

Modelos de transferencia del pretensado: análisis comparativo

Prestress transfer models: comparative analysis

Jorge Rueda Contreras^{a,*} y Enrique González Valle^b

^a*Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos, INTEMAC, Madrid, España*

^b*Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos, Ex-profesor de la ETSI de Caminos, Canales y Puertos,
Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, España*

Recibido el 20 de julio de 2013; aceptado el 16 de febrero de 2014

Resumen

El presente artículo analiza diferentes formulaciones de la longitud de transmisión y el desarrollo del pretensado. Conocer la longitud de transmisión es especialmente importante para conocer el comportamiento de la pieza frente a esfuerzo cortante y frente a las tensiones de tracción que aparecen en la zona de transferencia, especialmente en el caso de piezas sin armadura transversal. El desarrollo del pretensado influye notablemente en ambos casos. Únicamente el Eurocódigo 2, entre las Normas y Códigos de referencia, incluye en su articulado la posibilidad de contemplar modos de desarrollo del pretensado diferentes al lineal, siendo necesario justificar y adaptar coherentemente la longitud de transmisión a dichos desarrollos, para lo que este artículo propone una metodología.

Palabras clave: Hormigón pretensado; Longitud de transmisión; Transferencia del pretensado; Desarrollo del pertensado; Tensión de adherencia

Abstract

This paper analyzes several transmission length equations and build-up of prestress equations. To know the transmission length is particularly important to determine the behaviour of the member under shear force and under the tensile stress that appears at transfer zone, and especially in the case of members with no transverse reinforcement. Build-up of prestress takes part in both situations. Among the reference codes and standards, only Eurocode 2 has an article about non- linear build-up of prestress: alternative build-up of prestress may be assumed if justified, and if the transmission length is modified accordingly. This paper proposes a procedure in response to the requirements of the Eurocode.

Keywords: Prestressed concrete; Transmission length; Prestress transfer; Build-up of prestress; Bond stress

1. Introducción

En una pieza pretensada mediante armadura pretesa adherente, la longitud de transmisión (L_t) es la longitud comprendida entre el extremo libre de la pieza y el punto en el que se ha transferido por adherencia la totalidad de la fuerza de pretensado introducida en dicha armadura.

Conocer esta longitud es de vital importancia en el diseño de las piezas. Valores reducidos mejorarán la capacidad resistente frente a esfuerzo cortante, gracias al efecto beneficioso de las compresiones introducidas en la sección por el pretensado, en las secciones extremas de la pieza, donde usualmente son mayores los esfuerzos cortantes solicitantes. Simultáneamente, redu-

cir la longitud de transmisión lleva asociado el aumento del valor alcanzado por las tensiones de tracción producidas en la zona de transferencia: exfoliación (“spalling”), estallido (“bursting”) y hendimiento (“splitting”). Tanto el efecto sobre el cortante como sobre las tensiones transversales de tracción, cobran especial relevancia en el caso de piezas sin armadura transversal.

No sólo es importante la longitud de transmisión sino el modo en que se produce la transferencia. Existen dos posibilidades extremas de desarrollo del pretensado a lo largo de la longitud de transmisión: uno lineal y uno parabólico (fig. 1). Con el primero, la fuerza de pretensado se transfiere de una forma uniforme, y con el último, lineal decreciente. Esto implica que en una sección de pieza pretensada dada, interior a la zona de transferencia, se haya transferido una proporción mayor de la fuerza de pretensado en el modo de desarrollo parabólico que en el lineal, con efectos semejantes sobre las capacidades resistentes a los indicados anteriormente para la longitud de transmisión [1].

*Autor para correspondencia.

Correo electrónico: jrueda@intemac.es (J. Rueda Contreras).

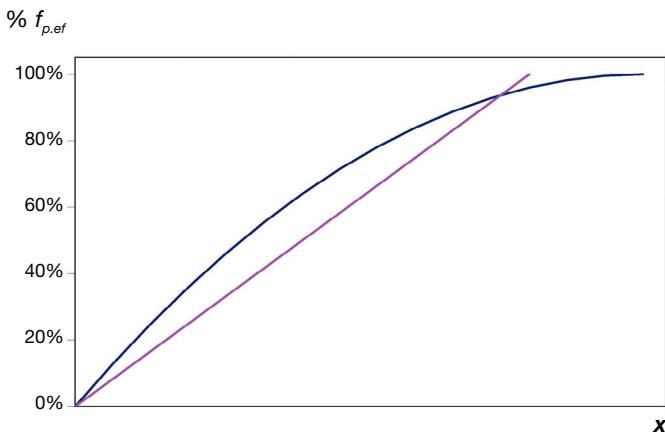


Figura 1. Desarrollos del pretensado lineal y parabólico.

2. La adherencia durante la transferencia del pretensado

Respecto a la adherencia entre la armadura pretesa y el hormigón, tradicionalmente se ha considerado que depende de tres factores, que según la situación de adherencia en que nos encontramos, influirán o no simultáneamente: adhesión entre el acero y el hormigón, rozamiento entre ambos (favorecido por el efecto Hoyer o Poisson) y resistencia mecánica, debido a los resaltos [2]. Otro factor importante a considerar en la adherencia es el deslizamiento relativo del acero respecto al hormigón: una vez transferido el pretensado, en los extremos de la pieza se produce el deslizamiento del acero respecto al hormigón que lo rodea, a lo largo de la zona de transferencia. Cuando, mediante adherencia, se ha transferido la totalidad de la fuerza de pretensado, ya no hay deslizamiento relativo entre acero y hormigón, produciéndose compatibilidad de deformaciones entre ambos [3].

En el caso de los cordones, Den Uijl defiende [4] como fuente principal de adherencia el rozamiento. Además, destaca la importancia en el rozamiento de las tensiones radiales de compresión requeridas para desarrollar la fuerza de rozamiento, las cuales son la respuesta del hormigón que rodea el acero a diferentes interacciones:

- “Lack of fit”: Despues del deslizamiento y la consiguiente rotura de la adhesión, partículas de cemento se pegan entre el cordón y el hormigón. La consecuente sección transversal del cordón no es completamente congruente, lo que causa un efecto cuña con el movimiento relativo.
- Efecto Poisson: al reducirse la tensión inicial del cordón, aumenta su sección transversal.
- “Pitch effect”: Los cambios de tensión producen un incremento de la tensión de contacto entre el hormigón y el cordón, debido a la forma helicoidal de los alambres que componen el cordón [4] (efecto similar al producido en una polea). Así, cualquier cambio de tensión, sea un aumento o un descenso de la misma, produciría un aumento de la adherencia [5].

Otros autores [6] destacan la colaboración de la resistencia mecánica en el caso de los alambres grafilados.

Desde el punto de vista analítico, son varias las soluciones propuestas para la adherencia. Muchas expresiones para la longitud de transmisión contenidas en los códigos y normas llevan implícita en su formulación la consideración de la adherencia a lo largo de la zona de transferencia constante.

Así, en [4] se explica cómo las tensiones radiales y tangenciales alcanzan pronto la resistencia a tracción, produciendo microfisuración y, por tanto, un comportamiento no lineal del hormigón. Los resultados de los modelos numéricos muestran que dicho comportamiento no lineal justifica que la distribución de tensiones de adherencia a lo largo de la longitud de transmisión tienda a ser uniforme.

Otros autores [7], proponen un modelo basado en el rozamiento coulombiano con un término constante, τ_{cte} , que englobe los efectos de la adhesión y la resistencia mecánica, del tipo siguiente:

$$\tau(x) = \tau_{cte} + \mu \cdot \sigma_N \quad (1)$$

donde:

τ Tensión de adherencia.

μ Coeficiente de rozamiento.

σ_N Tensión normal que ejerce el acero sobre el hormigón.

Las tensiones de adherencia se pueden expresar también como función del deslizamiento relativo entre ambos materiales.

Así, Balász [8,9] propone para cordones el uso de expresiones de tipo exponencial, en la forma siguiente:

$$\tau = C_{Ba} \cdot \left(\frac{s}{\phi_p} \right)^b \quad (2)$$

siendo:

C_{Ba} Coeficiente experimental. Depende de la resistencia a compresión, y del diámetro del cordón.

s Deslizamiento entre el hormigón y el acero.

ϕ_p Diámetro del cordón.

b Coeficiente experimental comprendido entre 0 y 1, relacionado con el modo de desarrollo del pretensado, valiendo cero cuando es lineal y 1/3 cuando es parabólico [8].

La expresión es recogida en el estado del arte referente a adherencia publicado por la FIB [5] del siguiente modo:

$$\tau = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ci}^{0.5} \left(\frac{s}{\phi_p} \right)^{\eta_3} \quad (3)$$

f_{ci} Resistencia a compresión del hormigón en el momento de la transferencia [8,9].

η_1 1,35; 1,0 ó 0,65 según se desee obtener el valor superior, medio o inferior de la tensión de adherencia.

η_2 Coeficiente experimental. $\eta_2 = 2,055$ para cordones de diámetro 12,8 mm.

η_3 Coeficiente experimental. $\eta_3 = 0,25$ para cordones de diámetro 12,8 mm.

Como se puede observar, la tensión de adherencia depende de la raíz cuadrada de la resistencia a compresión. Además,

la relación entre la cota superior e inferior de τ (que denominaremos λ) es 2,08.

Bruggeling [10] propone también el uso de expresiones exponenciales, en este caso del tipo siguiente:

$$\tau = C_{Br} \cdot s^N \quad (4)$$

siendo:

τ Tensión de adherencia.

C_{Br} Coeficiente experimental relacionado con la resistencia a la adherencia. Se relaciona directamente con la resistencia media cúbica del hormigón (f_{ccm}).

N Factor relacionado con la forma del diagrama $\tau - \delta$.

En la tabla 1 mostramos los valores de los parámetros sugeridos, con limitaciones, para calcular la longitud de transmisión.

En comparación con la propuesta anterior, en este caso la adherencia dependería directamente del valor de la resistencia a compresión, y no de su raíz. Por otro lado, si suponemos el valor medio centrado respecto a las cotas superior e inferior, la relación entre éstos sería en esta ocasión de 1,35.

Respecto a los coeficientes, N , b y η_3 representan el mismo factor de forma, nombrado de modo diferente. En adelante se utilizará como notación únicamente b .

En otros casos se contemplan expresiones más complejas como, por ejemplo, la expresión empírica propuesta por Den Uijl [5]:

$$\tau = 3 + 0,4s - 2,5 \cdot 10^{-3} \Delta\sigma_p + 1,5 \cdot 10^{-3} |\Delta\sigma_p| \quad (5)$$

donde $\Delta\sigma_p$ es la variación de la tensión del acero.

El primer término de la expresión se refiere a la adherencia, el segundo al “lack of fit”, el tercero recoge el efecto Poisson, y el cuarto el “pitch effect”. Además, las constantes fueron obtenidas para cordones de 9,3 mm de diámetro, y resistencia a compresión de 55 MPa medida sobre probeta cúbica de hormigón, indicándose que deberían ser obtenidos en cada caso de estudio.

3. Expresiones normativas y propuestas alternativas para el cálculo de la longitud de transmisión

A lo largo de los años, las investigaciones sobre adherencia y transferencia del pretensado han ido encaminadas, en general, a establecer fórmulas para predecir L_t , basadas en relaciones entre las propiedades del acero y del hormigón. En su trabajo de Tesis Doctoral, Vázquez [11] realiza un resumen desde el punto de vista cualitativo de los factores considerados en la bibliografía consultada como influyentes en la adherencia y sus efectos sobre la longitud de transmisión que incluimos a continuación (tabla 2).

Como se observa, el fenómeno es especialmente complejo. Además, las investigaciones experimentales [3,12] muestran una gran dispersión en las mediciones de L_t . Según indica Den Uijl [4], el valor estadístico que relaciona las longitudes de los fractiles mayores con las de los menores sería del orden de $l_{10,95}/l_{10,05} = 1,9$.

Tabla 1

Valores de C , en función de la resistencia media cúbica del hormigón f_{ccm} , y de N [10]

| | C_{Br} -valor medio | C_{Br} -valor inferior | N |
|---------------------|-----------------------|--------------------------|------|
| Alambres indentados | $0,20 \cdot f_{ccm}$ | $0,17 \cdot f_{ccm}$ | 0,32 |
| Cordones | $0,13 \cdot f_{ccm}$ | $0,11 \cdot f_{ccm}$ | 0 |

Tabla 2

Factores influyentes en la longitud de transmisión

| Factor | Variación en L_t | Efecto |
|---|--------------------|--------|
| Diámetro del cordón | ↑ | ↑ |
| Tensión inicial de tesado | ↑ | ↑ |
| Tensión del pretensado a la edad de evaluación de la long. de anclaje | ↑ | ↑ |
| Pérdidas de pretensado | ↑ | ? |
| Edad de transferencia | ↑ | ↓ |
| Rugosidad superficial | ↑ | ↓ |
| Verticalidad del cordón respecto a horizontal | ↑ | ↓ |
| Espesor de hormigón fresco debajo del cordón considerado | ↑ | ↑ |
| Recubrimiento | ↑ | ↓ |
| Separación entre cordones | ↑ | ↓ |
| Consistencia del hormigón durante la colocación | ↑ | ↑ |
| Compacidad del hormigón alrededor del cordón | ↑ | ↓ |
| Presencia de armadura de confinamiento | ↑ | ↓ |
| Resistencia del hormigón a compresión | ↑ | ↓ |
| Resistencia a tracción | ↑ | ↓ |
| Rigidez del hormigón | ↑ | ↓ |
| Retracción | ↑ | ↑ |
| Fluencia | ↑ | ↑ |
| Efecto dinámico de las cargas aplicadas | ↑ | ↑ |
| Enfundado parcial del cordón | ↑ | ↑ |
| Cercanía de la viga a la zona de corte | ↑ | ↑ |
| Longitud de cable libre entre vigas en la bancada | ↑ | ↓ |
| Recubrimiento con mortero epoxi | Sí | ↓ |
| Tratamientos térmicos (curado acelerado) | Sí | ↑ |
| Tiempo transcurrido desde la transferencia | ↑ | ↑ |

3.1. Código Modelo

Ante esta situación, el Código Modelo 90 [13] (CM90) planteó dos situaciones de adherencia diferentes bien se trate de la transferencia de la fuerza de pretensado (“push in”), bien del anclaje de la fuerza necesaria para la resistencia de la pieza a flexión (“pull out”), y el crecimiento lineal de la fuerza de pretensado en las zonas de transferencia y anclaje.

Describimos a continuación el modelo recogido en [13]. Para el valor de los coeficientes usados en la formulación, ver la tabla 3.

Capacidad adherente del hormigón:

$$f_{bpd} = \eta_{p1} \cdot \eta_{p2} \cdot f_{ctd} \quad (6)$$

siendo:

f_{bpd} Valor de diseño de la tensión de adherencia.

f_{ctd} Resistencia de cálculo a tracción del hormigón.

Longitud básica de anclaje:

$$l_{bp} = \left(\frac{A_{sp}}{\phi \cdot \pi} \right) \cdot \frac{f_{pd}}{f_{bpd}} \quad (7)$$

siendo:

l_{ba} Longitud de anclaje básica.

f_{pd} Tensión máxima del acero de pretensado.

ϕ Diámetro nominal del tendón.

Longitud de transmisión:

$$l_{bpt} = \alpha_8 \cdot \alpha_9 \cdot \alpha_{10} \cdot l_{bp} \frac{\sigma_{pi}}{f_{pd}} \quad (8)$$

donde:

l_{bpt} Longitud de transmisión.

σ_{pi} Tensión del acero inmediatamente después de la transferencia.

f_{pd} Tensión máxima de cálculo del tendón.

α_{10} Coeficiente en función del tipo de armadura, tiene en cuenta específicamente el efecto Poisson.

3.2. Eurocódigo 2 EN 1992-1-1:2004

El Eurocódigo 2 EN 1992-1-1:2004 [14] (EC2) se ha adaptado en cierta medida a las expresiones del CM90.

El EC2 adopta un crecimiento lineal de la fuerza de pretensado en las zonas de transferencia y anclaje, tal y como se muestra en la figura 2. No obstante, permite utilizar diagramas diferentes al lineal siempre que se justifique y se adapte coherentemente la longitud de transmisión.

El cálculo se basa en la obtención de la tensión de adherencia media, y posteriormente un valor básico de la longitud de

transmisión que adopta dos valores de cálculo. El valor de los coeficientes se encuentra en la tabla 3.

Tensión de adherencia:

$$f_{bpt} = \eta_{p1} \cdot \eta_1 \cdot f_{ctd} \quad (9)$$

siendo:

f_{bpt} Tensión de adherencia.

f_{ctd} Resistencia de cálculo a tracción del hormigón en el momento de la transferencia.

Valor básico de la longitud de transmisión:

$$l_{pt} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \phi \frac{\sigma_{pm0}}{f_{bpt}} \quad (10)$$

donde:

l_{pt} Valor básico de la longitud de transmisión.

ϕ Diámetro nominal del tendón.

σ_{pm0} Tensión en el tendón inmediatamente después de la transferencia.

Los dos valores de cálculo de L_{pt} , que deberán tomarse adoptando el más desfavorable, son los siguientes:

$$l_{pt1} = 0,8l_{pt} \quad (11)$$

$$l_{pt2} = 1,2l_{pt} \quad (12)$$

Anteriormente, el Eurocódigo 2 ENV 1992-1-1:1993 [15] planteaba la transmisión del pretensado mediante una ley con incremento del pretensado lineal, y se definía la longitud de transmisión como sigue:

$$l_{bp} = \beta_b \cdot \phi \quad (13)$$

siendo:

l_{bp} Longitud de transmisión.

ϕ Diámetro nominal del cordón o alambre.

β_b Factor experimental función de la resistencia del hormigón en el momento de la transferencia (ver [15]).

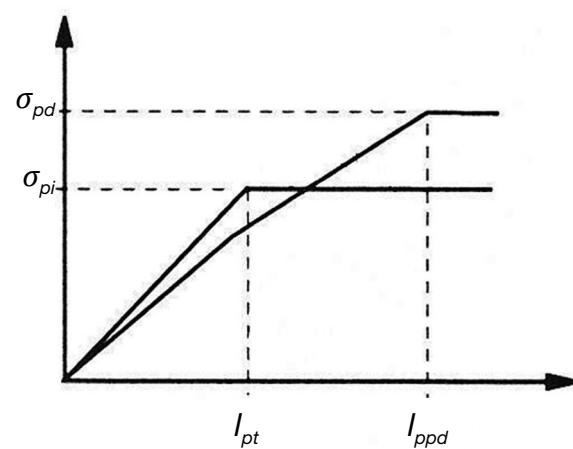


Figura 2. Transmisión y anclaje del pretensado en elementos pretensados; l_{pt} : longitud de transmisión; l_{bp} : longitud de anclaje ([14]).

* Inclinados entre 45° y 90° respecto a la vertical, u horizontales a menos de 250 mm del fondo o al menos a 300 mm del punto más alto de la sección.

Sección transversal

| | | | |
|----------|------------|------|----------|
| Circular | $\phi/4$ | 0,2 | $\phi/4$ |
| Cordón | $7\phi/36$ | 0,19 | $\phi/4$ |

Como valor de cálculo de la longitud de transmisión, l_{bpd} , se debe tomar el menos favorable entre $0,8l_{bp}$ y $1,2l_{bp}$ según el efecto que se vaya a considerar.

Además, el Eurocódigo 2 ENV 1992-1-3:1995 [16] incluye dos posibilidades para la consideración de la transferencia del pretensado, indicando que para cálculos más precisos, podía suponerse un incremento parabólico alternativo del pretensado, debiéndose incrementar la longitud de transmisión en un 25%, como muestra la figura 3.

3.3. Instrucción EHE-08

Respecto a la Instrucción EHE-08 (EHE-08) [17], encontramos un procedimiento de cálculo de la longitud de transmisión en los comentarios al Artículo 70.2.3 (para el valor de los coeficientes, ver tabla 3):

$$l_{bpt} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \phi \frac{\sigma_{pi}}{4f_{bpd}} \quad (14)$$

siendo:

l_{bpt} Longitud de transmisión.

ϕ Diámetro del alambre o diámetro nominal del cordón.

σ_{pi} Tensión en la armadura en el momento de introducir el pretensado.

f_{bpd} Tensión de cálculo de adherencia en el momento de introducir el pretensado. Se incluye una tabla con valores a 28 días (tabla 70.2.3, ver [17]), y dos indicaciones:

- Para edades inferiores deberá estimarse según la velocidad de crecimiento de la resistencia a tracción.
- Si la armadura se sitúa en posición II se multiplicará el valor de f_{bpd} por 0,7.

3.4. ACI 318-11

El desarrollo de las expresiones incluidas en el Código ACI 318-11 (ACI 318) [18] se basó en investigaciones llevadas a cabo en el final de la década de los 50 y principio de los 60 con cordones de 1720 MPa [12].

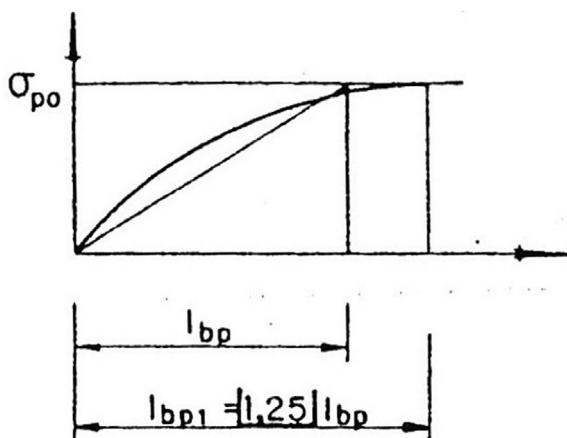


Figura 3. Incremento lineal y parabólico del pretensado ([16]).

En el artículo 12.9.1 del ACI 318 se incluye la siguiente expresión de la longitud de anclaje, haciendo referencia a cordones de siete alambres:

$$l_d = \frac{1}{21} f_{se} \cdot d_b + \left(\frac{f_{ps} - f_{se}}{7} \right) \cdot d_b \quad (15)$$

siendo:

l_d Longitud de anclaje (mm).

d_b Diámetro nominal del cordón (mm).

f_{se} Tensión efectiva del tendón de pretensado teniendo en cuenta las pérdidas de pretensado (MPa).

f_{ps} Tensión en el tendón de pretensado, bajo la acción de las cargas exteriores (MPa).

Además, se define un crecimiento bilineal de la fuerza de pretensado, como muestra la figura 4, y se señala que el primer miembro de la Ecuación (15) corresponde a la longitud de transmisión (Ecuación (16)).

$$l_t = \frac{1}{21} f_{se} \cdot d_b \quad (16)$$

Por último, en el artículo 11.3.4, referente al cálculo de la capacidad resistente frente a esfuerzo cortante, se define una longitud de transmisión de 50 diámetros para cordones y de 100 diámetros para alambres, tomándose una variación lineal de la fuerza de pretensado.

Respecto a la consideración de la adherencia por ACI 318, según [12] en origen se adoptó un valor constante de la adherencia de 2,76 MPa: al aplicar equilibrio con dicho valor, particularizando a cordones de 1720 MPa, se llega a la Ecuación (16).

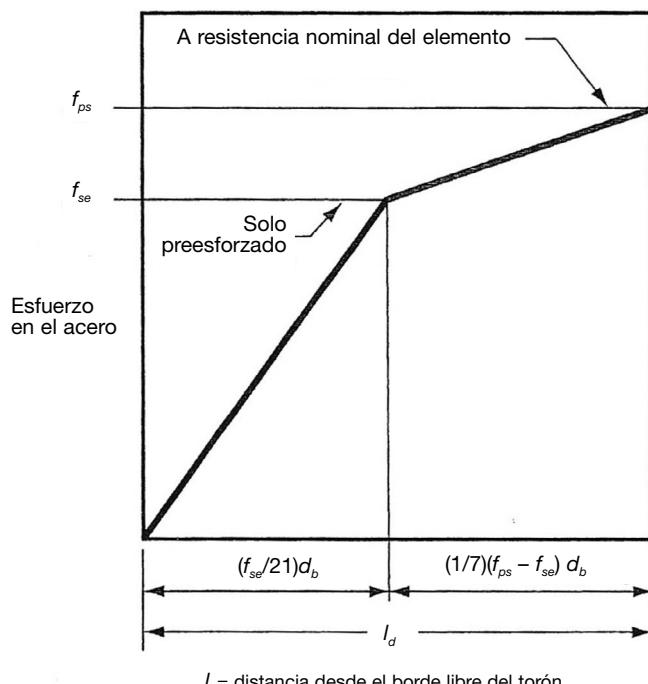


Figura 4. Relación bilineal idealizada entre la tensión en el acero y la distancia al extremo libre del cordón ([18]).

Si en esta fórmula tomamos 1030 MPa para f_{se} , tensión inicial en las investigaciones de referencia, se obtiene el valor de 50 diámetros para la longitud de transmisión.

3.5. Propuestas alternativas

3.5.1. Propuestas basadas en el deslizamiento de la armadura activa

La penetración de la armadura activa puede utilizarse para estimar la longitud de transmisión [5,13], de acuerdo con la expresión siguiente [8]:

$$L_t = \alpha \frac{S}{\epsilon_{p0}} \quad (17)$$

donde:

S Penetración de la armadura.

ϵ_{p0} Deformación de tesado de la armadura activa.

α Factor de forma. Representa la forma de la ley asumida para la distribución de la tensión de adherencia a lo largo de la longitud de transmisión, y varía entre 3 (ley lineal descendente, desarrollo parabólico del pretensado) y 2 (ley uniforme, desarrollo lineal) [8,19], o entre 3 y 1,5 [5].

Además, α se relaciona con el coeficiente b , de las Ecuaciones (2), (3) y (4):

$$\alpha = \frac{2}{1-b} \quad (18)$$

Existen numerosas propuestas de valores de α . Entre los más elevados, Bruggeling [10] indica un valor de b para alambres de 0,32, que corresponde a $\alpha = 2,94$, Olesniewicz [20] adopta el valor 2,86, y de los trabajos de Chandler [21] se deduce el 2,83. El valor 2 se corresponde con todas las formulaciones que adoptan el diagrama lineal. En la bibliografía consultada pueden encontrarse numerosas propuestas de valores de α [22,23], obtenidos tanto teórica como experimentalmente. En este sentido, α debería variar en función del tipo de elemento pretensado, su diámetro o la resistencia del hormigón coherentemente con el modo en que varían los coeficientes b o las expresiones de la tensión de adherencia, ya que hacen referencia a un mismo fenómeno.

Además de expresiones basadas en la ecuación (17), se han obtenido de modo analítico expresiones basadas en leyes de adherencia función del deslizamiento y el factor de forma.

Basándose en la Ecuación (3), Balázs obtiene la siguiente, para cordones ϕ 12,8 mm (véase [9] para la expresión general).

$$L_t = K_1 \cdot \phi \cdot \sqrt[5]{\frac{f_{p,ef}^3}{f_{c,t}^2}} \quad (19)$$

K_1 es un parámetro complejo [9], que para $\phi = 12,8$ mm vale 3,11 con $n\rho = 0,1$. Además, $f_{p,ef}$ representa el valor de la tensión eficaz de pretensado de la armadura activa.

Por su parte, con base en la Ecuación (4) Bruggeling obtiene las ecuaciones siguientes:

Alambres:

$$L_t = \frac{2E_p}{(1-b) \cdot f_{p0}} \cdot \left(\frac{1+b}{2} \cdot \frac{\phi_a}{4} \cdot \frac{f_{p0} \cdot f_{p,ef}}{C_{Br} \cdot E_p} \right)^{\frac{1}{1+b}} \quad (20)$$

Cordones:

$$L_t = \frac{7\phi_a \cdot f_{p,ef}}{12C_{Br}} \quad (21)$$

donde:

E_p Módulo de elasticidad del acero.

ϕ_a Diámetro del alambre que compone el cordón.

f_{p0} Tensión de tesado de la armadura activa.

3.5.2. Otras propuestas

Russell y Burns [3] propusieron la modificación de la expresión del ACI 318 siguiente:

$$L_t = \frac{1}{14} f_{se} d_b \quad (22)$$

Otras expresiones de la longitud de transmisión son las propuestas por Den Uijl [19] en la Ecuación (23) y por Olesniewicz [20] en la Ecuación (24). Aunque muy similares, difieren el valor del coeficiente ψ y la tensión del acero.

$$L_t = \psi \cdot \phi_p \cdot \sqrt{\frac{f_{p0}}{f_{cc,t}}} \quad (23)$$

siendo:

$f_{cc,t}$ Resistencia a compresión del hormigón en el momento de la transferencia medida en probeta cúbica.

ψ Coeficiente para el valor superior, medio e inferior de L_t ; 14,91; 9,76; 4,61, según se deduce de [19].

$$L_t = \psi \cdot \phi_p \cdot \sqrt{\frac{f_{p,ef}}{f_{cc,t}}} \quad (24)$$

En esta ocasión, ψ vale 13,25; 10,47 ó 7,69, según [20].

Además, Olesniewicz ofrece una expresión alternativa de la Ecuación (23), que indica de forma implícita la forma en que se produce el desarrollo del pretensado mediante la introducción del parámetro α .

$$L_t = \alpha \cdot A_v \cdot \phi_p \cdot \sqrt{\frac{f_{p0}}{f_{cc,t}}} \quad (25)$$

donde:

α Coeficiente de forma con valor 2,86.

A_v Coeficiente de valor:

$$A_v = \frac{\psi}{\alpha} \quad (26)$$

Por último, Martí [24] propone la siguiente ecuación para cordones de diámetro 13 mm, con valores de ψ iguales a 1,5; 1 ó 0,5 para los valores superior, medio e inferior de L_t :

$$L_t = \psi \frac{4,7 f_{p,ef}}{f_{c,t}^{0,67}} \quad (27)$$

4. Análisis comparativo

4.1. Análisis y comparación de las expresiones normativas y propuestas

La formulación del EC2 ofrece los mismos valores de longitud de transmisión media que la del CM90 [25], para unas mismas condiciones con una diferencia: la relación entre el valor superior e inferior de la longitud de transmisión, λ . Esta relación varía de unos planteamientos a otros (tabla 4). En el CM90, viene dada por el coeficiente α_0 , e implica $\lambda = 2$. En el EC2, sin embargo, vale 1,5. Así, el valor superior de la longitud de transmisión calculado con el EC2 es inferior al calculado con el CM90, y viceversa para el valor inferior (fig. 5). Los incrementos porcentuales son del 11% para los valores superiores, y del 19% para los inferiores.

Desde el punto de vista conceptual, el CM90 calcula una expresión de la tensión de cálculo de adherencia en situación de “pull out”, que corrige posteriormente para considerar la situación de transferencia (“push in”), mientras que el EC2 lo que calcula es el valor medio de dicha tensión.

La EHE-08, esencialmente, coincide con el CM90 y, por tanto, con los valores medios del EC2, residiendo la diferencia principal en el tratamiento de la obtención de la tensión de cálculo de la adherencia. Si se estudian los valores incluidos en la tabla 70.2.3 de la EHE-08, se comprueba que correlacionan bien con la resistencia a tracción del hormigón afectada por un coeficiente multiplicador, 1,4 para cordones y 1,1 para alambres, muy similares a los valores adoptados por η_{pl} .

Existe otra diferencia en el caso de los cordones. En vez de considerar, como el EC2 y el CM90, un área ideal de cordón de $\frac{7}{36}\pi\cdot\phi^2$, la EHE adopta $\pi\cdot\frac{\phi^2}{4}$.

Si bien la primera diferencia señalada no aportaba diferencias numéricas significativas, esta segunda puede suponer diferencias de aproximadamente un 30 %.

Tabatabai y Dickinson realizan en [12] un estudio de las dos expresiones del ACI 318, llegando a la conclusión de que ajustan sensiblemente bien el valor medio de la longitud de transmisión. Además, señalan que la Ecuación (13) ajusta adecuadamente los

valores superiores. Siendo así, y suponiendo que fuera la misma relación para los valores inferiores, se obtendría una relación λ de 3, y se podría expresar una formulación ampliada del código americano como sigue:

$$L_t = \beta \frac{1}{21} f_{se} \cdot d_b \quad (28)$$

donde:

β Coeficiente con valor 1,5 y 0,5, adoptándose el más desfavorable.

Además de λ , uno de los factores importantes que varía de unas propuestas a otras es la dependencia de la resistencia del hormigón (tabla 4). En el EC2, así como en la EHE-08 y el CM90, el valor de la resistencia adherente es directamente proporcional

L_t (mm)

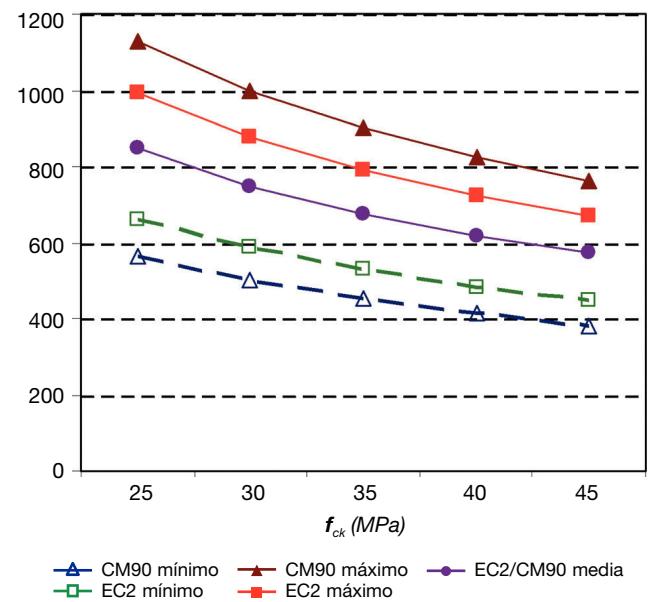


Figura 5. Comparación de L_t entre CM90 y EC2. Cuantía mecánica 0,01; ϕ_p 12,8 mm; f_{p0} 1300 N/mm².

Tabla 4
Comparación de expresiones para el cálculo de L_t . Resumen

| Autor | λ^* | α^* | f_c^{x*} | Variables* | L_{tm} (cm)* | | |
|--------------------------|-------------|------------|------------|------------|----------------|--------|--------|
| | | | | | 30 MPa | 40 MPa | 50 MPa |
| EC2 (10) (11) (12) | 1,5 | 2 | -2/3 | Sí | 68 | 56 | 48 |
| CM 90 (8) | 2 | 2 | -2/3 | Sí | 69 | 57 | 49 |
| EHE-08 (14) | 2 | 2 | -2/3 | Sí | 90 | 76 | 66 |
| ACI 318 (16) | - | 2 | - | No | 66 | 66 | 66 |
| propuesta ACI (28) | 3 | 2 | - | No | 66 | 66 | 66 |
| Olesniewicz (24) (25) | 1,7 | 2,86 | -1/2 | No | 76 | 66 | 59 |
| deducido Den Uijl (23) | 3,2 | 2,6 | -1/2 | No | 71 | 61 | 55 |
| Bruggeling alambres (20) | 1,35 | 2,94 | -3/4 | Sí | - | - | - |
| Bruggeling cordones (21) | 1,35 | 2 | -1 | Sí | 50 | 39 | 31 |
| Balázs (19) | 1,78 | 2,67 | -2/5 | Sí | 68 | 61 | 55 |
| Martí (27) | 3 | 2 | -2/3 | No | 53 | 43 | 37 |

* λ : cociente entre el valor superior e inferior; α : coeficiente de forma; f_c^x indica la potencia “x” que afecta a la resistencia a compresión del hormigón; “Variables” indica si se consideran parámetros diferentes a ϕ , f_c y f_p ; para el cálculo de L_{tm} se ha supuesto transferencia gradual y buenas condiciones.

a la resistencia a tracción del hormigón, mientras en otros casos varía esta proporción o no se considera explícitamente.

En la tabla 4 se resumen algunas de las diferencias más significativas entre las expresiones de la longitud de transmisión enunciadas. Además, se incluye el valor de la longitud de transmisión media (L_{tm}) obtenida al aplicar cada una de ellas a unos ejemplos tipo, consistentes en una pieza sometida al pretensado centrado de un cordón de diámetro nominal 12,8 mm, con tensión inicial de pretensado de 1200 MPa, resistencia a compresión del hormigón al transferir de 40 MPa y cuantía geométrica de 0,01 [8], y en modificar la resistencia del hormigón entre 30 MPa y 50 MPa.

Si bien los valores medios de la longitud de transmisión para piezas convencionales son en general muy similares, las dife-

rencias entre ellas en cuanto a λ y α hacen que en la práctica los resultados de cálculo puedan diferir considerablemente. Además, las diferentes dependencias de la resistencia del hormigón introducen una disparidad muy significativa, especialmente en el campo de los hormigones de alta resistencia (fig. 6).

4.2. Análisis de los diferentes modos de desarrollo del pretensado

En la figura 7 se representan varios desarrollos de la fuerza de pretensado correspondientes a uno de los ejemplos recogidos en la tabla 4 ($f_{c,t}$ 40 MPa). Se ha elegido representar junto al desarrollo correspondiente al EC2 los dos desarrollos lineales más extremos en cuanto a valor de L_{tm} , EHE-08 y la Ecuación (27), y dos de los más representativos no lineales, correspondientes a los modelos de Balázs (Ecuaciones (3) y (19)) y Den Uijl (Ecuación (23)). Respecto a este último, Den Uijl [19] ofrece una expresión del desarrollo del pretensado en función de α , siendo σ_{px} la tensión en el acero a distancia x del extremo de la pieza:

$$\sigma_{px} = f_{p,ef} \cdot \left(\frac{x}{L_t} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} \quad (29)$$

En la tabla 5 indicamos la distancia del extremo de la pieza en cm a la que se alcanzan distintos niveles de tensión en cada caso.

Es significativo observar, tanto en la figura 7 como en la tabla 5, como si bien el valor de L_{tm} obtenido mediante la formulación de Balázs o Den Uijl varía respecto a la correspondiente al EC2 un 9%, el desarrollo es significativamente diferente a cortas distancias. Así, en los 20 cm iniciales, con las primeras formulaciones se ha desarrollado ya la mitad de la fuerza de pretensado efectiva, mientras en el modelo del EC2 el porcentaje se queda en el 35%. Además, si bien como se ha indicado L_{tm} es un 9% inferior según el EC2, en los tres casos se ha transferido la práctica totalidad de la fuerza de pretensado, el 90%, a la misma distancia del extremo.

En esta misma línea, con los modelos de Balázs y Martí, si bien el valor de L_{tm} obtenido con ambos varía un 43%, el 80% de la fuerza de pretensado se ha introducido, en ambos planteamientos, con tan sólo un 10% de diferencia en distancia al extremo libre.

Si representamos junto al desarrollo según el EC2 la transformación a desarrollo parabólico de [16], los resultados son semejantes (fig. 8). El desarrollo parabólico llega a alcanzar del orden de un 8% más de fuerza de pretensado para una misma distancia, cuando sin embargo su L_t es un 25% superior.

Tabla 5
Diferencias entre distintos modos de desarrollo del pretensado: distancia (cm) necesaria para transmitir un nivel de tensión

| %f _{p,ef} | EC2 | EHE-08 | Den Uijl | Balázs | Martí |
|--------------------|-----|--------|----------|--------|-------|
| 50% | 28 | 40 | 20 | 21 | 22 |
| 70% | 39 | 53 | 35 | 33 | 31 |
| 80% | 45 | 61 | 43 | 39 | 35 |
| 90% | 51 | 69 | 53 | 51 | 42 |

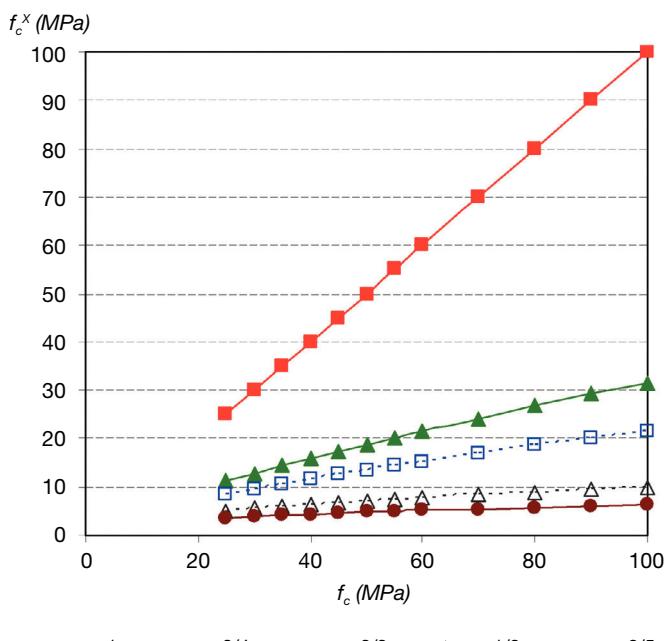


Figura 6. Influencia de la potencia de f_c .

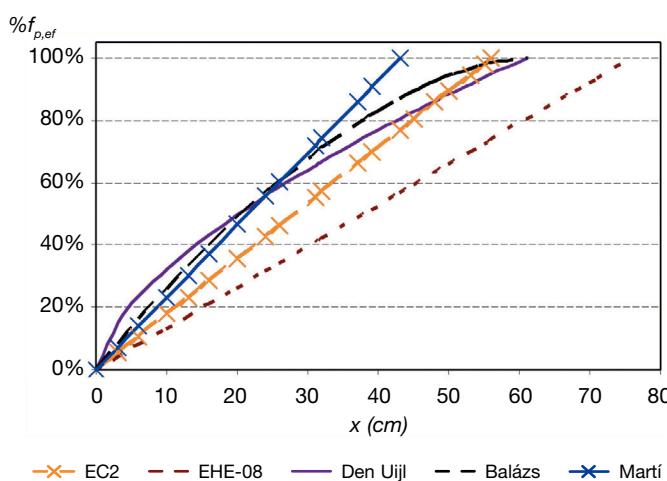


Figura 7. Comparación de L_{tm} (tabla 4, $f_{c,t}$ 40 MPa).

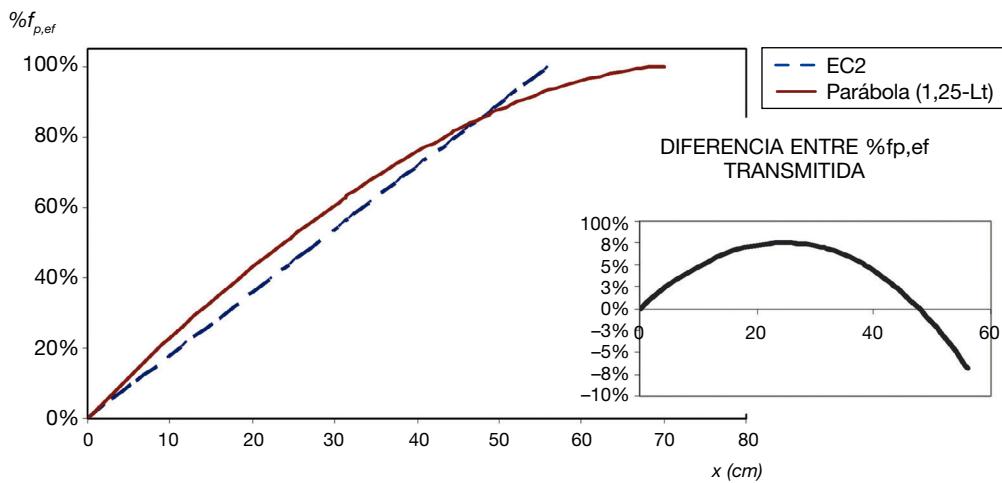


Figura 8. L_{tm} según EC2 y adaptación parabólica según [16] ($f_{c,t}$ 40 MPa, $f_{p,ef}$ 1090,91 N/mm², ϕ_p 12,8 mm).

5. Desarrollo de un método de cálculo que permita considerar otros modos de transferencia

5.1. Introducción al desarrollo del método propuesto

Como se ha señalado anteriormente, tanto el comportamiento de las piezas frente a cortante como ante las tensiones en la zona de transferencia, dependen de la cantidad de fuerza de pretensado transmitida en una distancia dada, especialmente en el caso de piezas sin armaduras de cortante, y por tanto, con un comportamiento no dúctil, convirtiéndose en unos de los condicionantes principales de diseño. Como se ha mostrado en apartados precedentes, las diferencias pueden llegar a ser significativas independientemente del valor de L_t , especialmente en la zona próxima al extremo libre de la pieza, que es precisamente la crítica frente al cortante y a las citadas tensiones.

Como se ha indicado, el EC2 es la única, entre las normas y códigos consultados, que permite considerar leyes de desarrollo del pretensado diferentes a la lineal siempre que se justifique y que se modifique la longitud de transmisión coherentemente. Con el objeto de responder a estos requerimientos, y para poder estudiar algunos otros aspectos señalados hasta ahora, se ha desarrollado un método de cálculo basado en el modelo mecánico que se explica a continuación.

Los datos iniciales para aplicar el método serán la tensión eficaz del acero y la ley de adherencia en función del deslizamiento, y se obtendrá la longitud de transmisión, el desarrollo de la fuerza de pretensado, las tensiones de adherencia y el deslizamiento de la armadura activa.

5.2. Planteamiento del modelo físico

En el momento en que se lleva a cabo la transferencia el acero, que se encontraba sometido a una tensión previa, comienza a acortarse dando lugar a un deslizamiento relativo entre éste y el hormigón endurecido. Frente a este deslizamiento aparecen tensiones de adherencia en la interfaz entre los dos materiales,

que reducen y finalmente detienen el deslizamiento, coaccionando al acero y, por tanto, manteniendo un determinado nivel de la tensión, que se ve reducida del valor de tesado al eficaz ($f_{p,ef}$).

Así, a lo largo de la longitud de transmisión, el acero pasa de encontrarse libre de deformación y tensión en el extremo de la pieza, a estar sometido a la tensión eficaz. A su vez, transmite la tensión al hormigón, donde las tensiones de compresión aumentan proporcionalmente en función de las tensiones de adherencia que se producen en la interfaz entre ambos materiales. También en función de dichas tensiones el deslizamiento relativo pasa de un valor máximo en el extremo libre a cero al final de la zona de transferencia.

Se supone para elaborar nuestro modelo mecánico una pieza de hormigón con área neta A_c , pretensada mediante armadura pretesa cobaricéntrica de área A_p y perímetro U_p . En la figura 9 se representa el estado tensional de una rebanada de pieza de longitud dx perteneciente a la zona de transferencia, sobre la que se aplicarán condiciones de equilibrio.

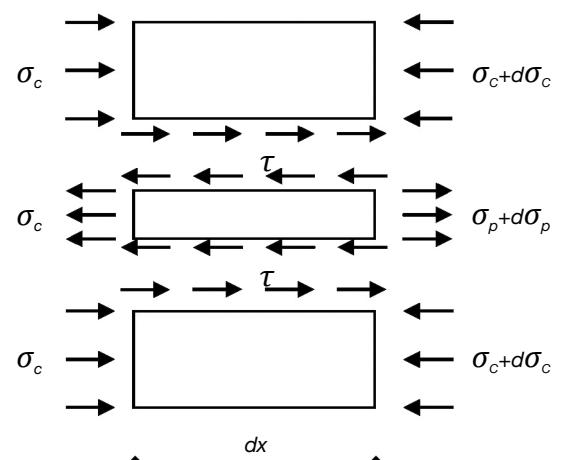


Figura 9. Estado tensional durante la transferencia.

siendo:

- τ Tensión de adherencia.
- σ_c Tensión en el hormigón.
- σ_p Tensión en la armadura pretensada.

En realidad, existiría una componente radial de la adherencia, σ_N , que no se encuentra representada en el modelo. Como se observa en la figura 10, al plantear el equilibrio de la rebanada la resultante de estas tensiones resulta autoequilibrada, por lo que podemos aplicar el equilibrio de acuerdo con el estado tensional representado en la figura 9 (para otros modelos que consideren σ_N , [6,7]).

El valor de la tensión de adherencia se considera en el modelo dependiente del deslizamiento relativo entre el hormigón y la armadura, denominado s . La tensión de adherencia se expresa, por tanto, como $\tau(s)$, siendo en el caso general no lineal.

Tras proceder a establecer las condiciones de equilibrio, se obtienen las ecuaciones que rigen el fenómeno:

$$\frac{d\sigma_p}{dx} = +\tau(s) \frac{U_p}{A_p} \quad (30)$$

$$\frac{d\sigma_c}{dx} = +\tau(s) \frac{U_p}{A_c} \quad (31)$$

Según [8] y [9], es posible expresar el deslizamiento relativo en función de las deformaciones del acero y el hormigón:

$$s = \int_0^{L_t} (\varepsilon_{pt} - \varepsilon_p(x) - \varepsilon_c(x)) \cdot dx \quad (32)$$

y por tanto

$$\frac{ds}{dx} = \varepsilon_{pt} - \varepsilon_p(x) - \varepsilon_c(x) \quad (33)$$

siendo ε_{pt} , $\varepsilon_p(x)$ y $\varepsilon_c(x)$, respectivamente, la deformación inicial del acero debido a la tensión de tesado y la deformación del acero y el hormigón en cada punto de la zona de transferencia.

Las Ecuaciones (30), (31) y (33) componen el sistema de ecuaciones diferenciales que expresa el fenómeno de la transferencia del pretensado con armadura pretensa.

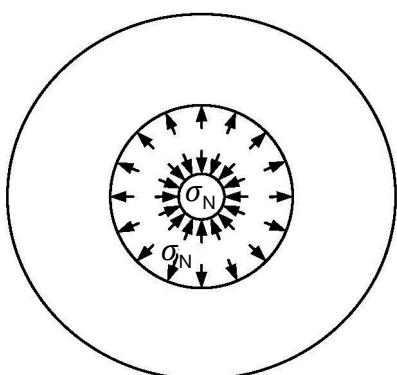


Figura 10. Estado tensional transversal.

Las condiciones de contorno, con el origen del eje x en el extremo libre de la pieza y positivo hacia el interior de la misma, son las siguientes:

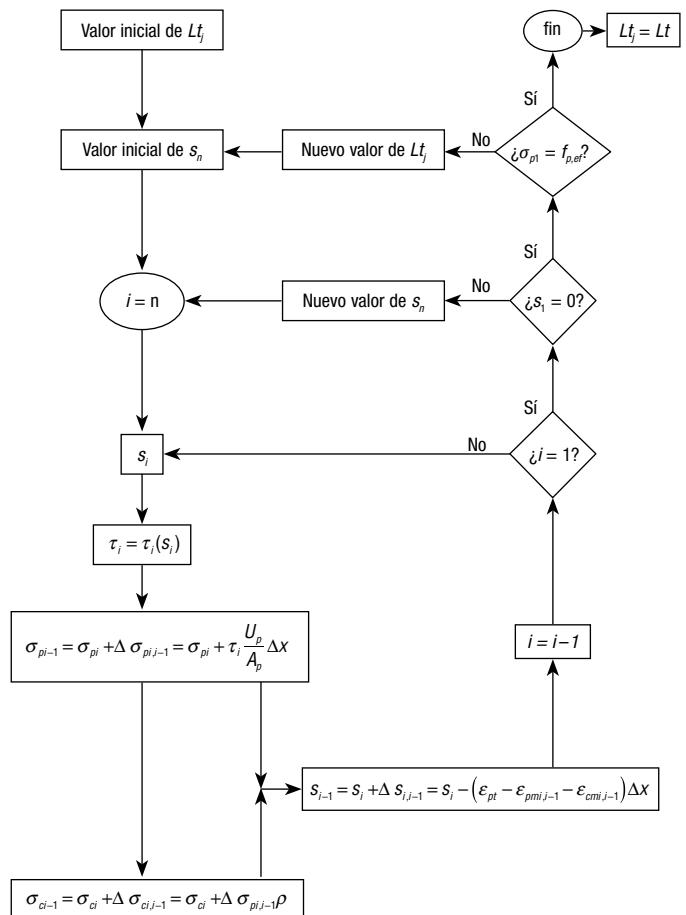
$$x = 0 \rightarrow \sigma_p = 0$$

$$x = L_t \rightarrow s = 0$$

5.3. Presentación del método de cálculo propuesto

Zanuy et al. han puesto a punto un método de cálculo para resolver la ecuación diferencial que representa el fenómeno de transferencia de tensión entre el acero y el hormigón en hormigón armado mediante la resolución iterativa del sistema de ecuaciones diferenciales planteadas de forma incremental, aplicándolo con éxito al estudio de la fatiga [26] o del fenómeno de “tensión stiffening” negativo [27].

Se ha aplicado el método a las ecuaciones que rigen la transferencia del pretensado, Ecuaciones (30), (31) y (33), adaptándolo para que el valor a obtener mediante las iteraciones sea la longitud de transmisión. En realidad se trata de iterar la longitud de transmisión, incluyendo dentro de cada iteración el esquema de resolución planteado por Zanuy et al. en [27], adaptado al caso de la transferencia del pretensado en piezas pretensadas (fig. 11):



1. Dada una longitud de transmisión L_{tj} se divide en $(n-1)$ intervalos de longitud Δx la zona de transferencia, generando así n nodos (fig. 12) en los que se resolverán las ecuaciones incrementales que se describen en el paso siguiente.

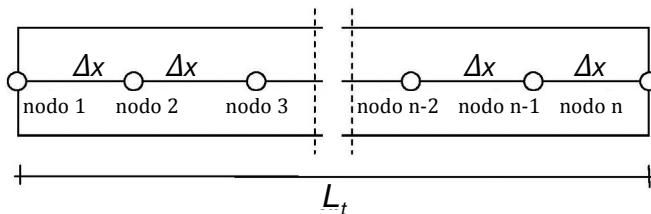


Figura 12. Discretización de la zona de transferencia.

2. Se supone un valor del deslizamiento relativo (s) en la sección extrema (nodo n) para iniciar el cálculo (s_n) y se itera este valor hasta obtener con la tolerancia deseada un valor del deslizamiento nulo en la sección correspondiente a L_t ($s_t = 0$). Este paso se resuelve como sigue:

- a) Con el valor inicial de s_n se arranca una secuencia de cálculo que avanza resolviendo paso a paso el sistema de ecuaciones incrementales siguiente, deducido de las Ecuaciones (30), (31) y (33), a lo largo de la zona de transferencia, es decir, desde n hasta 1:

$$\tau_i = \tau_i(s_i) \quad (34)$$

$$\Delta\sigma_{pi,i-1} = +\tau_i \frac{U_p}{A_p} \Delta x \quad (35)$$

$$\Delta\sigma_{ci,i-1} = +\Delta\sigma_{pi,i-1} \cdot \rho \quad (36)$$

$$\Delta s_{i-1} = -(\varepsilon_{pt} - \varepsilon_{pmi,i-1} - \varepsilon_{cmi,i-1}) \cdot \Delta x \quad (37)$$

- b) Obtenido s_t , si este es igual a cero, se detiene el proceso. En caso contrario, se repite dicho proceso iterando con un nuevo valor de s_n .
3. Si el valor obtenido al finalizar la iteración de s_n para la tensión efectiva del acero en la transferencia (σ_{pi}) coincide con el teórico de la tensión eficaz, $f_{p,ef}$, con la tolerancia deseada, L_{tj} es el valor de la L_t ; buscado, en caso contrario se repite el proceso iterando con un nuevo valor de L_t .

Tanto para las iteraciones de s_n como de L_t se ha utilizado el algoritmo de regula falsi modificado, convergiendo rápidamente.

Mediante este método, que puede ser implementado en cualquier hoja de cálculo, es fácil obtener no sólo el valor de la longitud de transmisión, sino también el desarrollo de la fuerza de pretensado en la zona de transferencia, el deslizamiento del pretensado a lo largo de ésta para diferentes formulaciones de la tensión de adherencia, tanto lineales como no lineales, así como la distribución de dichas tensiones.

6. Aplicación del método propuesto

6.1. Obtención del desarrollo, el deslizamiento y las tensiones de adherencia en la zona de transferencia

Una vez implementada una ley de adherencia dada, mediante la aplicación del método propuesto se obtienen, además del desarrollo del pretensado y L_t , las leyes de deslizamiento de la armadura activa respecto al hormigón y las tensiones de adherencia entre ambos a lo largo de la zona de transferencia (figs. 13 a 16).

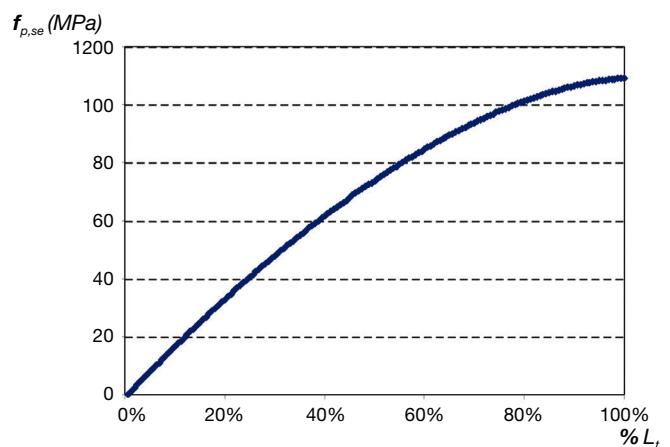


Figura 13. Desarrollo del pretensado. Ecuación (3), $f_{c,t}$ 40 MPa, $f_{p,ef}$ 1091 MPa, ϕ 12,8 mm.

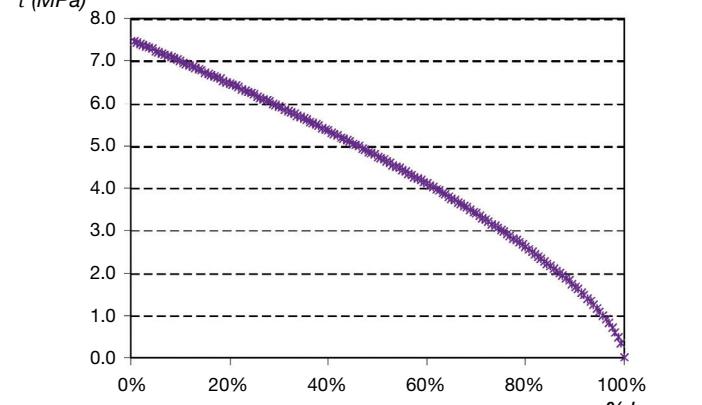
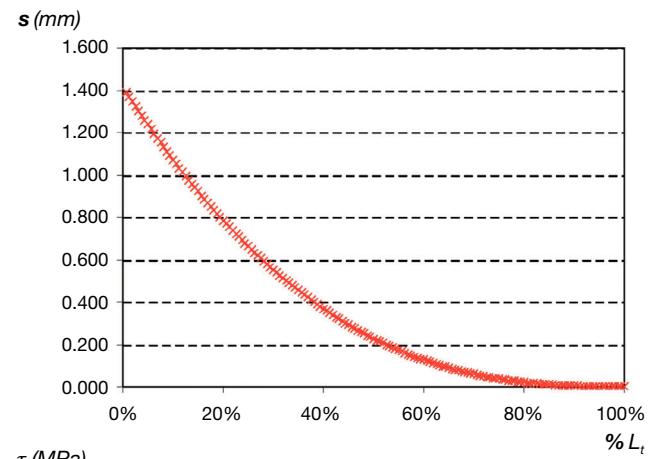


Figura 14. Deslizamiento relativo (s) y tensiones tangenciales (τ). Ecuación (3), $f_{c,t}$ 40 MPa, $f_{p,ef}$ 1091 MPa, ϕ 12,8 mm.

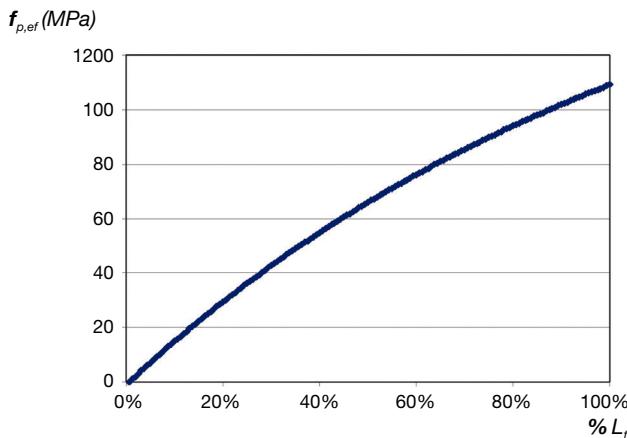


Figura 15. Desarrollo del pretensado. Ecuación (5), $f_{cc,t}$ 55 MPa, $f_{p,ef}$ 1091 MPa, ϕ 9,3 mm.

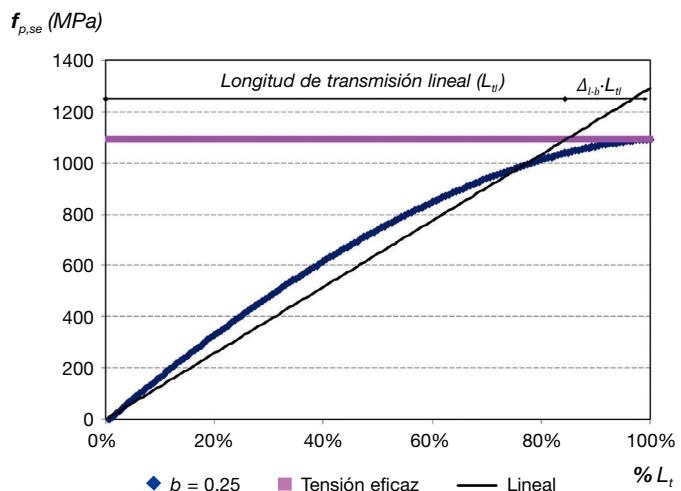


Figura 17. Modo de desarrollo con $b = 0,25$ y desarrollo lineal que produce el mejor ajuste.

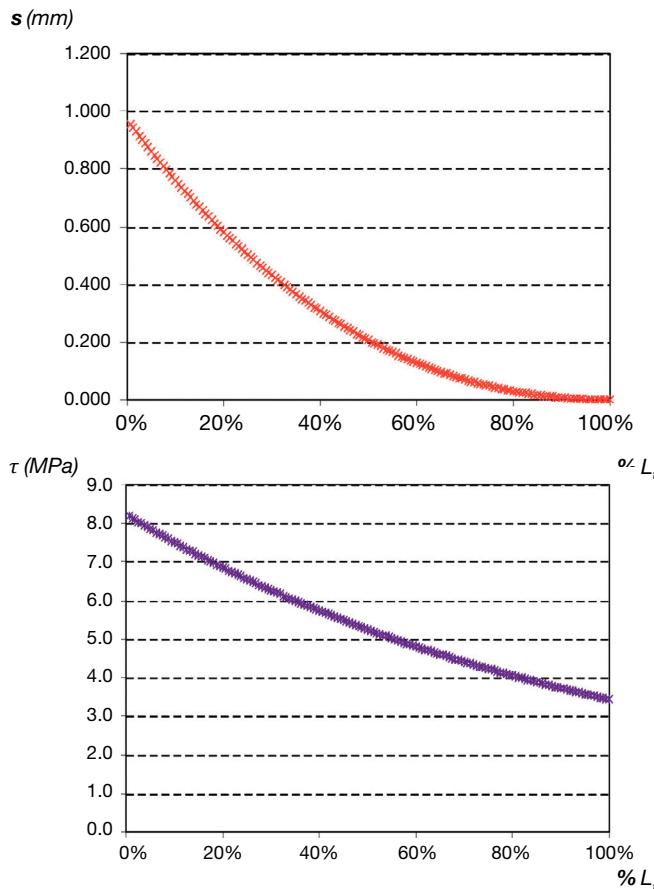


Figura 16. Deslizamiento relativo y tensiones tangenciales. Ecuación (5), $f_{cc,t}$ 55 MPa, $f_{p,ef}$ 1091 MPa, ϕ 9,3 mm.

6.2. Respuesta a los requerimientos del EC 2

Como se ha indicado, a cada modo de desarrollo de la fuerza de pretensado le corresponde un factor de forma α y un coeficiente b . Mediante leyes de adherencia del tipo representado por las Ecuaciones (2) o (4) se han obtenido los desarrollos de

pretensado y longitudes de transmisión correspondientes a diferentes valores de b . Se ha estimado, mediante la aplicación del método de mínimos cuadrados, el desarrollo lineal que se ajusta mejor a cada uno de los desarrollos obtenidos para distintos valores de b (regresión lineal, fig. 17). Este nuevo desarrollo se correspondería con una ley de adherencia del tipo citado con $b=0$ y un coeficiente C distinto al original, y se ha denominado *desarrollo lineal equivalente*.

A cada desarrollo lineal equivalente le corresponde un valor de L_t (fig. 17). Se han obtenido los porcentajes de variación de L_t entre un desarrollo con coeficiente b cualquiera y su desarrollo lineal equivalente. Se ha comprobado que este porcentaje no depende del valor del coeficiente C , sino únicamente del de b , es decir, de la forma de la ley de desarrollo del pretensado. Tampoco influyen la tensión de tesado ni la resistencia del hormigón. Sí depende dicho porcentaje de la geometría de la armadura activa, dado que el valor de b , de acuerdo con la bibliografía consultada, depende de ella. Estos porcentajes de variación ajustan adecuadamente a las expresiones siguientes:

$$\Delta_{l \rightarrow b} = 72,5\% \cdot b \quad (38)$$

$$\Delta_{b \rightarrow l} = 61,6\% \cdot b \quad (39)$$

Siendo:

$\Delta_{l \rightarrow b}$ Porcentaje en que L_t aumenta al pasar de un desarrollo lineal a otro de coeficiente b equivalente.

$\Delta_{b \rightarrow l}$ Porcentaje en que L_t disminuye al pasar de un desarrollo de coeficiente b a otro lineal equivalente.

Con esto, se responde a los requerimientos del EC2 para utilizar modos de desarrollo distintos al lineal, pues se ofrece un procedimiento justificado de obtener la longitud de transmisión correspondiente al modo de desarrollo deseado.

6.3. Comparación entre leyes de adherencia semejantes

Como se verá a continuación, diferentes leyes de adherencia pueden arrojar resultados muy similares en cuanto al valor de L_t y el modo de desarrollo de la fuerza de pretensado. Mediante la aplicación del método propuesto es posible comparar en más detalle los resultados derivados de adoptar cada una de las leyes, al obtenerse el deslizamiento relativo y la tensión a lo largo de la zona de transferencia. Esto permite dimensionar en consecuencia las piezas, controlar la producción o discriminar entre las leyes la que mejor ajusta unos resultados experimentales.

A modo de ejemplo, se comparan a continuación los resultados obtenidos mediante la aplicación de la Ecuación (5) (figs. 13 y 14) y de una ley del tipo definido por la Ecuación (2) al algoritmo propuesto en el apartado 5. Utilizando dicho método se han buscado los valores de C y b que arrojan el desarrollo del pretensado más próximo al obtenido con la Ecuación (5), resultando ser los siguientes (fig. 18):

$$\tau_{cs} = 9,85 \cdot \delta^{0,14} \quad (40)$$

En las figuras siguientes (figs. 19 y 20) se representan los resultados obtenidos mediante la aplicación del método pro-

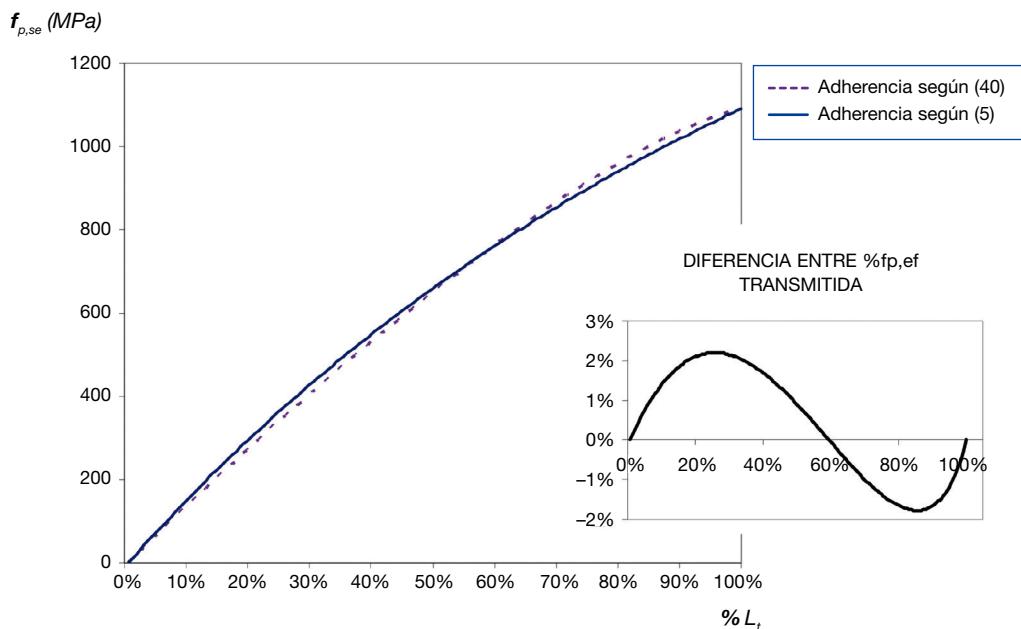


Figura 18. Desarrollos del pretensado obtenidos considerando como $\tau(s)$ la Ecuación (40) y la Ecuación (5) en el método propuesto.

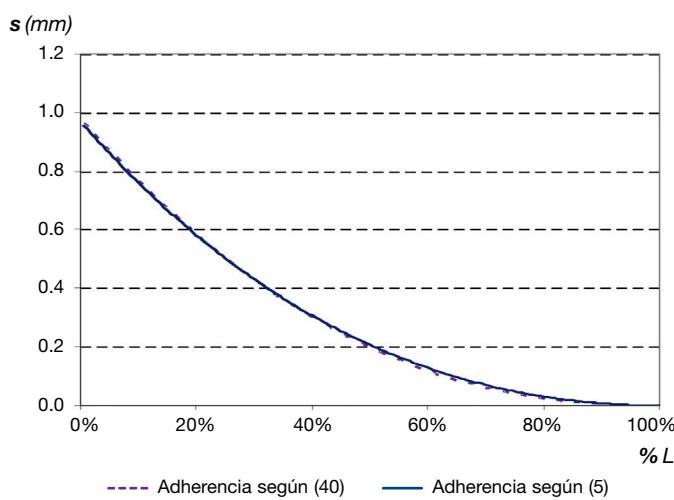


Figura 19. Deslizamiento relativo a lo largo de la zona de transferencia obtenido considerando como $\tau(s)$ las expresiones (5) y (40) en el método propuesto.

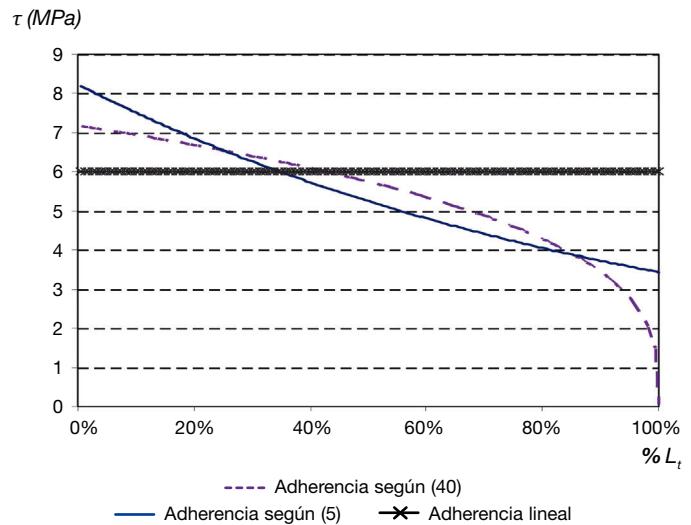


Figura 20. Tensión de adherencia a lo largo de la zona de transferencia obtenida considerando las expresiones (5) y (40).

puesto considerando como expresión de $\tau(s)$ las Ecuaciones (5) y (40). Como puede observarse, el desarrollo del pretensado y el deslizamiento relativo entre el hormigón y el acero son significativamente iguales.

Sin embargo, a pesar de mostrar resultados tan similares en lo que a L_t , desarrollo y deslizamiento relativo entre el hormigón y el acero se refiere, las tensiones en la interfaz a lo largo de la pieza son claramente diferentes, como se observa en la figura 20. El valor de la tensión de adherencia a lo largo de la zona de transferencia obtenido con la Ecuación (5) es un 14% superior en el extremo libre de la pieza y llega a ser un 10% inferior cuando consideramos valores en el entorno del 60% de L_t .

En la figura 20 se muestra también el valor de la tensión de adherencia correspondiente a la estimación de desarrollo del pretensado lineal equivalente, obtenido mediante la aplicación de la Ecuación (39). En este sentido, es necesario destacar que en el caso de utilizar la Ecuación (5) propuesta por Den Uijl, si bien el valor de L_t obtenido difiere del lineal equivalente en sólo un 10% y los desarrollos del pretensado son sensiblemente semejantes (fig. 21), el valor de la tensión de adherencia en el extremo de la pieza llega a suponer un incremento del 36% respecto a la estimación lineal. Si comparamos a continuación los resultados de adoptar la ley de $\tau(s)$ exponencial (Ecuación (40)) con la estimación lineal, se reduce la diferencia máxima en el extremo, pero sólo hasta un 20%. En ambos casos las tensiones fueron superiores en más de un 10% a la lineal durante el 23% inicial de la zona de transferencia aproximadamente. Estas diferencias pueden ser determinantes en el caso de piezas sin armadura transversal, y por tanto con un comportamiento no dúctil, como ya se ha señalado anteriormente.

Existen por último dos aspectos conceptuales que se ponen de manifiesto al comparar los resultados obtenidos con ambas leyes de adherencia.

El primero de ellos es que en caso de utilizar como ley expresiones semejantes a la Ecuación (40) o la Ecuación (3), el valor final de la tensión se aproxima de forma suave a cero (fig. 20), y por tanto se alcanza la tensión de pretensado de forma gradual (con tangente horizontal, ver figura 13), mientras que en el caso de considerar la adherencia según la Ecuación (5), existe un quiebro en el desarrollo del pretensado al alcanzar la transferencia, ya que el valor final de la tensión, al presentar una contribución de la adhesión constante [5], no tiende nunca a cero, sino que se reduce de forma brusca, ya que al no existir deslizamiento, tampoco existe tensión (fig. 20).

El segundo, relacionado con el primero, es que mantener una contribución de la adhesión a la tensión de adherencia constante, sea cual sea el valor del deslizamiento, parecería inadecuado para deslizamientos elevados, ya que se debería haber roto la adhesión. Más allá, parecería incorrecto considerar valores de la tensión de adherencia constantes, dado que la contribución a la adherencia de factores reconocidos en la generalidad de la bibliografía consultada, como el efecto Poisson, no es constante a lo largo de la zona de transferencia. No obstante, el comportamiento no lineal del hormigón que rodea la armadura activa podría justificar [4] la adopción de valores constantes.

7. Conclusiones y recomendaciones

A continuación se resumen las principales conclusiones y recomendaciones extraídas del estudio expuesto:

1. Existe una gran dispersión en el tratamiento de la longitud de transmisión y el desarrollo del pretensado entre las diferentes normas y propuestas de la bibliografía.
2. Se ha comprobado que el modo de desarrollo de pretensado afecta de forma significativa al porcentaje de fuerza de pretensado transmitida para una misma distancia, afectando al diseño de las piezas, con independencia de los valores adoptados por L_t .
3. También se ha comprobado que, incluso con desarrollos y valores de L_t aparentemente semejantes, el modelo de tensiones de adherencia considerado puede implicar diferencias significativas entre los valores alcanzados por la tensión de adherencia.
4. De entre los Códigos y Normas, únicamente el EC2 permite explícitamente considerar leyes de desarrollo del pretensado distintas a la lineal, siempre y cuando se justifique y se adapte de forma coherente la longitud de transmisión.
5. Se ha propuesto un método de cálculo sencillo de implementar con medios informáticos usuales que permite responder a los requerimientos del EC2 y que aporta información respecto a las tensiones de adherencia y el deslizamiento a lo largo de la zona de transferencia. Creemos que es una herramienta de cálculo que permite abordar cálculos precisos con más seguridad.

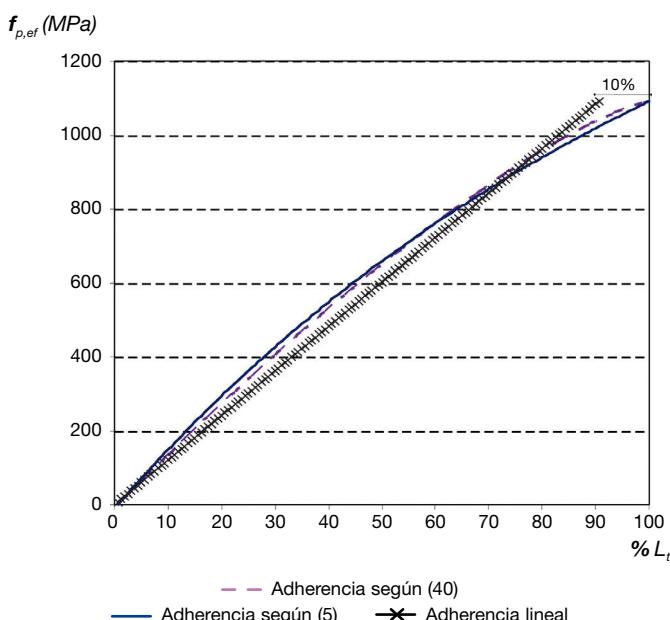


Figura 21. Desarrollos del pretensado obtenidos considerando la Ecuación (40) y la Ecuación (5) y la ley lineal equivalente.

Agradecimientos

A los profesores Carlos Zanuy y Luis Albajar, a INTEMAC, al personal de la biblioteca de la Escuela de Ingenieros de Caminos de la U.P.M. y especialmente al profesor Joop A. Den Uijl. Esta investigación forma parte de un trabajo más extenso para una tesis que se desarrolla en el Departamento de Ingeniería Civil-Construcción de la Escuela de Ingenieros de Caminos de la U.P.M.

Bibliografía

- [1] French C, Shield CK, Klaseus D, Smith M, Eriksson W, Ma ZJ, et al. NCHRP web-only document Cast-in-place concrete connections for precast deck system. NCHRP 10-71 Final Report. Transportation Research Board of the National Academies, 782 pp. 2011.
- [2] Janney JR. Nature of bond in pre-tensioned prestressed concrete. *Journal of the American Concrete Institute*. 1954;25:717-36.
- [3] Russell B.W, Burns NH. Measured transfer lengths of 0.5 and 0.6 in. strands in pretensioned concrete. *PCI Journal*. 1996;41:44-64.
- [4] Den Uijl JA. Background of the CEB-FIP Model Code 90 Clauses on Anchorage and Transverse Tensile Actions in the Anchorage Zone of Prestressed Concrete Members. 28 CEB Plenary Session; pp. 71-94; Viena; Septiembre, 1991.
- [5] FIB. Bond of reinforcement in concrete: State of art report. FIB Bulletin. 2000;10.
- [6] Tork BS, Gálvez JC, Planas J, Elices M. Fisuración longitudinal de elementos pretensados durante la transferencia de la fuerza de pretensado I. Parte experimental. *Hormigón y Acero*. 1999;2.º trimestre:61-71.
- [7] García G. Estudio analítico y numérico sobre la adherencia de cordones de acero en elementos pretensados de armadura pretesa. Proyecto Técnico. E.T.S. de Ingenieros de Caminos, C. P. de La Coruña. Enero, 2001.
- [8] Balázs GL. Transfer length of prestressing strand as a function of draw-in and initial prestress. *PCI Journal*. 1993;38:86-93.
- [9] Balázs GL. Transfer control of prestressing strands. *PCI Journal*. 1992;37:60-9.
- [10] Bruggeling ASG. Structural concrete. Theory and its application. A. A. BALKEEMA, 1991.
- [11] Vázquez C. Estudio comparativo de las propiedades de adherencia de cordones de pretensado en elementos prefabricados de hormigones de altas prestaciones iniciales. Tesis doctoral. Universidad de La Coruña. Diciembre, 2000.
- [12] Tabatabai H, Dickson TJ. The history of the prestressing strand development length equation. *PCI Journal*. 1993;Noviembre-Diciembre: 64-75.
- [13] CEB-FIP. Código modelo CEB-FIP 1990 para hormigón estructural. GEHO-CEB. 1995.
- [14] EN 1992-1-1 Eurocode 2. Design of concrete structures – Part 1 – 1: General rules and rules for buildings.. CEN. Diciembre 2004.
- [15] UNE ENV 1992-1-1 Eurocódigo 2. Proyecto de estructuras de hormigón. Parte 1-1: reglas generales y reglas para edificación. AENOR. Noviembre 1993.
- [16] UNE ENV 1992-1-3 Eurocódigo 2. Proyecto de estructuras de hormigón. Parte 1-3: reglas generales. Elementos y estructuras prefabricadas de hormigón. AENOR. Diciembre 1995.
- [17] EHE-08. Instrucción de hormigón estructural. 4.ª ed. Centro de Publicaciones, Secretaría General Técnica, Ministerio de Fomento; 2010.
- [18] ACI Committee 318. Requisitos de reglamento para concreto estructural (ACI 318S-11) (versión en español y en sistema métrico). ACI. 2011.
- [19] Den Uijl JA. Transfer length of prestressing strand in HPC. *Progress Concrete Research*. 1995;4: 75-90. Delf, The Netherlands.
- [20] Olesniewicz A. Statistical evaluation of transmission length of strand. BISTYP, Varsovia. 1975.
- [21] Chandler IJ. Transmission lengths of pretensioned tendons from measurements of pull-in. Senior Lecture; Civil Engineering; Curtin University of Technology; pp.131-135. Noviembre 1990.
- [22] Caro LA. Comportamiento adherente diferido de armaduras pretesas en hormigón. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Valencia. Julio 2012.
- [23] Tur V, Fic S. Control of the transmission length in the prestressed hollow-core slabs using values of the strand end slip". *Budownictwo i Architektura*. 2013;12:171-8.
- [24] Martí-Vargas JR, Arbelaez CA, Serna-Ros P, Navarro-Gregori J, Pallares-Rubio L. Analytical model for transfer length prediction of 13 mm prestressing strand. *Structural Engineering and Mechanics*. 2007;26:211-29.
- [25] Jacobs JP. Commentary Eurocode 2. The European Concrete Platform ASBL. Junio 2008.
- [26] Zanuy C, Albajar L, De La Fuente P. Evaluation of fatigue bond strength of anchorage zones with a mechanical model. *ASCE Journal of Structural Engineering*. 2013;139:28-38.
- [27] Zanuy C. Investigating the negative tension stiffening effect of reinforced concrete. *Structural Engineering and Mechanics*. 2010;34:189-211.