

## APLICACIÓN DE CONTROL ADAPTATIVO A MODELO 2 GDL DE HELICÓPTERO <sup>1</sup>

M. Béjar \* C. Raimúndez \*\*

\* Área de Ingeniería de Sistemas y Automática,  
Universidad Pablo de Olavide, Sevilla, España

\*\* Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática,  
Universidad de Vigo, España

**Resumen:** Este artículo presenta resultados de control adaptativo obtenidos en el marco de trabajo de los proyectos CROMAT y COMETS. Se presenta la técnica de red neuronal adaptativa desarrollada en (Calise *et al.*, 2001) aplicada al control del modelo en 2 grados de libertad de un helicóptero. La técnica utiliza linealización por realimentación, compensación lineal y compensación con red neuronal adaptativa. El trabajo realizado muestra que un modelo simple del sistema es suficiente para la aplicación de la técnica, ya que la red neuronal compensa los errores del modelo completamente en línea y por tanto sin entrenamiento inicial. Copyright © 2007 CEA-IFAC

**Palabras clave:** helicóptero, red neuronal, control por realimentación de la salida, control no lineal, control adaptativo.

### 1. INTRODUCCIÓN

En las actividades de detección y monitorización de fuegos forestales desarrolladas en los proyectos COMETS y CROMAT, los helicópteros tienen que seguir referencias y mantener posiciones de hover cercanas al fuego para obtener imágenes. En estas maniobras se provoca un incremento de inestabilidad bajo la acción de vientos y turbulencias termales causadas por el fuego. Como respuesta a estas necesidades se plantea la investigación presentada en este artículo acerca de la utilización de técnicas de control adaptativas.

El control de helicópteros autónomos ha sido un banco de pruebas muy utilizado dentro del control clásico (Gavrilets *et al.*, 2002), (Dzul *et al.*, 2004). Dentro de las técnicas de control basadas en modelo, es común encontrar trabajos donde los complejos modelos no

Figura 1. Monitorización de incendios (CROMAT).

lineales de helicóptero son linealizados en torno a un punto de hover. No obstante, ante grandes perturbaciones o trayectorias agresivas, las estrategias lineales no son suficientes (Shim *et al.*, 1998).

Los enfoques orientados a la síntesis de un control adaptativo por realimentación de la salida hacen típicamente uso de la estimación de estados (Seshagiri and Khalil, 2000) y (Ge *et al.*, 1999) y por tanto requieren conocer las dimensiones de la planta.

<sup>1</sup> Trabajo realizado en el marco de los Proyectos CROMAT (Programa Español de Investigación Nacional DPI2002-04401-C03-03) y COMETS (Programa Europeo IST 2001-34304).

Sin embargo, la técnica utilizada en (Hovakimyan and Calise, 2002) deja atrás todas estas restricciones adoptando un enfoque de realimentación directa de la salida que no se basa en la estimación del estado. El diseño emplea el conocimiento del orden relativo, en paralelo con una red neuronal de base radial que se ajusta en línea para compensar los errores de modelado.

La técnica adaptativa propuesta en el párrafo anterior se aplica en este artículo al diseño de un controlador de seguimiento para el modelo de helicóptero a escala descrito en (Deeg *et al.*, 2004). En particular, se ha implementado sobre una adaptación de dicho modelo al caso de 2 grados de libertad.

El contenido del artículo se describe a continuación. En la sección 2 se presentan las condiciones que definen a nuestro problema. En la sección 3 se describe el proceso de diseño del controlador. En la sección 4 se expone el modelo del helicóptero y se aplica la técnica de control expuesta en la sección anterior. El apartado concluye con simulaciones que verifican el funcionamiento del controlador. Finalmente, las conclusiones se muestran en la sección 5.

## 2. ENUNCIADO DEL PROBLEMA

Se parte de un sistema no lineal de múltiples entradas y múltiples salidas, observable y estabilizable, cuya dinámica viene dada por el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x)\end{aligned}\quad (1)$$

donde  $x \in \Omega \subset \mathbb{R}^n$  es el estado del sistema ( $n$  desconocido pero finito),  $u, y \in \mathbb{R}^m$  son las señales de control y las señales medidas respectivamente y  $f(\cdot, \cdot), h(\cdot) \in C^\infty$  son funciones desconocidas.

**Hipótesis 1a** *Considérese que la dinámica de (1) satisface las condiciones de linealización por realimentación de la salida con grado relativo del vector  $r = (r_1, r_2, \dots, r_m)$  con  $r_1 + r_2 + \dots + r_m \leq n$ . Entonces existe una correspondencia  $\xi = \Phi(x)$ , donde*

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_m \end{bmatrix}, \quad \phi_i = \begin{bmatrix} L_f^0 h_i \\ L_f^1 h_i \\ \vdots \\ L_f^{(r_i-1)} h_i \end{bmatrix} \quad (2)$$

siendo  $L_f^{(i)} h_k$  las derivadas de Lie,  $h_k$  el componente  $k$ -ésimo de  $h$  en (1), que transforma (1) en

$$\begin{aligned}\dot{\eta} &= f_0(\xi, \eta) \\ \dot{\xi}_i^1 &= \xi_i^2 \\ &\vdots \\ \dot{\xi}_i^{r_i} &= g_i(\xi, \eta, u) \\ \xi_i^1 &= y_i, \quad \{i = 1, \dots, m\}\end{aligned}\quad (3)$$

la denominada forma normal, donde  $g_i = L_f^{r_i} h_i$ ,  $\xi = (\xi_1^\top, \dots, \xi_m^\top)^\top$ ,  $\xi_i = (\xi_i^1, \dots, \xi_i^{r_i})^\top$  y  $\eta$  son los estados de la dinámica interna.

**Hipótesis 1b** *El sistema tiene una dinámica interna asintóticamente estable, definida en (3) cuando  $\xi = 0$ .*

## 3. DISEÑO DEL CONTROLADOR

En esta sección, se presenta un resumen de la técnica utilizada en (Calise *et al.*, 2001).

**Linealización por realimentación.** Se lleva a cabo introduciendo la transformación

$$\hat{\nu} = \hat{g}(y, u) \quad (4)$$

donde  $\hat{g}$  es invertible con respecto a  $u$ .  $\hat{g}$  es cualquier aproximación disponible de  $g = (g_1, \dots, g_m)^\top$  en (3). Introduciendo  $\nu = (\nu_1, \dots, \nu_m)^\top$  como un *pseudo control*, resulta

$$u = \hat{g}^{-1}(y, \nu) \quad (5)$$

Introduciendo  $y^{(r)} = (y_1^{(r_1)}, \dots, y_m^{(r_m)})^\top$  y considerando

$$\begin{aligned}\Delta(x, \nu) &= \Delta(\xi, \eta, \nu) \\ &= g(\xi, \eta, \hat{g}^{-1}(y, \nu)) - \hat{g}(y, \hat{g}^{-1}(y, \nu))\end{aligned}\quad (6)$$

la dinámica del sistema puede ser reducida a

$$y^{(r)} = \nu + \Delta \quad (7)$$

donde  $\Delta$  es la diferencia entre  $g(\xi, \eta, u)$  y su aproximación  $\hat{g}(y, u)$ . Definiendo el error de seguimiento como

$$e = \tilde{y} = y_c - y \quad (8)$$

donde  $y_c = (y_{c1}, \dots, y_{cm})^\top$  son referencias a seguir por las salidas, el pseudo control puede ser escogido como

$$\nu = y_c^{(r)} + \nu_{dc} - \nu_{ad} \quad (9)$$

donde  $\nu_{dc}$  es un controlador lineal dinámico de la salida y  $\nu_{ad}$  es la salida del elemento de control adaptativo diseñado para cancelar  $\Delta$ . En estas condiciones, la dinámica expuesta en (7) se reduce a

$$y^{(r)} = y_c^{(r)} + \nu_{dc} - \nu_{ad} + \Delta \quad (10)$$

Como se muestra en (6),  $\Delta$  depende de  $\nu_{ad}$  a través de  $\nu$  mientras que  $\nu_{ad}$  tiene que ser diseñada para cancelar  $\Delta$ . Para garantizar la existencia y unicidad de la solución de  $\nu_{ad}$  se introduce la siguiente hipótesis.

**Hipótesis 2** *La correspondencia  $\nu_{ad} \rightarrow \Delta$  es una contracción sobre el dominio completo de interés para la entrada.*

La contracción se define por la condición:

$$\left\| \frac{\partial \Delta}{\partial \nu_{ad}} \right\| < 1 \quad (11)$$

Aplicando esta condición a (6), se tiene que

$$\left\| \frac{\partial \Delta}{\partial \nu_{ad}} \right\| = \left\| \frac{\partial(g - \hat{g})}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial \hat{g}} \right\| < 1 \quad (12)$$

lo cual puede ser representado como

$$\left\| \frac{\partial g}{\partial u} \left( \frac{\partial \hat{g}}{\partial u} \right)^{-1} - I \right\| < 1 \quad (13)$$

donde  $I$  es la matriz identidad. La condición (13) impone ciertas restricciones en la elección del modelo

aproximado utilizado en la inversión y por tanto en el diseño. En el caso particular de un sistema MI-MO completamente desacoplado, la condición (13) es equivalente a:

$$\begin{aligned} \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial g_i}{\partial u_i}\right) &= \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial \hat{g}_i}{\partial u_i}\right), \quad i = 1, \dots, m \\ \left|\frac{\partial \hat{g}_i}{\partial u_i}\right| &> \left|\frac{\partial g_i}{\partial u_i}\right|/2 > 0, \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (14)$$

**Arquitectura del Sistema de Control.** Los principales componentes son el bloque de la inversión y linealización del modelo, identificado por  $\hat{g}^{-1}(y, u)$ , y el elemento basado en la red neuronal adaptativa diseñado para cancelar el efecto de  $\Delta$ .

La entrada al sistema controlado es la referencia de seguimiento  $y_c$  y su  $r$ -ésima derivada  $y_c^{(r)}$  generada por un modelo de referencia forzado por una entrada externa. El controlador lineal tiene dos salidas  $(\nu_{dc}, \tilde{y}_{ad})$ .  $\nu_{dc}$  se diseña para estabilizar el sistema linealizado concebido como  $y^{(r)} = \nu$ . La segunda salida  $\tilde{y}_{ad}$  es una combinación lineal de los estados del controlador y su entrada ( $\tilde{y}$ ). Esta señal será construida para asegurar una señal de error implementable que es utilizada para adaptar los pesos de la red neuronal.

**Análisis del error de seguimiento.** Considerando (8) y (10) se llega a  $\tilde{y}^{(r)} = -\nu_{dc} + \nu_{ad} - \Delta$ . Para el caso  $\Delta = 0$ , el término adaptativo  $\nu_{ad}$  no es requerido y la dinámica del error se reduce a

$$\tilde{y}^{(r)} = -\nu_{dc} \quad (15)$$

**Diseño del Controlador Lineal.** Denominando  $e_i = \{\tilde{y}_i, \tilde{y}_i^{(1)}, \dots, \tilde{y}_i^{(r_i-1)}\}^\top$  para  $i = 1, \dots, m$  y denotando  $e = \{e_1^\top, e_2^\top, \dots, e_m^\top\}^\top$ , la dinámica del error lineal puede ser expresada como en (15) con  $\tilde{y} = Ce$ , donde

$$C = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & c_m \end{bmatrix}, \quad c_i = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \quad (16)$$

$C$  es  $m \times (r_1 + \dots + r_m)$  y  $c_i$  es  $1 \times r_i$ . La planta linealizada es:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (17)$$

donde  $A = \operatorname{diag}(A_1, A_2, \dots, A_m)$ ,  $B = [B_1^\top B_2^\top \dots B_m^\top]^\top$  y

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$B_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad B_m = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$A_i$  es  $r_i \times r_i$ ,  $B$  es  $(r_1 + \dots + r_m) \times m$ ,  $B_i$  es  $r_i \times m$ ,  $i = 1 \dots m$ . La función de transferencia es:

$$G_p(s) = C(sI - A)^{-1}B = \frac{N_p(s)}{D_p(s)} \quad (20)$$

$N_p(s)$  es la matriz del numerador y  $D_p(s)$  es el denominador polinomial. La matriz de transferencia de  $m$ -entradas y  $2 \times m$ -salidas del controlador lineal es

$$\begin{Bmatrix} \nu_{dc}(s) \\ \tilde{y}_{ad}(s) \end{Bmatrix} = \frac{1}{D_{dc}(s)} \begin{Bmatrix} N_{dc}(s) \\ N_{ad}(s) \end{Bmatrix} \tilde{y}(s) \quad (21)$$

donde  $s$  representa la variable compleja de Laplace,  $N_{dc}(s)$  y  $N_{ad}(s)$  son matrices de transferencia de  $m \times m$  y  $D_{dc}(s)$  es el polinomio característico del controlador de Hurwitz.

**Hipótesis 3** El sistema linealizado (20) es estabilizado utilizando un controlador dinámico lineal estable.

Dado que la dinámica del error consta de  $r$  integradores puros la función de transferencia del sistema en bucle cerrado viene dada por

$$\tilde{y}_{ad}(s) = [s^r D_{dc} + N_{dc} N_p]^{-1} N_{ad} (\nu_{ad} - \Delta) \quad (22)$$

Según el criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz, como condición necesaria para la estabilidad del bucle cerrado, el polinomio característico de (22) debería cumplir que:

$$q \equiv \operatorname{grado}(D_{dc}) \geq \operatorname{grado}(N_{dc} N_p(s)) \geq r - 1 \quad (23)$$

Esto sirve como base para el diseño del controlador lineal dinámico.

**Aproximación basada en la Red Neuronal.** Las redes neuronales linealmente parametrizadas

$$y = W^\top \phi(x) \quad (24)$$

son aproximadores universales, donde  $\phi(\cdot)$  puede ser seleccionado como una base sobre el dominio de aproximación, como por ejemplo

$$\phi(x) = \{\phi_i(x)\} = \{e^{(x-x_{0i})^\top(x-x_{0i})/\sigma^2}\} \quad (25)$$

en donde  $x_{0i}$  son los centros y  $\sigma$  es una constante de dispersión adecuada. Entonces una función general  $f(x) \in \mathcal{C}^k$ ,  $x \in D \subset \mathbb{R}^n$  puede ser escrita como:

$$f(x) = W^\top \phi(x) + \epsilon(x) \quad (26)$$

donde  $\epsilon(x)$  es el error de reconstrucción de la función. En general, dado un número constante real  $\epsilon_o > 0$ ,  $f(x)$  está dentro del rango  $\epsilon_o$  de la red neuronal, si existen pesos constantes  $W$ , tales que todo  $x \in \mathbb{R}^n$ , la ecuación (26) se cumple con  $\|\epsilon\| < \epsilon_o$ .

**Definición 1** El rango funcional de la red neuronal (24) es denso en un dominio compacto  $x \in \mathcal{D}$ , si para cualquier  $f(\cdot) \in \mathcal{C}^k$  y  $\epsilon_o$  existe un conjunto finito de pesos acotados  $W$ , tales que (26) se cumple con  $\|\epsilon\| < \epsilon_o$ .

Varias publicaciones prueban esta afirmación (Sanner and Slotine, 1992). El siguiente teorema extiende estos resultados para obtener la dinámica desconocida de una planta observable a partir de su historial de entrada/salida. Una prueba se puede encontrar en (Calise *et al.*, 2001).

**Teorema 1** Dado  $\epsilon > 0$ , existe un conjunto de pesos ideales acotados  $W$  tales que los  $\Delta(x, y, \nu)$  asociados con el sistema (1), pueden ser aproximados sobre un dominio compacto  $\mathcal{D} \subset \Omega \times \mathbb{R}$  por medio de una red neuronal linealmente parametrizada

$$\Delta = W^\top \phi(\eta) + \epsilon(\eta), \|\epsilon\| < \epsilon_o \quad (27)$$

utilizando el vector de entrada

$$\eta(t) = [1 \ \bar{\nu}_d^\top(t) \ \bar{y}_d^\top(t)]^\top \quad (28)$$

donde

$$\begin{aligned} \bar{\nu}_d^\top(t) &= [\nu(t) \ \nu(t-d) \ \cdots \ \nu(t-(n_1-r-1)d)]^\top \\ \bar{y}_d^\top(t) &= [y(t) \ y(t-d) \ \cdots \ y(t-(n_1-1)d)]^\top \end{aligned} \quad (29)$$

con  $n_1 \geq n$  y  $d > 0$ , si existe una base de funciones adecuada  $\phi(\cdot)$  en el dominio compacto  $\mathcal{D}$ .

La salida del elemento adaptativo es diseñada como

$$\nu_{ad} = \hat{W}^\top \phi(\eta) \quad (30)$$

donde  $\hat{W}$  son las estimaciones de los pesos ideales  $W$ .

**Hipótesis 4** Existe una solución que es un punto fijo para

$$\nu_{ad} = W^\top \phi(\cdots, \nu_{ad}) \quad (31)$$

sobre el dominio completo de interés para la entrada.

**Construcción de Funciones de Transferencia SPR.**

De (22),  $\tilde{y}_{ad}$  será utilizada para construir la regla para adaptar  $\hat{W}$  en (31). Introduciendo (27) y (31) en (22) se obtiene,

$$\tilde{y}_{ad}(s) = G(s) (\hat{W}^\top \phi(\eta) - \epsilon) \quad (32)$$

donde  $\tilde{W} = \hat{W} - W$ . Para que la regla de adaptación de la red neuronal sea realizable, es decir, sólo dependiente de los datos disponibles, la función de transferencia  $G(s)$  debe ser real y estrictamente positiva (SPR). Sin embargo, el grado relativo de  $G(s)$  es al menos  $r$ . Si  $r > 1$ ,  $G(s)$  no puede ser SPR. Si  $r = 1$ ,  $G(s)$  puede ser transformada en SPR mediante una construcción adecuada de  $N_{ad}(s)$ . Para conseguir  $G(s)$  SPR en el caso de que  $r > 1$ , se introduce un filtro paso de baja estable  $T^{-1}(s)$  (Kim and Lewis, 1998) en (32) como sigue

$$\tilde{y}_{ad}(s) = G(s)T(s) (\tilde{W}^\top \phi_f(\eta) + \delta - \epsilon_f) \quad (33)$$

donde  $\phi_f$  y  $\epsilon_f$  son las señales  $\phi$  y  $\epsilon$  después de ser filtradas a través de  $T^{-1}(s)$  y  $\delta$  es el término que refleja la diferencia dada por

$$\delta(s) = T^{-1}(s) (W^\top \phi) - \tilde{W}^\top \phi_f \quad (34)$$

El numerador de la función de transferencia  $G(s)T(s)$  en (33) es  $T(s)N_{ad}(s)$ . El polinomio  $T(s)$  es Hurwitz,

pero aparte de esa condición puede ser seleccionado libremente junto con el numerador del polinomio  $N_{ad}(s)$ . Por tanto el producto  $G(s)T(s)$  puede ser elegido para hacerse SPR.

**Regla de Adaptación de la Red Neuronal.** Como puede verse en (33), el filtro  $T^{-1}(s)$  debería operar en todos los componentes de la matriz  $\phi$  de la red neuronal. Todos estos filtros pueden ser modelados en una realización del espacio de estados

$$\begin{aligned} \dot{z}_f &= A_f z_f + B_f \phi \\ \phi_f &= C_f z_f \end{aligned} \quad (35)$$

Dado que el filtro es estable,  $\exists P_f > 0$ , tal que satisface

$$A_f^\top P_f + P_f A_f = -Q_f \quad (36)$$

para cualquier  $Q_f > 0$ . Las señales  $\phi_f$  son utilizadas en la siguiente regla de adaptación

$$\dot{\hat{W}} = -\Gamma_W (\tilde{y}_{ad} \phi_f + \lambda_W \hat{W}) \quad (37)$$

donde  $\Gamma_W > 0$  y  $\lambda_W > 0$  son las ganancias de adaptación.

#### 4. APLICACIÓN AL MODELO DEL HELICÓPTERO

##### 4.1 Desarrollo general del modelo

La definición del modelo está basada en la descripción del movimiento traslacional y rotacional. Los sistemas de referencia en que quedarán expresadas las diferentes magnitudes se muestran en la figura siguiente:

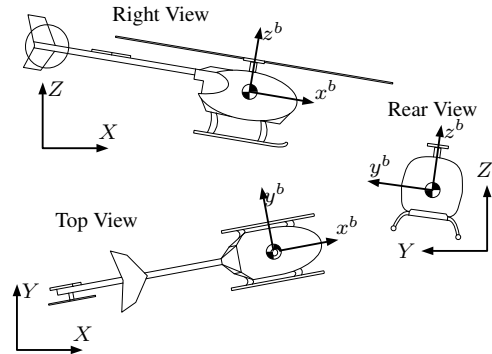


Figura 2. Sistemas de referencia del helicóptero: inercial (XYZ) y local ( $x^b y^b z^b$ ).

En particular, el movimiento traslacional queda descrito por la ecuación de Newton:

$$F = m\ddot{s} \quad (38)$$

donde  $F$  es la fuerza aplicada en el sistema de referencia global,  $m$  es la masa del helicóptero y  $\ddot{s}$  es la aceleración lineal en el sistema de referencia inercial (XYZ).

El movimiento rotacional queda descrito por la conservación del momento angular. La expresión final resultante es:

$$M = J_M \omega \times \omega_M + J_T \omega \times \omega_T + J_H \cdot \dot{\omega} \quad (39)$$

donde  $J_M$  y  $J_T$  son, respectivamente, el momento de inercia del rotor principal y del rotor de cola,  $J_H$  es el tensor de inercia del cuerpo del helicóptero y  $\omega$ ,  $\omega_M$  y  $\omega_T$  son las velocidades angulares del fuselaje del helicóptero, del rotor principal y del rotor de cola. Todas estas magnitudes están expresadas en el sistema de referencia del helicóptero ( $x^b y^b z^b$ ).

Para alcanzar la expresión de las fuerzas y momentos, se utiliza la Teoría del Elemento de la Hélice, que tiene como resultado las expresiones de las fuerzas y los momentos generados por un rotor. En (Deeg *et al.*, 2004) se puede encontrar el desarrollo completo del modelo. Otras referencias de modelado son (Avila *et al.*, 2003), (Kim and Tilbury, 2004) y (Mettler *et al.*, 2002).

#### 4.2 Ecuaciones del modelo en 2 GdL

El modelo expuesto en el apartado anterior y adaptado al caso de dos grados de libertad (eje  $z$  y ángulo de orientación  $\phi$ ) viene dado por un sistema de ecuaciones no lineales:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u) \\ y &= g(x, u)\end{aligned}\quad (40)$$

donde  $x = (z, v_z, \phi_z, \omega_z)$  representa, respectivamente, la posición lineal en el eje  $z$ , la velocidad lineal de desplazamiento en el eje  $z$ , el ángulo de Euler de orientación y la velocidad angular de rotación en torno al eje  $z$  del sistema de referencia local al helicóptero.  $u = (P_c, P_t)$  representa la señal de control del colectivo aplicada en el rotor principal ( $P_c$ ) y la señal de control del colectivo aplicada en el rotor de cola ( $P_t$ ).

En particular, la expresión de estas ecuaciones no lineales es la siguiente:

$$\begin{aligned}\dot{z} &= v_z \text{ (m/s)} \\ \dot{v}_z &= c_1 P_t + c_2 \omega_z^2 P_t + c_3 + c_4 P_c \text{ (m/s}^2\text{)} \\ \dot{\phi}_z &= c_5 \omega_z \text{ (rad/s)} \\ \dot{\omega}_z &= c_6 P_t + c_7 \omega_z^2 P_t + c_8 + c_9 P_c^2 + \\ &\quad c_{10} \omega_z^2 + c_{11} P_t^2 + c_{12} \omega_z^2 P_t^2 \text{ (rad/s}^2\text{)}\end{aligned}\quad (41)$$

siendo la salida del sistema  $y = (z, \phi)$ . Los valores numéricos de las constantes incluidas en (41) vienen dados por la tabla 1.

Tabla 1. Constantes del modelo en 2 GdL

$c_1$	0,23	$c_5$	0,99	$c_9$	2,14
$c_2$	$4,03 \times 10^{-9}$	$c_6$	-39,74	$c_{10}$	$-7,67 \times 10^{-9}$
$c_3$	-7,99	$c_7$	$-6,95 \times 10^{-7}$	$c_{11}$	4,25
$c_4$	59,17	$c_8$	7,50	$c_{12}$	$6,58 \times 10^{-8}$

La entrada de control está saturada ( $u_0^- < u < u_0^+$ ) con  $u_0^- = (0, 0)^T$  y  $u_0^+ = (0, 1956, 0, 5782)^T$ .

Por otra parte, como se aprecia en (41), el grado relativo del sistema en todas sus variables de salida es 2.

#### 4.3 Aplicación de la técnica de control

Después de linealizar el sistema, el modelo adoptado para los trabajos de control es:

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,994 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 59,173 & 0,231 \\ 0,576 & -38,096 \end{pmatrix} u \\ y &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} x \\ G_p(s) &= \frac{1}{s^2} \begin{pmatrix} 59,173 & 0,2305 \\ 0,5762 & -38,0963 \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (42)$$

Los valores de continua para el controlador lineal son  $u_{10} = 0,1343$  y  $u_{20} = 0,1937$ . La linealización por realimentación expuesta en (4) ha sido llevada a cabo con la transformación  $\hat{g} = u$ . Un controlador de fase de primer orden ha sido utilizada para estabilizar la dinámica asociada al error y también la condición SPR.

$$\begin{aligned}\nu_{dc}(s) &= k_c \frac{s/\alpha + 1}{s/\beta + 1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \tilde{y}_{ad}(s) &= k_o \frac{s/\alpha_o + 1}{s/\beta + 1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ T^{-1}(s) &= \frac{1}{s + 1}\end{aligned}\quad (43)$$

donde  $\alpha = 0,1$ ,  $\alpha_0 = 1$ ,  $\beta = 7$ ,  $k_c = 0,146$  y  $k_o = 0,585$ . Por otra parte, se implementó un filtro de segundo orden para cada uno de los canales de salida:

$$y_c(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2} y_{ref}(s) \quad (44)$$

donde  $\omega_n = 2$  y  $\zeta = 2$ .

La red neuronal utilizada tiene 17 x 2 neuronas y  $\phi(x)$  (25) como función de activación. Los pesos fueron generados de forma aleatoria y las ganancias utilizadas en el proceso de adaptación de la red son:  $\Gamma_W = 750$  y  $\lambda_W = 1$ . El retraso puro considerado en (29) es  $d = 0,5s$ .

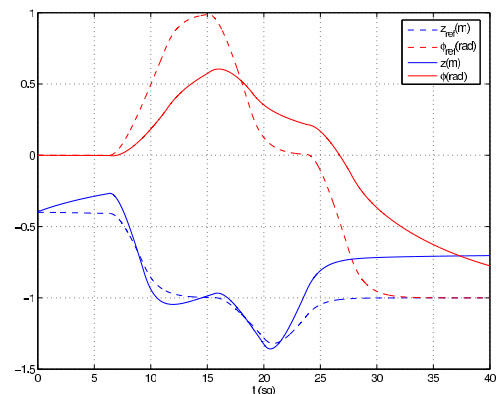


Figura 3. Seguimiento sin Red Neuronal

En la figura 3 se aprecia el seguimiento de referencias sin el mecanismo de adaptación (red neuronal) en funcionamiento. Los valores deseados se representan por la línea discontinua mientras que las salidas del sistema aparecen en línea continua. El funcionamiento

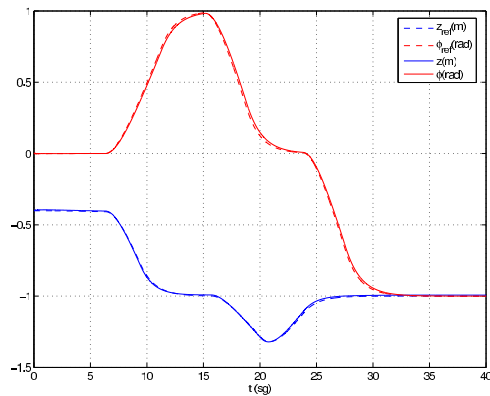


Figura 4. Seguimiento con Red Neuronal

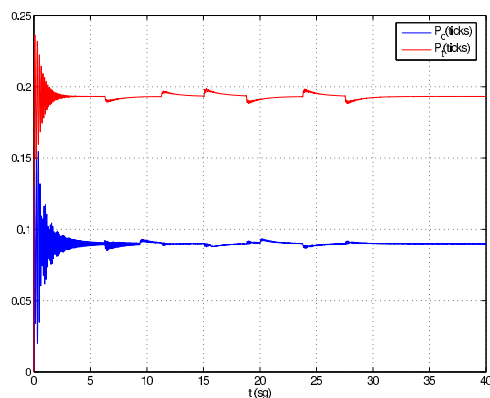


Figura 5. Señal de Control con Red Neuronal

del mecanismo de adaptación puede verse en la figura 4 donde los errores de seguimiento permanecen acotados en las maniobras deseadas. La evolución de las señales de control puede apreciarse en la figura 5.

## 5. CONCLUSIONES

La técnica presentada puede ser utilizada con éxito en plantas MIMO con un modelado no muy elaborado. La red aprende en línea y no se necesita por tanto un entrenamiento inicial previo. No se necesita estimación de estado y la dimensión máxima de la planta y su dinámica interna pueden ser desconocidas.

Por tanto, el método es aplicable a sistemas de dimensiones desconocidas pero acotadas, siendo adaptativo tanto a las incertidumbres paramétricas como a las dinámicas no modeladas. Esto hace que esta técnica sea de utilidad en las aplicaciones de protección del medio ambiente comentadas en la Introducción. Actualmente se trabaja en la aplicación del método al modelo de 6 GdL.

## 6. AGRADECIMIENTOS

El trabajo presentado en este artículo ha sido financiado por los proyectos CROMAT y COMETS. Asimismo, agradecer la colaboración prestada por la Universidad Técnica de Berlín en la comprensión del modelo de helicóptero propuesto en el artículo.

## REFERENCIAS

- Avila, J.C., B Brogliato, A. Dzul and R. Lozano (2003). Nonlinear modelling and control of helicopters. *Automatica* **39**(9), 1583–1596.
- Calise, A.J., N. Hovakimyan and M. Idam (2001). Adaptive output feedback control of nonlinear systems using neural networks. *Automatica (Special Issue on Neural Networks for Feedback Control)* **37**(8), 1201–1211.
- Deeg, C., Musial M. and Hommel G. (2004). Control and simulation of an autonomously flying helicopter. In: *Proceedings of IAV2004*.
- Dzul, A., R. Lozano and P. Castillo (2004). Adaptive control for a radio-controlled helicopter in a vertical flying stand. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* **18**(5), 473–485.
- Gavrilets, V., I. Martinos, B. Mettler and E. Feron (2002). Control logic for automated aerobatic flight of miniature helicopter. In: *Proceedings of AIAA Guidance Navigation and Control Conference*.
- Ge, S.S., C.C. Hang and T. Zhang (1999). Adaptive neural network control of nonlinear systems by state and output feedback. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* **29**(6), 818–828.
- Hovakimyan, N. and J. Calise (2002). Adaptive output feedback control of uncertain multi-input multi-output systems using single hidden layer neural networks. In: *Proceedings of American Control Conference*.
- Kim, S.K. and D.M. Tilbury (2004). Mathematical modelling and experimental identification of a model helicopter. *Journal of Robotic Systems* **21**(3), 95–116.
- Kim, Y. and F. Lewis (1998). *High Level Feedback Control with Neural Networks*. World Scientific, NJ.
- Mettler, M., M.B. Tischler and T. Kanade (2002). System identification modelling of a small-scale unmanned rotorcraft for flight control design. *American Helicopter Society Journal*.
- Sanner, R. and J. Slotine (1992). Gaussian networks for direct adaptive control. *IEEE Transactions on Neural Networks* **3**(6), 837–864.
- Seshagiri, S. and H.K. Khalil (2000). Output feedback control of nonlinear systems using rbf neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks* **11**(1), 69–79.
- Shim, H., T.J. Koo, F. Hoffman and S. Sastry (1998). A comprehensive study of control design of an autonomous helicopter. In: *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control*. pp. 3653–3658.