los motores es constante y que el ruido que se recibe en un punto determinado es principalmente función de la distancia que separa este punto y el avión. De este modo, en una primera aproximación se asume que minimizar el ruido de sobrevuelo en un punto determinado equivale a maximizar la mínima distancia entre la trayectoria del avión y dicho punto.

En una primera fase, se consideraron tres optimizaciones independientes con un solo objetivo: maximizar la distancia a la escuela ($\min f_e$), maximizar la distancia a la zona residencial ($\min f_r$) y minimizar el consumo de carburante ($\min f_c$). La Figura 6 muestra las trayectorias resultantes de cada proceso de optimización. Se aprecia que para minimizar el ruido en la escuela, el avión debe mantener su ángulo de ascenso para poder dejar la máxima distancia en el sobrevuelo de la misma. En cambio, para minimizar el ruido en la zona residencial es preferible acelerar inicialmente el avión para después conseguir subir con un ángulo mayor y maximizar, de esta forma, la distancia en el sobrevuelo de la zona residencial. Finalmente, la trayectoria que minimiza el consumo de combustible consiste en acelerar el avión inicialmente a una velocidad aún mayor para poder subir rápidamente y realizar la maniobra en un intervalo de tiempo menor. En la Figura 7 se muestran los diferentes perfiles de velocidad necesarios para que la aeronave realice las trayectorias antes mencionadas.

Figura 6. Trayectorias de subida de la aeronave para las tres optimizaciones monocriterio.

ligeramente la distancia a la escuela aunque la trayectoria continua siendo mejor que en el caso de que se considerase sólo la optimización de la distancia a la zona residencial por separado.

Figura 7. Perfiles de velocidad de la aeronave para las tres optimizaciones monocriterio.

Una vez realizado este estudio previo, se plantea ahora el problema de planificar una trayectoria que debe efectuarse durante horario de mañana. Tal y cómo se ha visto anteriormente en las bases de reglas borrosas, la molestia de la aeronave en este periodo del día es mayor en una zona escolar que no en la zona residencial. Así pues, el orden de prioridades en la optimización se establece como:

- 1- Maximizar la distancia a la escuela
- 2- Maximizar la distancia a la zona industrial
- 3- Minimizar el consumo de combustible

Una segunda optimización considera la misma trayectoria, esta vez debiéndose efectuar en horario nocturno. En este caso, el orden de prioridades se establece como:

- 1- Maximizar la distancia a la zona residencial
- 2- Maximizar la distancia a la escuela
- 3- Minimizar el consumo de combustible

Además se permite un 2% de tolerancia (ϵ) en las sucesivas optimizaciones lexicográficas.

En la Figura 8 aparecen las trayectorias fruto de las dos optimizaciones anteriores mientras que la Figura 9 muestra los perfiles de velocidad asociados a estas trayectorias. Como se puede observar, en la solución lexicográfica diurna, la trayectoria final es prácticamente igual a la trayectoria que minimiza la distancia a la escuela hasta que esta misma es sobrevolada. Después, se efectúa un tramo horizontal con tal de ganar velocidad y permitir a la aeronave encadenar un segundo segmento de subida más pronunciado con tal de poder aumentar la distancia al máximo una vez se sobrevuele la zona residencial, y al mismo tiempo reducir el consumo de combustible. En el caso de la solución lexicográfica nocturna, se puede apreciar que la trayectoria óptima es parecida a la anterior, con un segmento horizontal al pasar por encima la escuela. Ésta vez, en cambio, aparece un pequeño segmento horizontal al inicio de la trayectoria que permite ganar la velocidad necesaria para poder maximizar la distancia de la aeronave en su paso por encima de la zona residencial. Esto se consigue a costa de disminuir

Figura 8. Trayectorias de subida de la aeronave para las dos soluciones lexicográficas

Figura 9. Perfiles de velocidad de la aeronave para las dos soluciones lexicográficas

Finalmente, en la Tabla 6 se muestran los valores obtenidos en cada uno de los criterios de optimización para todos los casos presentados.

Tabla 6. Valores optimas obtenidas

Tipo de optimización	Distancia a escuela	Distancia a zona res.	Combustible
Max. distancia a escuela	307.7 m	784.7 m	990.4 kg
Max. distancia a zona res.	251.7 m	839.0 m	927.5 kg
Min combustible	126.3 m	778.4 m	858.9 kg
Lexicográfica diurna	301.6 m	794.3 m	958.9 kg
Lexicográfica nocturna	284.1 m	822.2 m	933.5 kg

Como se puede observar en dicha tabla, la solución lexicográfica diurna permite conseguir prácticamente la misma solución de alejamiento de la escuela, cuando trata ésta como único criterio a optimizar,

301.6 frente a 307 metros de alejamiento óptima a la escuela. No obstante, a su vez la solución lexicográfica permite aumentar la distancia a la zona residencial (de 784.7 a 794.3 metros) y además economiza el consumo de combustible (de 990.4 a 958.9 Kg.), lo cual proporciona un beneficio suplementario.

6. CONCLUSIONES

Este trabajo aborda un aspecto importante del problema de la molestia acústica en aeropuertos urbanos: la optimización de trayectorias de despegue de los aviones en función de la hora del día y de la localización de los diferentes agentes que pueden sentir molestia acústica, como son las zonas residenciales, escuelas, hospitales, mercados o zonas industriales.

Se ha propuesto utilizar lógica borrosa para expresar cualitativamente la molestia acústica de los diferentes agentes en función del nivel de exposición sonora (SEL) y de la franja horaria y para resolver el problema de optimización multicriterio se ha propuesto aplicar una solución lexicográfica que permite ordenar los objetivos parciales de forma secuencial y añadir a la nueva optimización el resultado anterior como una restricción.

Para ilustrar esta propuesta, se ha presentado un caso simple compuesto por dos agentes: una escuela y una zona residencial y se ha tratado también de minimizar el combustible consumido para realizar la trayectoria óptima. Estos primeros resultados son bastante satisfactorios y permitirán afrontar en un futuro próximo situaciones reales de aeropuertos urbanos.

AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren expresar su agradecimiento a la Generalitat de Catalunya por la financiación recibida a través de la ayuda al Grupo de Investigación Consolidado Sistemas Avanzados de Control (SAC) (ref. 2005SGR00537).

REFERENCIAS

- Botteldooren, D., Verkeyn, A., Lercher, P. (2003) "A fuzzy rule based framework for noise annoyance modeling". *Journal of the Acoustical Society of America*, 114, pp. 1487-1498
- El Hadithi B. M., Matia F., Jimenez A., (2005) "Controladores borrosos basados en estructura variable con modos deslizantes: Aspectos y similitudes", *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 1, pp. 19-35
- Eurocontrol (2004). *User manual for the base of aircraft data (BADA) revision 3.6*. EUROCONTROL Experimental Centre. Bretigny (France). September 2004. ACE-C-E2.
- Freitas, A.A. (2004). "A Critical Review of Multi-Objective Optimization in Data Mining: a

position paper". *SIGKDD Explorations*, 6(2), pp. 77-86.

ICAO (1993). *Procedures for Air Navigation Services – Aircraft Operations (PANS-OPS) - Volume I, Flight Procedures*. 4th ed. Montreal (Canada), doc 8168-OPS/611.

Miettinen, K.M. (1999). *Non-linear Multiobjective Optimization*. Kluwer Academic Publishers

Ren, L. Clarke, J-P. Ho, N.T. (2003). *Achieving low approach noise without sacrificing capacity*. 22nd digital avionics systems conference.

SAE (1986). *Procedure for the calculation of airplane noise in vicinity of airports*. Society of Automotive Engineers (SAE). USA.

SONORA I Consortium (2000). *Establishment of noise abatement solutions*. Report D3.

SONORA II Consortium (20003). *Definition of new noise abatement procedures*. Work package 3.

Verkeyn, A. (2004). *Fuzzy modeling of noise annoyance*, Ph. D. Dissertation, Gent University, INTEC.

Visser, H. Wijnen R. (2003). *Optimal departure trajectories with respect to sleep disturbance*. *Aerospace science and technology*. Vol. 7 pp. 81-91-2003