

Los Algoritmos Genéticos en el Modelo de Cournot

Genetic Algorithms in the Cournot Model

*Elsy L. Gómez R. ■

**Héctor A. Guerrero M. ■

Resumen

En el modelo clásico de Cournot se emplea un mecanismo de variación conjetural en la producción, donde el equilibrio se encuentra entre el monopolio y el equilibrio competitivo, por lo que las empresas y consumidores no son indiferentes ante las cantidades y precios alcanzados. Es decir, las cantidades a producir son mayores que en el monopolio pero con un beneficio menor. En el artículo se muestran los resultados alcanzados en el modelo ante el aprendizaje individual y social a través de esta metodología. Se exponen las implicaciones, adaptaciones y alcances de los Algoritmos Genéticos para resolver el problema de aprendizaje de las empresas en el modelo de Cournot mediante una visión de racionalidad limitada, en la computación evolutiva y en la teoría de juegos evolutivos.

Palabras clave:

- Inteligencia Artificial
- Algoritmos Genéticos
- Modelo de Cournot

Abstract

In the classical model is employed Cournot conjectural variation mechanism in production, where the balance lies between monopoly and competitive balance, so that businesses and consumers are not indifferent to the quantities and prices achieved. That is, the production quantities are higher than in the monopoly but with a smaller profit. The article shows the results achieved in the model to the individual and social learning through this methodology. We describe the implications, adaptations and scope of genetic algorithms to solve the learning problem of firms in Cournot model by a vision of bounded rationality in evolutionary computation and evolutionary game theory.

Keywords:

- Artificial intelligence
- Genetic algorithms
- Cournot Model

JEL: C2, C33, C30

1. Introducción

Con la publicación del libro de Von Neumann y Morgenstern *Theory of Games and Economic Behavior* en 1944 se inicia formalmente la teoría de juegos, la cual tenía como idea central confrontar las limitaciones de la teoría neoclásica (que sólo estudiaba situaciones donde el agente no era expuesto a ningún conflicto-monopolio y competencia perfecta) y aportar una visión de *interacción entre los agentes*. Por ejemplo, cuando nos encontramos con estructuras de mercado donde solo algunas empresas compiten (oligopolio).

Uno de los antecedentes de la teoría de juegos es el modelo de Cournot (desarrollado en 1838) el cual emplea un mecanismo de variación conjetural en la producción, donde el equilibrio se encuentra entre el monopolio y el equilibrio competitivo, por lo que las empresas y consumidores no son indiferentes ante las cantidades y precios alcanzados (Mas-Colell et al., 1995). Es decir, las cantidades a producir son mayores que en el monopolio pero con un beneficio menor. El análisis tradicional en este modelo de duopolio se basa principalmente en la función de reacción, pero al incluir más empresas a competir, los resultados se vuelven inestables al tratar de seguir los supuestos establecidos en el modelo.

*Instituto Politécnico Nacional (IPN) ■ ■ ■

**Universidad Autónoma Metropolitana (UAM-X)

El desarrollo reciente de la teoría de juegos evolutivos impulsado por Maynard-Smith (1982) ha contribuido a brindar otro tipo de adaptación dinámica, en lugar de la función de reacción (Vallée y Yildizoglu, 2009) lo que ha permitido introducir un análisis más sofisticado donde se desee incluir el aprendizaje de las empresas, por lo que los métodos de búsqueda utilizados son adaptativos y sobre todo estables, dando lugar a los Algoritmos Genéticos (AG), los cuales están inspirados en la evolución biológica.

Existe literatura especializada que ha logrado generar cierto consenso en los resultados cuando se analiza el modelo de Cournot con metodologías evolutivas. Por ejemplo, en Vallée y Yildizoglu (2009) se muestran estos consensos y discusiones sobre la convergencia que alcanza el modelo ante el aprendizaje individual y social. Sin embargo, ante la robustez de este tipo de investigaciones se deja casi de lado las implicaciones teóricas y prácticas de utilizar herramientas que emanan de la Inteligencia Artificial (IA) o las adaptaciones fueron requeridas para que los AG resuelvan problemas económicos.

Lo anterior se debe a que este tipo de investigaciones se dedican a ofrecer resultados sobre sus experimentos computacionales y discutir sus diferencias con respecto a otros experimentos de la misma naturaleza. Así, la motivación de esta investigación es realizar un punto de encuentro entre diversas disciplinas (economía, biología, psicología y otras) y exponer sus relaciones de una forma sencilla para un caso específico.

El objetivo de la investigación es exponer las implicaciones teóricas y prácticas, adaptaciones y alcances de los AG para resolver el problema de aprendizaje de las empresas en el modelo de Cournot. Para lograr nuestro objetivo nos apoyamos en la visión de racionalidad limitada (representada por los AG), en la computación evolutiva (que especifica la construcción y funcionamiento de los AG) y en la teoría de juegos evolutivos (que relaciona métodos evolutivos y las interacciones de los agentes).

La investigación está estructurada de la siguiente forma. En el segundo apartado, se expone la visión ideológica, elementos y funcionamiento de los AG. En esencia, nos apoyamos en la visión de racionalidad limitada (que se caracteriza por considerar los avances en psicología, biología, ingeniería, entre otras) que da sustento a la IA y en la metodología que sigue la computación evolutiva para la construcción de un AG. En el tercer apartado, se estudia desde el modelo clásico de Cournot, donde el análisis se hace a través de la función de reacción (estático) y se logra un equilibrio estable (Nash-Cournot), hasta la versión evolutiva donde los AG toman lugar. En el cuarto, se exponen los hallazgos más sobresalientes encontrados en la investigación. Y finalmente, las conclusiones.

2. Algoritmos genéticos

En 1975 con la publicación del libro *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, Holland presenta a los AG como una abstracción de la evolución biológica. Holland¹ lo define como un método de cambio de una población de cromosomas a una nueva población, usando un tipo de “selección natural” junto con los operadores genéticos (recombinación, mutación e inversión). Teniendo como principal atractivo utilizarlos como métodos de búsqueda ante problemas altamente complejos o incluso como diseñadores de soluciones innovadoras, entre otros (Mitchell, 1999).

2.1 Marco teórico

Uno de los supuestos de la visión neoclásica es la racionalidad de los agentes, que busca maximizar el beneficio o utilidad. Lo anterior implica, entre otros aspectos, que el agente tiene una alta capacidad de procesamiento sobre todas sus alternativas y consecuencias y, por ende, puede optimizar. Así, la función de utilidad refleja una confianza absoluta en las preferencias, donde éstas se conciben racionales, consistentes y transitivas, es decir, existe una idealización del agente. Sin embargo, existe evidencia de que las elecciones humanas son susceptibles a cambios e incluso a ser erróneas (Kahneman, 2011).

Lo anterior, ha impulsado el surgimiento de diversas visiones para dar respuesta a fenómenos que desde la visión ortodoxa no parecen tener lugar. Por ejemplo, para dar respuesta a los acontecimientos surgidos en la Gran Depresión de 1929, Keynes incluyó diversos elementos en su teoría, como el actuar de los empresarios, el cual se basaban en conceptos psicológicos y rechazaba los supuestos de la economía clásica sobre la información y la previsión del futuro (axioma de ergodicidad), donde este último presupone que cualquier dato futuro puede ser confiablemente pronosticado a través del análisis estadístico. Así, en el largo plazo el equilibrio está predeterminado y, por lo tanto, no puede ser modificado por ninguna acción humana o gubernamental (regulación) (Davidson, 2008).

Otro ejemplo, es la teoría de juegos que se basa en estrategias que involucran no sólo el actuar del agente, sino también de los demás, aunque sigue manteniendo el supuesto de racionalidad. Sin embargo, ésta busca tener un mayor acercamiento con la realidad (modelando los conflictos entre los agentes) y evidenciar el aislamiento de la economía con otras disciplinas (Von Neuman y Morgenstern, 1953).

Al mismo tiempo pero bajo otro enfoque, el modelo de decisión racional es seriamente discutido bajo el contexto del comportamiento administrativo y de ges-

I En la actualidad el término AG puede diferir del concepto original.

ción. Como resultado, a mediados de la década de los cincuenta, se inicia la teoría de *racionalidad limitada* en la Universidad de Carnegie Mellon con H. Simon y otros. La investigación proponía el estudio de métodos de control y de procesos de decisión en las empresas, de este modo surgen las nociones de la *racionalidad limitada* o *acotada* como un método de observación empírica y directa de los fenómenos psicológicos a nivel individual (Egidi, 2008).

Así, H. Simon da origen a una corriente de investigación sobre los fundamentos cognitivos en la economía. Como parte de esta corriente Kahneman y Tverky se enfocaban en la complejidad del razonamiento humano a través de los juicios, la memoria, la relevancia dada a ciertos eventos o experiencias, las cuales rompen con reglas establecidas en la probabilidad. Lo que implica, que la racionalidad tal y como se concibe no es adecuada (Kahneman, 2011).

En el libro *Las Ciencias de lo Artificial* de H. Simon² se expone la relación entre el enfoque de racionalidad limitada y la IA. Esta relación se divide para nuestros fines en tres temáticas. En la primera, se establecen cuáles son las características de los objetos artificiales y cómo es posible imitar el comportamiento humano. Para dar respuesta Simon considera a los objetos artificiales como sintetizados, que pueden tener o no aspectos de los objetos naturales, que pueden caracterizarse en términos de funciones, objetivos y adaptación, y que son susceptibles a rediseñarse. En cuanto al hecho de la imitación, se menciona que un artefacto puede ser concebido como un punto de encuentro entre un entorno interno y externo. La ciencia de lo artificial depende de la simplicidad relativa entre ambiente interno y externo como fuente de abstracción y generalidad. En esencia, el objeto artificial imita al real para interactuar con el sistema externo, adaptándose en relación con los mismos objetivos a rangos comparables de tareas externas. La imitación es posible porque sistemas físicos distintos pueden organizarse para mostrar un comportamiento casi idéntico.

En la segunda, se profundiza sobre los alcances de la simulación (o imitación). Donde se trata de entender al sistema imitado poniendo a prueba la simulación en computadora con diferentes entornos imitados. Sin olvidar que una simulación se basa en supuestos y solo puede hacer aquello para lo que está programado. Sin embargo, la simulación puede enseñarnos cosas que desconocemos, es decir, pudiera ofrecer conocimiento nuevo de los mecanismos que gobiernan nuestro comportamiento y puede ser de gran ayuda cuando no se sabe mucho acerca de las leyes naturales que gobiernan el comportamiento del sistema interno.

Y en la tercera, la relación con los avances en la psicología experimental. Dado que en el mundo real la optimización, con o sin computadoras es imposible, el actor

2 Premio Nobel de Economía en 1978.

económico real acepta alternativas “bastante buenas” no porque se conforme con menos sino porque no tiene otra alternativa. Los avances en psicología de la elección indican que algunas de las propiedades que debiera tener un termómetro de la satisfacción son: 1) Que a diferencia de la función de utilidad, no debiera limitarse a seguir valores positivos y 2) Las lecturas periódicas de individuos en circunstancias estables no suelen estar muy alejados de cero (aceptación mínima) en una u otra dirección y los registros divergentes tenderían a volver con el tiempo al punto cero, por lo que los registros de la mayoría de la gente se hallarían ligeramente bajo cero (descontento leve) o un poco por encima (satisfacción moderada).

En resumen, la IA proporciona a menudo una forma de búsqueda heurística donde se encuentran decisiones *satisfacientes* (bastante buenas) en lugar de soluciones óptimas. Las metodologías que comparten estas características son los AG, los autómatas celulares, las redes neuronales, entre otras.

Como consecuencia, la visión de Simon resalta que:

El ser humano como sistema de comportamiento, es bastante simple. La complejidad aparente de nuestro comportamiento es fundamentalmente un reflejo de la complejidad del entorno en que nos encontramos.

Para entender mejor esta idea, es necesario saber que se considera como entorno a la memoria profunda (tamaño ilimitado) y a la información almacenada en libros, por lo que se pone especial énfasis en la memoria a corto plazo (tamaño limitado) a través de estudios de la psicología experimental. Además, queda implícito que más memoria no implica necesariamente más complejidad; ya que existe evidencia sobre el desempeño humano y su simulación computacional, que por lo general apoyan la hipótesis de simplicidad (Simon, 2006).

Antes de Simon la idea del modelado del cerebro y de la evolución biológica para solucionar problemas complejos era discutida desde los inicios de la era computacional. Los principales pioneros fueron Alan Turing, John von Neumann, Norbert Wiener, entre otros. Es decir, los científicos computacionales no sólo creían que sus herramientas podrían ser destinadas para fines militares sino incluso crear IA, por lo que se concentraban en estudios sobre biología y psicología principalmente (Mitchell, 1999).

2.2 Elementos

En este subapartado relacionamos cada uno de los elementos de los AG bajo dos posturas. Por un lado, desde la visión biológica y por otro, de la computación evolutiva (Griffiths *et al.*, 2002; Mitchell, 1999).

Para visualizar lo anterior, en Mas- Colell et al. (1995) se considera una función de demanda inversa $p(q)=a-bq$, $a>c\geq 0$ $b>0$ y con rendimientos constantes a escala, donde el costo por unidad es c .

Para el caso de monopolio es: $q^m = a - c / 2b$ y $p^m = (a + c) / 2b$
 Para el caso de competencia competitiva es: $q^\circ = a - c / b$ y $p(q^\circ) = c$

$$b_i(q_k)=Max, (a-q_k)/2b\}$$

Por ejemplo, si las empresas producen como monopolio cada una tendrían la mitad de la cantidad requerida ($q=a-c/4b$). Esto no sería factible ya que las empresas tendrían que coludir. Pero ante una interacción estratégica, la mejor respuesta a que llegarían ambas empresas (equilibrio de Nash) sería donde la producción fuera mayor para cada una ($q=a-c/3b$) pero menor que en un nivel competitivo ($q=a-c/2b$). Es decir, en el equilibrio alcanzado si se generan ganancias pero no tan altas como en el monopolio, por lo que las empresas preferirán este equilibrio a los niveles competitivos. Mientras que los consumidores preferirán un nivel competitivo.

3.3 La versión evolutiva

En un juego de población finita con un perfil de estrategias q^* se dice que es EEE si en la presencia de una firma mutante j juega $q_j^{m \neq} q_j^*$:

$$Q_{-i,j}^* = \{q_p^*, \dots, q_{i-p}^*, q_{i+p}^*, \dots, q_{i-p}^*, q_{j+p}^* \dots q_n^*\}$$

Aquí en cada periodo t , cada estrategia es evaluada usando el mismo precio dado p^{t-1} . Y considerando el mecanismo de estrategia de selección “*roulette wheel*” donde la probabilidad de selección de una estrategia es proporcional a su aptitud relativa $f_{it} = F_{ij} / \sum F_{ij}$ de una estrategia dada j del jugador i .

47

c) Los AG se han posicionado como una herramienta altamente sofisticada en diversos campos de la economía y las finanzas. Esto se debe a que logran encontrar soluciones de una manera rápida y eficiente dentro de un espacio complejo y muy grande que bajo otros instrumentos sería exhaustivo o imposible de resolver. Pero también, presuponen una población inicial con alta calidad, una función de aptitud promedio estática y la exclusión de factores externos que pudieran influir en el proceso evolutivo.

- d) En un contexto económico es necesario hacer adaptaciones e incluso consideraciones específicas sobre la evolución de la racionalidad, el equilibrio y las normas.
- e) Para el caso del oligopolio los AG consideran una población donde todos sus miembros juegan la misma estrategia y se asume que un *mutante* surge cuando juega una estrategia diferente y que solo representa una pequeña fracción de la población al inicio del juego, por lo que la estrategia mutante tiene una menor tasa de reproducción y tenderá a desaparecer. Es decir, se necesita de una definición adaptada de EEE, donde todos compitan simultáneamente.

- f) La aplicación de los AG se justifica porque se requiere de un proceso de adaptación dinámica que pueda incluir de alguna forma la historia reflejada en el aprendizaje de las empresas, desde una perspectiva muy sofisticada (ya que no sólo incluye el actuar de los otros agentes sino también la capacidad de imitar, experimentar, crear expectativas.).
- g) Los problemas que surgen en la versión evolutiva del modelo de Cournot, se deben principalmente al tipo de información y a los beneficios que representan en la función de aptitud.

El modelo clásico de Cournot ofrece resultados basados en la variación conjetural de la producción bajo una modalidad estática. Así, la teoría de juegos evolutivos in-

