



## Evaluación experimental del caminado en tiempo real de un robot bípedo de 5 g.d.l. con marcha basada en movimientos cicloidales

Víctor De-León-Gómez, J. Alfonso Pámanes G., Víctor Santibáñez\*

Instituto Tecnológico de la Laguna, Blvd. Revolución y Cuauhtémoc S/N, C.P. 27000, Torreón, Coah., México

### Resumen

En este artículo se presentan los resultados de las pruebas de caminado realizadas con el robot bípedo de 5 grados de libertad (g.d.l.) desarrollado en el Instituto Tecnológico de la Laguna (ITLag). El patrón de marcha que se aplica en este robot se basa en leyes de movimiento de tipo cicloidal, las cuales le permiten avanzar mediante pasos sin impactos. Los experimentos realizados mostraron un adecuado comportamiento mecánico del robot y un desempeño eficaz de la ley de control aplicada para mantener el ZMP (acrónimo de **Z**ero **M**oment **P**oint) dentro del polígono de soporte de los pies del robot durante la marcha. Los parámetros especificados para el patrón de marcha aseguraron un caminado estable del robot, sin saturar los pares demandados a los actuadores. *Copyright © 2015 CEA. Publicado por Elsevier España, S.L.U. Todos los derechos reservados.*

**Palabras Clave:** Robots bípedos, patrones de marcha, ZMP, movimiento cicloidal, seguimiento de trayectorias.

### 1. Introducción

En los últimos 30 años el estudio de los robots bípedos ha sido de gran interés para numerosos investigadores, toda vez que su funcionamiento apropiado plantea múltiples retos científicos, tales como el diseño y construcción (Guangrong et al., 2013), consumo eficiente de energía (Wang et al., 2013), consideraciones físicas en el modelo (Vazquez y Velasco-Villa, 2013), entre otros, sin embargo el objetivo principal de este tipo de robots sigue siendo el realizar caminatas estables de manera similar a la marcha humana. La fabricación de robots bípedos, tanto comerciales como experimentales, se ha incrementado notablemente en los últimos años. En Francia se construyó un robot bípedo de 5 eslabones, llamado RABBIT, el cual ha servido para probar controladores relacionados con tareas de caminar y correr, análisis de impactos, ciclos límites y sistemas híbridos (Chevallereau et al., 2003; Westervelt et al., 2004a,b). En la universidad de Waseda en el año 2000 se desarrolló el robot WEBIAN el cual es un bípedo tridimensional de 52 g.d.l. capaz de caminar a 0.21 m/s (Hashimoto et al., 2002; Takanobu et al., 1999; Thuilot et al., 1997). Uno de los más famosos bípedos hasta la fecha es el robot humanoide ASIMO de la compañía Honda, cuyo desarrollo iniciado a mediados de 1980 ha incluido 10 generaciones de prototipos; actualmente tiene 57 g.d.l. y

es capaz de caminar, correr, saltar, girar, subir y bajar escaleras (Honda, 2014). El HRP-2 construido en Japón, es un robot bípedo tridimensional de 30 g.d.l. de 58 kg y 1.54 m de altura (Kajita et al., 2002; Kaneko et al., 2002). Entre los robots bípedos actuales con gran estabilidad dinámica se encuentra PetMan, de Boston Dynamics, un proyecto que inició en 2009 y que a la fecha cuenta con un prototipo de bípedo con torso que presenta un caminado más natural, puede flexionarse y saltar, logrando una excelente marcha incluso ante perturbaciones (Raibert, 2010).

Básicamente el control de caminado de un robot bípedo puede ser realizado de dos formas: mediante algoritmos dependientes del tiempo y no dependientes del tiempo. En este artículo se utilizan algoritmos dependientes del tiempo, los cuales controlan trayectorias predefinidas. En la literatura se encuentran trabajos como (Furusho y Sano, 1990; Sano y Furusho, 1990), en donde se controlan de manera desacoplada los movimientos en el plano frontal y sagital del robot BLR-G2. En (Kajita et al., 1992; Kajita y Tani, 1996) se usa un control PID para el seguimiento de trayectorias del robot Meltran II. Para un robot bípedo de 5 g.d.l., en (Mitobe et al., 1995) se aplicó un control par calculado. Por otra parte, en (Fujimoto y Kawamura, 1998) se muestra en simulación el seguimiento de trayectoria aumentado con control de fuerza a un bípedo de 20 ejes.

El criterio mayormente usado para el desarrollo de controladores de seguimiento de trayectorias se basa en el concepto del ZMP (Vukobratović y Juričić, 1969); el cual a menudo es usado como prueba de estabilidad en el caminado. Este criterio ha sido usado para asegurar estabilidad del seguimiento de

\* Autor en correspondencia

Correos electrónicos: V.DeLeonG.MX@ieee.org (Víctor De-León-Gómez), alfonso.pamanes@gmail.com (J. Alfonso Pámanes G.), santibaez@ieee.org (Víctor Santibáñez)

trayectorias en el robot WABIAN (Lim et al., 2000; Yamaguchi et al., 1999) y en el ASIMO (Hirai et al., 1998); también ha sido usado para analizar la estabilidad de algoritmos de control en (Kajita et al., 2002, 2001; Loffler et al., 2004) y (Park y Kim, 1998).

Entre los trabajos que han permitido el desarrollo del prototipo de robot Bípedo ITLag se pueden mencionar los relacionados a la propuesta de marcha basada en trayectorias cicloidales para la cadera y pie libre en el plano sagital (Pámanes y Nuñez, 2001) y en 3D (Arias y Pámanes, 2009); el diseño mecánico y construcción del prototipo bípedo (Moquet, 2004; Ortiz, 2005; Alvarez et al., 2007); el modelado cinemático y dinámico (Alvarez, 2006; Alvarez et al., 2007; Campos et al., 2011); pruebas experimentales de movimiento sin apoyar los pies, tomando en cuenta sólo 4.g.d.l (Carrera, 2006; Velázquez, 2007; Campos et al., 2009). En todos estos trabajos se analizó la marcha del robot con base en estudios de simulación o experimentación con el robot fijo.

En este artículo se reportan por primera vez los resultados de las pruebas en tiempo real de caminado del robot Bípedo ITLag y se describen las aportaciones técnicas y teóricas realizadas para llevar a cabo la tarea de caminado, las cuales son presentadas en las secciones siguientes. Este trabajo se organiza de la siguiente manera: en la Sección 2 se presenta una breve descripción del diseño y construcción del robot bípedo ITLag. En la Sección 3 se exponen las ecuaciones que determinan los movimientos cicloidales de la cadera y el pie oscilante. Las ecuaciones de la cinemática directa e inversa de los mecanismos son presentadas en la Sección 4. En la Sección 5 se desarrolla el cálculo del ZMP del robot. Los resultados de las pruebas experimentales de caminado del robot bípedo ITLag son presentados en la Sección 6. Finalmente, en la Sección 7 se presentan las conclusiones y se proponen trabajos futuros a realizar en el marco del desarrollo del robot bípedo ITLag.

## 2. El Robot Bípedo ITLag

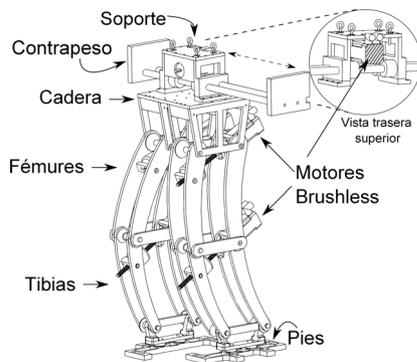


Figura 1: Robot Bípedo ITLag

El robot bípedo ITLag cuenta con 2 piernas de 2 grados de libertad cada una, correspondientes al fémur y tibia, cuyas estructuras están formadas por paralelogramos paralelos articulados en cadera, rodillas y tobillos, como se observa en las

figuras 1 y 2. Este diseño permite mantener la cadera y los pies paralelos a la superficie de apoyo (horizontal) en todo momento. El diseño de este robot tiene como principal característica la colocación de los actuadores con sus ejes inclinados respecto a la horizontal, de tal forma que permiten amplificar el par proporcionado por el motor para poder realizar el movimiento de la tibia o el fémur. El movimiento de las piernas es realizado a partir de 4 motores Brushless DC acoplados a tornillos sin-fin y tuercas que impulsan al fémur y la tibia de cada pierna del bípedo. El movimiento de las piernas es solamente en el plano sagital; en consecuencia, a fin de mantener en equilibrio al robot durante la marcha se incorpora en la cadera un mecanismo de balanceo con movimiento recíprocante en el plano frontal, el cual se aprecia en las figuras 1 y 2. Un motor Brushless DC (del mismo tipo que los usados para el movimiento de las piernas) acoplado a este mecanismo transmite el movimiento a través de una polea y una banda dentada. Los efectos de este mecanismo de balanceo son dinámicamente equivalentes a los movimientos del torso y a la acción de diversos músculos de un ser humano durante la marcha. El robot tiene una altura de 131 cm y un peso de 92 Kg.

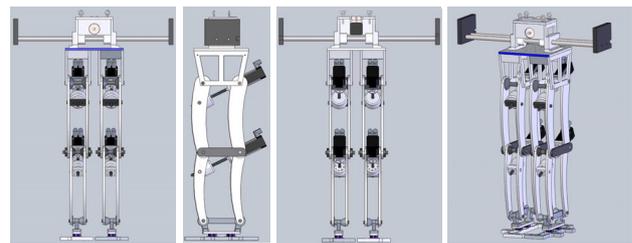


Figura 2: Vistas frontal, lateral, trasera e isométrica del Modelo del robot Bípedo ITLag.

### 2.1. Diseño del mecanismo de balanceo

Este mecanismo consta de un soporte unido a la cadera y un contrapeso el cual realiza un movimiento transversal al plano sagital donde se realiza el movimiento de marcha del robot bípedo. Para el diseño de este mecanismo se consideraron dos opciones: un contrapeso pesado y corto; o uno ligero y largo, de forma que el brazo de palanca que se produzca en ambos casos sea suficiente para contrarrestar el peso del robot. Sin embargo, aunque la primera opción es más estética, se probó mediante simulación que el incremento de peso que se provoca, requiere que los motores proporcionen una cantidad de par fuera de sus límites para realizar la trayectoria de caminado propuestas, por tal razón se decidió optar por la segunda opción. La Fig. 3 muestra el diseño del mecanismo de balanceo del robot bípedo realizado en SolidWorks. El peso de este mecanismo es de 27.70 (kg), correspondientes a 8.68 (kg) del soporte y 19.02 (kg) del contrapeso.

Basados en pruebas de simulación, se decidió escoger una longitud de 914.4 (cm) en las barras del contrapeso.

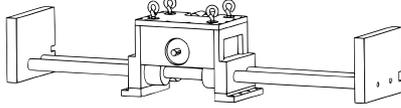


Figura 3: Diseño del mecanismo de balanceo del robot

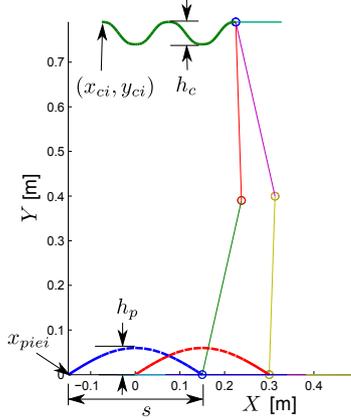


Figura 4: Trayectoria descrita por la cadera y los pies del robot.

### 3. Planificación de movimientos

La especificación de las trayectorias para el movimiento de la cadera y el pie oscilante debe efectuarse bajo un criterio conveniente, que propicie una marcha estable. Las trayectorias de tipo cicloidal que se utilizan en este trabajo se caracterizan por definir aceleraciones nulas al iniciar y al terminar el desplazamiento, con lo cual se evita la presencia de fuerzas de impacto en la estructura del robot y se contribuye a su estabilidad durante la marcha. Estas trayectorias están basadas en las propuestas por Pámanes y Nuñez (2001) y Arias y Pámanes (2009), sin embargo los parámetros para definir estas trayectorias, en el caso del robot bipedo ITLag, han sido elegidos de tal forma que el robot pueda realizar un caminado eficiente. La trayectoria propuesta permite que el robot inicie en una posición casi vertical y que desplace su cadera hacia abajo al momento de dar un paso, ayudando de esta forma a reducir el par demandado. Los parámetros que caracterizan estos movimientos cicloidales son mostrados en la Tabla 1. Para el Robot bipedo ITLag estas trayectorias se definen mediante las siguientes ecuaciones:

Para el pie libre

$$x_{pie} = \begin{cases} x_{piei} + s \left[ \frac{t}{T_1} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi t}{T_1}\right) \right] & \text{si } 0 < t \leq T_1 \\ x_{piei} + s & \text{si } T_1 < t \leq T \end{cases}$$

$$y_{pie} = h_p \sin\left(\pi \left(\frac{x_{pie}}{s} + \frac{1}{2}\right)\right) \quad \text{si } 0 < t \leq T$$

$$\dot{x}_{pie} = \begin{cases} \frac{s}{T_1} \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi t}{T_1}\right) \right] & \text{si } 0 < t \leq T_1 \\ 0 & \text{si } T_1 < t \leq T \end{cases}$$

$$\dot{y}_{pie} = \frac{h_p \pi s_{pie}}{s} \cos\left[\pi \left(\frac{x_{pie}}{s} + \frac{1}{2}\right)\right] \quad \text{si } 0 < t \leq T$$

Tabla 1: Parámetros para las trayectorias de seguimiento propuestas para el robot bipedo ITLag

| Parámetro     | Descripción                          | Valor | Unidad |
|---------------|--------------------------------------|-------|--------|
| $T$           | Periodo del paso                     | 6.0   | [s]    |
| $T_1$         | Periodo de Simple Soporte            | 3.0   | [s]    |
| $s$           | Tamaño del paso                      | 0.3   | [m]    |
| $x_{piei}$    | Posición inicial del pie             | -0.15 | [m]    |
| $h_p$         | Altura máxima del pie                | 0.03  | [m]    |
| $x_{ci}$      | Coordenada en X inicial de la cadera | 0.075 | [m]    |
| $y_{ci}$      | Altura inicial de la cadera          | 0.79  | [m]    |
| $h_c$         | Altura máxima de la cadera           | -0.01 | [m]    |
| $v_c = s/T$   | Velocidad de la cadera               | 0.05  | [m/s]  |
| $r_{ini}$     | Posición inicial del contrapeso      | -0.28 | [m]    |
| $\Delta_{r1}$ | 1er Desplazamiento del contrapeso    | 0.028 | [m]    |
| $\Delta_{r2}$ | 2do Desplazamiento del contrapeso    | 0.252 | [m]    |

$$\ddot{x}_{pie} = \begin{cases} \frac{2\pi s}{T_1^2} \left[ \sin\left(\frac{2\pi t}{T_1}\right) \right] & \text{si } 0 < t \leq T_1 \\ 0 & \text{si } T_1 < t \leq T \end{cases}$$

$$\ddot{y}_{pie} = \frac{h_p \pi^2 s_{pie}}{s} \cos\left[\pi \left(\frac{x_{pie}}{s} + \frac{1}{2}\right)\right] - \dot{x}_{pie} \left[ \frac{h_p \pi^2 s_{pie}}{s^2} \sin\left[\pi \left(\frac{x_{pie}}{s} + \frac{1}{2}\right)\right] \right] \quad \text{si } 0 < t \leq T$$

para la cadera

$$x_c = \begin{cases} x_{ci} + v_c t & \text{si } 0 < t \leq T_1 \\ x_{ci} + \frac{s}{2} & \text{si } T_1 < t \leq T \end{cases}$$

$$y_c = \begin{cases} y_{ci} + h_c \left[ \frac{2t}{T_1} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{4\pi t}{T_1}\right) \right] & \text{si } 0 < t \leq \frac{T_1}{2} \\ y_{ci} + h_c \left[ 1 - \left( \frac{2t - T_1}{T_1} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{4\pi t}{T_1}\right) \right) \right] & \text{si } \frac{T_1}{2} < t \leq T_1 \\ y_{ci} & \text{si } T_1 < t \leq T \end{cases}$$

$$\dot{x}_c = \begin{cases} v_c & \text{si } 0 < t \leq T_1 \\ 0 & \text{si } T_1 < t \leq T \end{cases}$$

$$\dot{y}_c = \begin{cases} \frac{2h_c}{T_1} \left[ 1 - \cos\left(\frac{4\pi t}{T_1}\right) \right] & \text{si } 0 < t \leq \frac{T_1}{2} \\ -\frac{2h_c}{T_1} \left[ 1 - \cos\left(\frac{4\pi t}{T_1}\right) \right] & \text{si } \frac{T_1}{2} < t \leq T_1 \\ 0 & \text{si } T_1 < t \leq T \end{cases}$$

$$\ddot{x}_c = 0 \quad \text{si } 0 < t \leq T$$

$$\ddot{y}_c = \begin{cases} \frac{8\pi h_c}{T_1^2} \left[ \sin\left(\frac{4\pi t}{T_1}\right) \right] & \text{si } 0 < t \leq \frac{T_1}{2} \\ -\frac{8\pi h_c}{T_1^2} \left[ \sin\left(\frac{4\pi t}{T_1}\right) \right] & \text{si } \frac{T_1}{2} < t \leq T_1 \\ 0 & \text{si } T_1 < t \leq T \end{cases}$$

y para el mecanismo de balanceo

$$r_d = \begin{cases} r_{ini} + \epsilon \Delta_{r1} \left[ \frac{t}{T_1} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi t}{T_1}\right) \right] & \text{si } 0 < t \leq T_1 \\ r_{ini} + \epsilon \Delta_{r1} + \epsilon \Delta_{r2} \left[ \frac{t - T_1}{T_2} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi(t - T_1)}{T_2}\right) \right] & \text{si } T_1 < t \leq T \end{cases}$$

$$\dot{r}_d = \begin{cases} \frac{\epsilon \Delta_{r1}}{T_1} \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi t}{T_1}\right) \right] & \text{si } 0 < t \leq T_1 \\ \frac{\epsilon \Delta_{r2}}{T_2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi(t - T_1)}{T_2}\right) \right] & \text{si } T_1 < t \leq T \end{cases}$$

$$\ddot{r}_d = \begin{cases} \frac{2\pi \epsilon \Delta_{r1}}{T_1^2} \left[ \sin\left(\frac{2\pi t}{T_1}\right) \right] & \text{si } 0 < t \leq T_1 \\ \frac{2\pi \epsilon \Delta_{r2}}{T_2^2} \left[ \sin\left(\frac{2\pi(t - T_1)}{T_2}\right) \right] & \text{si } T_1 < t \leq T \end{cases}$$

donde  $T_2 = T - T_1$  representa el tiempo restante de la trayectoria, y  $\epsilon = \pm 1$  es utilizado para cambiar la dirección del movimiento del contrapeso en cada paso.

#### 4. Modelo Cinemático

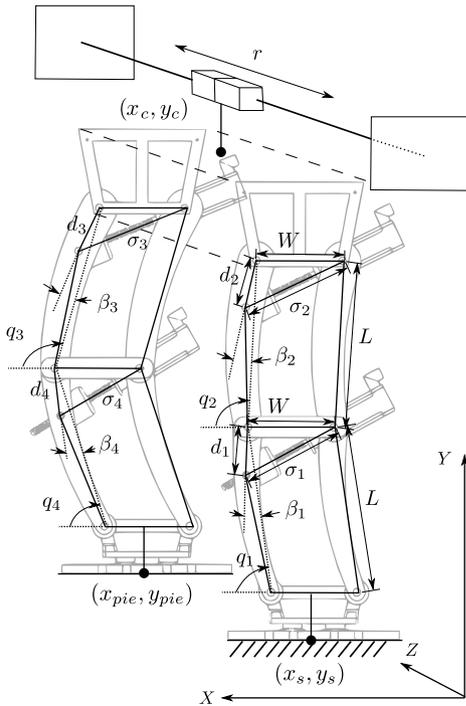


Figura 5: Representación esquemática de las piernas del Robot Bípedo ITLag

Tabla 2: Parámetros cinemáticos del robot bípedo ITLag

| Parámetro          | Descripción   | Valor  | Unidad |
|--------------------|---|--------|--------|
| $L$                | Longitud del eslabón  | 0.40   | [m]    |
| $W$                | Ancho del eslabón   | 0.21   | [m]    |
| $\beta_1, \beta_4$ | Angulo de curvatura de la tibia                             | 0.1977 | [rad]  |
| $\beta_2, \beta_3$ | Angulo de curvatura del fémur                               | 0.1791 | [rad]  |
| $d_1, d_4$         | Distancia de la unión del tornillo en la tibia a la rodilla | 0.09   | [m]    |
| $d_2, d_3$         | Distancia de la unión del tornillo en el fémur a la cadera  | 0.115  | [m]    |

En esta sección se presentan las ecuaciones utilizadas para transformar las trayectorias de movimientos cicloidales especificadas para la cadera y pie libre en la sección anterior a coordenadas en el espacio articular. Sean el vector de coordenadas operacionales deseadas  $\mathbf{x}_d = [x_c \ y_c \ x_{pie} \ y_{pie}]^T$  donde  $(x_{pie}, y_{pie})$  y  $(x_c, y_c)$  representan las coordenadas cartesianas del pie libre y la cadera respectivamente. Ya que el movimiento de las piernas es en el plano sagital (plano X-Y) y uno de los pies se supone fijo en el piso  $(x_s, y_s)$ , es posible definir completamente las posturas de las piernas del bípedo utilizando el vector de coordenadas articulares deseadas  $\mathbf{q}_d = [q_{d1} \ q_{d2} \ q_{d3} \ q_{d4}]^T$ , donde

$q_{di}$  con  $i = 1, \dots, 4$  representa el ángulo del eslabón  $i$  del bípedo como se muestra en la Fig. 5. El modelo cinemático directo de un robot serial de  $n$  g.d.l. es la función que determina la relación que existe entre las coordenadas operacionales  $\mathbf{x}_d$  y las coordenadas articulares  $\mathbf{q}_d$  del robot:

$$\mathbf{x}_d = \mathbf{f}(\mathbf{q}_d), \quad (1)$$

la cual en nuestro caso es

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ x_{pie} \\ y_{pie} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L(\cos(q_{d1}) + \cos(q_{d2})) + x_s \\ L(\sin(q_{d1}) + \sin(q_{d2})) + y_s \\ L(\cos(q_{d1}) + \cos(q_{d2}) - \cos(q_{d3}) + \cos(q_{d4})) + x_s \\ L(\sin(q_{d1}) + \sin(q_{d2}) - \sin(q_{d3}) + \sin(q_{d4})) + y_s \end{bmatrix}.$$

El modelo cinemático inverso está dado por  $\mathbf{q}_d = \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{x}_d)$ , y usando algunas identidades trigonométricas es posible encontrar la relación inversa

$$q_{d1} = \text{atan2}((y_c - y_s), (x_c - x_s)) - \frac{1}{2} \varepsilon_1 \cos^{-1} \left( \frac{(x_c - x_s)^2 + (y_c - y_s)^2 - 2L^2}{2L^2} \right)$$

$$q_{d2} = \text{atan2}((y_c - y_s), (x_c - x_s)) + \frac{1}{2} \varepsilon_2 \cos^{-1} \left( \frac{(x_c - x_s)^2 + (y_c - y_s)^2 - 2L^2}{2L^2} \right)$$

$$q_{d3} = \text{atan2}((y_c - y_{pie}), (x_c - x_{pie})) + \frac{1}{2} \varepsilon_3 \cos^{-1} \left( \frac{(x_c - x_{pie})^2 + (y_c - y_{pie})^2 - 2L^2}{2L^2} \right)$$

$$q_{d4} = \text{atan2}((y_c - y_{pie}), (x_c - x_{pie})) - \frac{1}{2} \varepsilon_4 \cos^{-1} \left( \frac{(x_c - x_{pie})^2 + (y_c - y_{pie})^2 - 2L^2}{2L^2} \right)$$

donde

$$\varepsilon_i = \begin{cases} +1 & \text{Postura humana (rodilla hacia adelante)} \\ -1 & \text{Tipo ave (rodilla hacia atrás)} \end{cases}$$

las cuales definen las posiciones articulares deseadas. Los parámetros cinemáticos del robot están dados en la Tabla. 2

Ahora bien, para obtener las velocidades deseadas se utiliza la derivada de la ecuación (1) con respecto al tiempo, definida como

$$\dot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{J}(\mathbf{q}_d) \dot{\mathbf{q}}_d \quad (2)$$

donde  $\mathbf{J}(\mathbf{q}_d)$  es el la matriz jacobiana definida como

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}_d) = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{q}_d)}{\partial \mathbf{q}_d}$$

En este caso

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}_d) = \begin{bmatrix} -L \sin(q_{d1}) & -L \sin(q_{d2}) & 0 & 0 \\ L \cos(q_{d1}) & L \cos(q_{d2}) & 0 & 0 \\ -L \sin(q_{d1}) & -L \sin(q_{d2}) & L \sin(q_{d3}) & L \sin(q_{d4}) \\ L \cos(q_{d1}) & L \cos(q_{d2}) & -L \cos(q_{d3}) & -L \cos(q_{d4}) \end{bmatrix}.$$

Luego, despejando  $\dot{\mathbf{q}}_d$  de la ec. (2) es posible obtener las velocidades operacionales deseadas

$$\dot{\mathbf{q}}_d = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q}_d)\dot{\mathbf{x}}_d. \quad (3)$$

Del mismo modo, pero ahora derivando con respecto al tiempo la ecuación (2) se obtiene el modelo cinemático de aceleración:

$$\ddot{\mathbf{x}}_d = \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}_d)\dot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{J}(\mathbf{q}_d)\ddot{\mathbf{q}}_d. \quad (4)$$

Finalmente, despejando  $\ddot{\mathbf{q}}_d$  de la ecuación (4) es posible obtener

$$\ddot{\mathbf{q}}_d = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q}_d)[\ddot{\mathbf{x}}_d - \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}_d)\dot{\mathbf{q}}_d]. \quad (5)$$

Esta ecuación determina las aceleraciones articulares deseadas.

Como se apreció en la sección anterior, para el caso del contrapeso las posiciones, velocidades y aceleraciones deseadas ( $r_d$ ,  $\dot{r}_d$  y  $\ddot{r}_d$ ), son directamente asignadas por los movimientos cicloidales propuestos.

## 5. ZMP como criterio de estabilidad de la marcha

En el caminado de un robot bípedo se observan dos fases: la fase de simple soporte (FSS) y fase de doble soporte (FDS). La FSS ocurre cuando el robot se encuentra realizando un paso y es soportado en un solo pie. La FDS se produce a partir del instante en que los dos pies están apoyados en el suelo, hasta que se despega uno de ellos. Con el despegue del pie oscilante al comenzar la FSS, se inicia el control de las trayectorias de ese pie y de la pelvis. Cuando concluye el paso, al inicio de la FDS, se produce el movimiento del contrapeso para hacer posible el equilibrio del bípedo en el siguiente paso.

Los movimientos descritos en la sección anterior provocan fuerzas y pares en las articulaciones del bípedo que serán reflejadas en el pie de apoyo. Para mantener al robot estable es necesario que las reacciones del suelo contrarresten a las resultantes de fuerza y par en dicho pie. Las únicas fuerzas y pares que pueden equilibrar las resultantes de fuerza y par que ejerce el cuerpo del robot sobre el pie de apoyo, son las ejercidas por el piso sobre la superficie del pie en contacto con el piso. Ahora bien, los únicos pares que puede ejercer el piso sobre el pie de apoyo en direcciones  $X$  y  $Z$  son los generados por la componente vertical de la fuerza reactiva resultante del piso sobre el pie. El punto teórico en que actúa esta fuerza ha sido denominado por (Vukobratović y Juričić, 1969) punto de momento cero (ZMP). En consecuencia, para mantener al robot balanceado durante la marcha es indispensable que el ZMP permanezca dentro del polígono de soporte de los pies del robot. Este polígono es la huella del pie en FSS o el área convexa entre las huellas de los dos pies en FDS.

Considérese a  $\mathbf{f}_T$  y  $\boldsymbol{\tau}_T$  la fuerza y el par total generado por el movimiento del robot Bípedo sobre el marco de referencia del pie de apoyo,  $\mathbf{f}_R$  la fuerza de reacción del suelo y  $\mathbf{p} = [x_{zmp} \ y_{zmp} \ z_{zmp}]^T$  el vector de posición de  $\mathbf{f}_R$  con respecto al marco de referencia del pie de soporte (Pámanes et al., 2010), entonces, las coordenadas del ZMP pueden ser calculadas sabiendo que

$$\sum \mathbf{f} = \mathbf{f}_T + \mathbf{f}_R = 0, \quad (6)$$

es decir

$$\begin{bmatrix} f_{Tx} \\ f_{Ty} \\ f_{Tz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f_{Rx} \\ -f_{Ry} \\ -f_{Rz} \end{bmatrix} \quad (7)$$

De igual forma,

$$\sum \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_T + \boldsymbol{\tau}_R = 0 \quad (8)$$

donde  $\boldsymbol{\tau}_R = \mathbf{p} \times \mathbf{f}_R$  es el par de reacción debido a  $\mathbf{f}_R$ , el cual es

$$\boldsymbol{\tau}_R = \begin{bmatrix} y_{zmp}f_{Rz} - z_{zmp}f_{Ry} \\ z_{zmp}f_{Rx} - x_{zmp}f_{Rz} \\ x_{zmp}f_{Ry} - y_{zmp}f_{Rx} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

entonces sustituyendo (9) en (8) se tiene

$$\begin{bmatrix} \tau_{Tx} \\ \tau_{Ty} \\ \tau_{Tz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y_{zmp}f_{Rz} + z_{zmp}f_{Ry} \\ -z_{zmp}f_{Rx} + x_{zmp}f_{Rz} \\ -x_{zmp}f_{Ry} + y_{zmp}f_{Rx} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

luego, notando que el ZMP debe estar en el suelo, es decir en el plano  $X$ - $Z$ , es necesario que  $y_{zmp}$  represente la altura del tobillo  $h_t$  (osea la distancia del marco del pie de soporte al piso), entonces utilizando (7) en (10) y  $y_{zmp} = -h_t$  y, las coordenadas del ZMP pueden ser calculadas como

$$x_{zmp} = \frac{-\tau_{Tz} - h_t f_{Tx}}{f_{Ty}} \quad (11)$$

$$z_{zmp} = \frac{\tau_{Tx} - h_t f_{Tz}}{f_{Ty}} \quad (12)$$

Debido a que el Robot Bípedo ITLag aún no cuenta con sensores que permitan una realimentación en línea de la fuerza de contacto del pie con el suelo, es necesario asegurarse que el robot ha completado un paso antes de mover el mecanismo de balanceo. Por ello, se decidió mantener este mecanismo cargado hacia el lado del pie de apoyo durante el movimiento de la pierna libre para la realización un paso. así se garantiza la estabilidad del caminado al hacer que el ZMP permanezca siempre dentro del polígono de soporte.

En la Fig. 6 se muestra la ruta que sigue el ZMP durante la marcha, obtenida por simulación a partir de las leyes de movimiento y parámetros especificados (masas, inercias, distancias a centros de masa, etc.). Se observa que el ZMP se encuentra siempre dentro del polígono de soporte, lo cual significa que el robot efectuará un caminado estable.

## 6. Pruebas de marcha

Los experimentos realizados en el robot Bípedo ITLag, fueron llevados a cabo en tiempo real utilizando el toolbox Real-time Windows Target de Simulink, Matlab. Dos tarjetas adquirentes Sensoray 626 fueron empleadas para la comunicación y aplicación de las señales de control. Cinco drivers Kollmorgen modelo S603 fueron utilizados para el control en modo par de los motores brushless AKM32D de la misma marca. El tiempo de muestreo utilizado fue de 3 ms.



inicio del caminado:

$$\begin{aligned} q_{1di} &= 88,1313^\circ \\ q_{2di} &= 102,7007^\circ \\ q_{3di} &= 91,8436^\circ \\ q_{4di} &= 77,2956^\circ. \end{aligned}$$

Además, tomando en cuenta que el contrapeso no debería estar situado en el centro  $r_{di} = 0$  pues el ZMP estaría fuera de la planta de cada uno de los pies y esto no permitiría el despegue de ninguno de ellos, se seleccionó una posición inicial del contrapeso hacia la derecha haciendo que el ZMP sea desplazado dentro de la zona de soporte dibujada por este pie y así permitir que el robot despegue el pie izquierdo e inicie su marcha. Se encontró mediante simulación que la posición del contrapeso debe ser

$$r_{di} = -0,28\text{m}$$

La ley de control que se propuso para llevar a cada articulación a la configuración deseada es

$$\mathbf{u} = K_p \tanh(\alpha \tilde{\mathbf{q}}) + K_d \dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \text{Sat} \left( K_i \int \tilde{\mathbf{q}} dt, \gamma \right) \quad (15)$$

donde  $\mathbf{u} = [\mu_1 \ \mu_2 \ \mu_3 \ \mu_4 \ f_{cp}]^T$  es el vector de pares en los ejes de rotación y fuerza aplicada al contrapeso,  $K_p = \text{diag}[k_{pi}]$ ,  $K_d = \text{diag}[k_{di}]$ ,  $K_i = \text{diag}[k_{ii}]$ , son las matrices de ganancias proporcionales, derivativas e integrales respectivamente,  $\tanh(\boldsymbol{\theta}) = [\tanh(\theta_1) \ \tanh(\theta_2) \ \dots \ \tanh(\theta_n)]$  y además  $\text{Sat}(\mathbf{v}) = [\text{sat}(v_1) \ \text{sat}(v_2) \ \dots \ \text{sat}(v_n)]$ , donde  $\text{sat}_i(v_i) = \text{sign}(v_i) \min(|v_i|, \gamma_i)$ . Los errores de posición y velocidad están denotados por  $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q}_d - \mathbf{q}$  y  $\dot{\tilde{\mathbf{q}}} = \dot{\mathbf{q}}_d - \dot{\mathbf{q}}$  con  $\mathbf{q}_d$  y  $\dot{\mathbf{q}}_d$  siendo el vector de posiciones y velocidades deseadas respectivamente.

Los parámetros y ganancias del controlador están definidas en la Tabla 3.

Tabla 3: Ganancias del controlador para la tarea de regulación

| Controlador         | $\alpha$ | $k_p$ | $k_d$ | $k_i$ | $\gamma$ |
|---------------------|----------|-------|-------|-------|----------|
| $\mu_1$ Tibia 1     | 1        | 80    | 3     | 4     | 70       |
| $\mu_2$ Fémur 1     | 1        | 50    | 3     | 2     | 50       |
| $\mu_3$ Fémur 2     | 1        | 40    | 3     | 2     | 40       |
| $\mu_4$ Tibia 2     | 1        | 80    | 3     | 4     | 70       |
| $f_{cp}$ Contrapeso | 300      | 30    | 90    | 15    | 20       |

Las Figs. 8 a 13 muestran las posiciones y pares correspondientes aplicados por los motores para llevar a las piernas y el contrapeso a la configuración inicial y permitir el inicio del caminado.

#### Control de la marcha del Robot Bípodo ITLag en modo par

El controlador empleado para realizar la tarea de caminado tiene la misma estructura que el utilizado para el control de posición (ecuación (15)), sin embargo el ajuste de ganancias es diferente y es mostrado en la Tabla 4.

Los parámetros de las trayectorias cicloidales utilizadas para realizar el caminado en forma experimental son los mismos

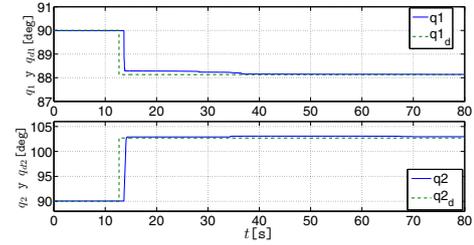


Figura 8: Posiciones articulares iniciales de la pierna derecha

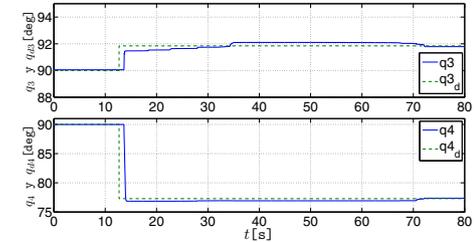


Figura 9: Posiciones articulares iniciales de la pierna izquierda

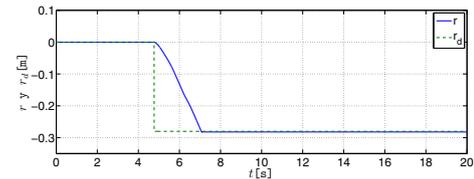


Figura 10: Posición inicial del contrapeso

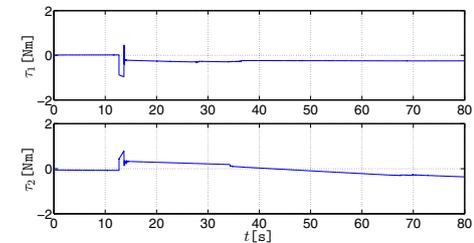


Figura 11: Señal de control de par aplicada a los motores de la tibia y fémur de la pierna derecha para la realización de la tarea de regulación

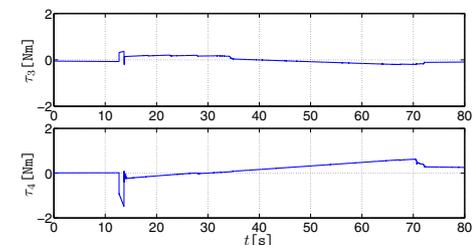


Figura 12: Señal de control de par aplicada a los motores de la tibia y fémur de la pierna izquierda para la realización de la tarea de regulación

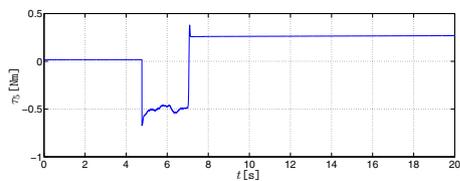


Figura 13: Señal de control de par aplicada al motor del mecanismo de balanceo para la realización de la tarea de regulación

Tabla 4: Ganancias del controlador para la tarea de seguimiento

| Controlador         | $\alpha$ | $k_p$ | $k_d$ | $k_i$ | $\gamma$ |
|---------------------|----------|-------|-------|-------|----------|
| $\mu_1$ Tibia 1     | 1        | 110   | 2     | 35    | 100      |
| $\mu_2$ Fémur 1     | 1        | 100   | 2     | 20    | 90       |
| $\mu_3$ Fémur 2     | 1        | 100   | 2     | 20    | 90       |
| $\mu_4$ Tibia 2     | 1        | 100   | 2     | 30    | 90       |
| $f_{cp}$ Contrapeso | 300      | 40    | 25    | 1     | 30       |

que los aplicados para la simulación y el cálculo del ZMP (ver Tabla 1). Se puede observar que bajo estos parámetros el movimiento de las piernas del robot requieren un tiempo de 3 segundos (la mitad del periodo), mientras que la mayor parte del movimiento del contrapeso es realizado durante los 3 segundos restantes; esta secuencia de movimiento permite una mejor estabilidad en el caminado.

Las figuras 14 a 19 muestran las posiciones y velocidades de las piernas y el contrapeso que se obtuvieron durante el proceso de marcha propuesto.

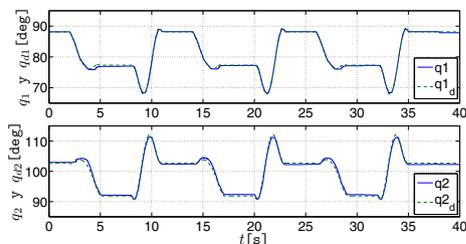


Figura 14: Posiciones articulares de la pierna derecha durante la realización de la tarea de seguimiento

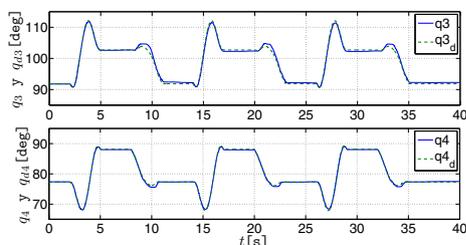


Figura 15: Posiciones articulares de la pierna izquierda durante la realización de la tarea de seguimiento

Los errores de posición son mostrados en las Figs. 20, 21 y 22. Utilizando la norma cuadrática del error, para cada articula-

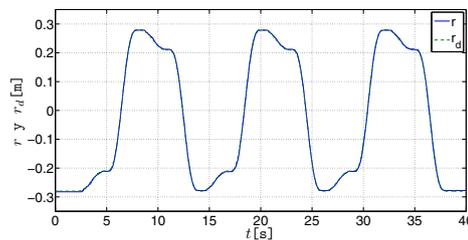


Figura 16: Posición del contrapeso durante la realización de la tarea de seguimiento

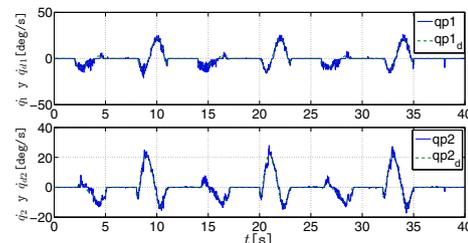


Figura 17: Velocidades articulares de la pierna derecha durante la realización de la tarea de seguimiento

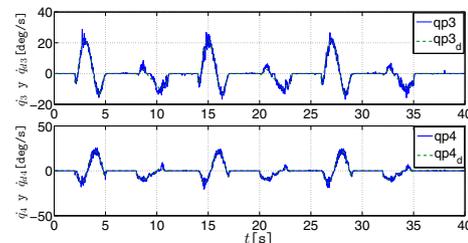


Figura 18: Velocidades articulares de la pierna izquierda durante la realización de la tarea de seguimiento

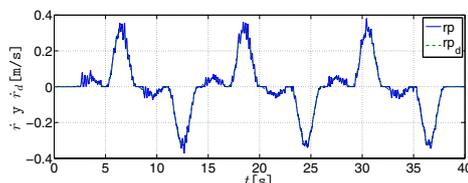


Figura 19: Velocidades del contrapeso durante la realización de la tarea de seguimiento

ción, definida por

$$\mathcal{L}_2[\tilde{q}_i] = \sqrt{\frac{1}{T-t_0} \int_{t_0}^T \tilde{q}_i^2 dt} \tag{16}$$

con  $i = 1, \dots, 4$  y usando también (16) para calcular la norma cuadrática de  $\tilde{r}$ , se encontró que para la tarea de caminado propuesta de  $t_0 = 0$  (s), y  $T = 40$  (s), la norma del error obtenida es:  $\mathcal{L}_2[\tilde{q}_1] = 0,2489^\circ$ ,  $\mathcal{L}_2[\tilde{q}_2] = 0,5524^\circ$ ,  $\mathcal{L}_2[\tilde{q}_3] = 0,5480^\circ$ ,  $\mathcal{L}_2[\tilde{q}_4] = 0,2362^\circ$  y  $\mathcal{L}_2[\tilde{r}] = 0,0026$  (m), lo cual como se observa en las gráficas, permite la realización de una tarea de cami-

nado aceptable. Además las Figs. 23, 24 y 25 muestran que el par real utilizado por cada motor se mantiene dentro de la capacidad del motor ( $\pm 2$  Nm) en contraste con los resultados de simulación reportados en Campos et al. (2011).

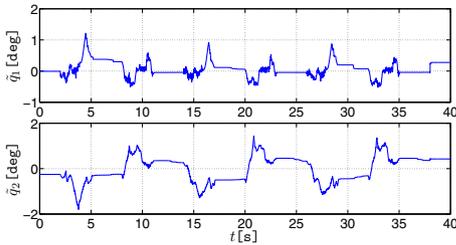


Figura 20: Errores de posición articulares de la pierna derecha durante la realización de la tarea de seguimiento

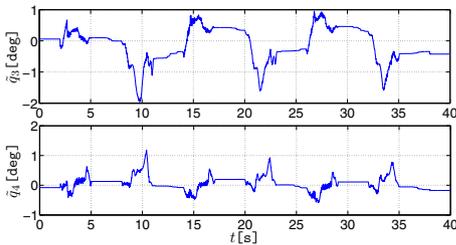


Figura 21: Errores de posición articulares de la pierna izquierda durante la realización de la tarea de seguimiento

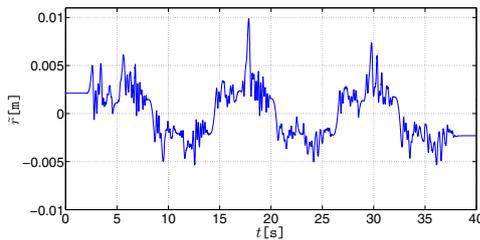


Figura 22: Error de posición del contrapeso durante la realización de la tarea de seguimiento

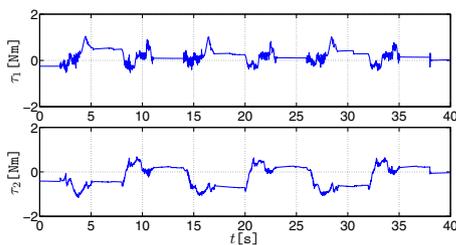


Figura 23: Señal de control de par aplicada a los motores de la tibia y fémur de la pierna derecha para la realización de la tarea de seguimiento

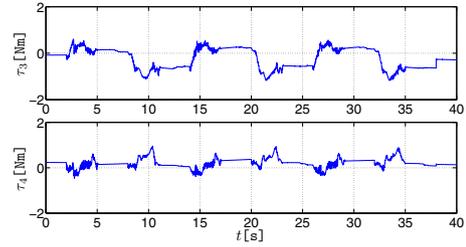


Figura 24: Señal de control de par aplicada a los motores de la tibia y fémur de la pierna izquierda para la realización de la tarea de seguimiento

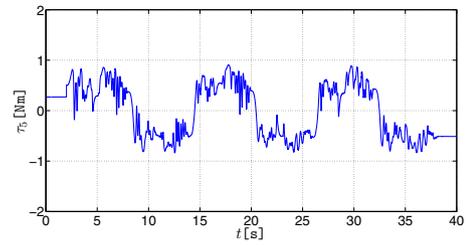


Figura 25: Señal de control de par aplicada al motor del mecanismo de balanceo para la realización de la tarea de seguimiento

En la Fig. 26 se muestra el robot Bípido ITLag. Una secuencia de posturas durante el caminado realizado por el robot bípido ITLag en este experimento es mostrado en la Fig. 27, donde se observa la postura inicial con el pie izquierdo hacia atrás y el contrapeso cargado hacia la derecha, para realizar el primer paso con el pie izquierdo. Luego el contrapeso cambia de lado, para balancear al robot mientras realiza el siguiente paso. El video del caminado del robot puede ser encontrado en (De-León-Gómez et al., 2013).



Figura 26: Vistas isométricas del Robot Bípido ITLag

## 7. Conclusiones

En este trabajo se presentaron los resultados obtenidos en los experimentos de marcha realizados con el robot bípido ITLag,



Figura 27: Fases de caminado del robot Bípido ITLag; primer paso con la pierna izquierda

desarrollado en el laboratorio de Mecatrónica y Control del ITLag. Los movimientos especificados del robot para la marcha se planificaron previamente con base en trayectorias cicloidales. El esquema de control utilizado es de tipo PID saturado. Los experimentos mostraron un desempeño eficaz de la ley de control y un caminado estable del robot. En el marco de los trabajos futuros para el desarrollo del bípido, se prevé la incorporación de sensores de fuerza en los pies a fin de aplicar un esquema de control con realimentación en línea de la posición del ZMP. Se espera que bajo este enfoque se efectúen movimientos acoplados de las piernas y del contrapeso y, en consecuencia, se incremente la velocidad de la marcha del robot.

### English Summary

#### Experimental evaluation of the real-time walking of a 5 dof biped robot with a gait based on cycloidal motions

#### Abstract

The results of experimental tests of walking of the 5 degrees of freedom (dof) biped robot developed at the Instituto Tecnológico de la Laguna (ITLag) are presented in this paper. The gait pattern that is applied in this robot is based on cycloidal motion-type laws, which allow to advance by steps without impacts. Experiments showed an adequate mechanical behavior of the robot and effective performance of the control law applied to keep the ZMP (Zero Moment Point) inside of the support polygon of the robot's feet during walking. The specified parameters for gait pattern ensured a stable walking of the robot, without saturating the torque applied by the actuators.

*Keywords:*

Biped robots, gait patterns, ZMP, cycloidal motion, path tracking.

### Agradecimientos

Los autores desean agradecer al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por los apoyos financieros recibidos mediante una beca de estudios y el proyecto No. 134534, así como a la Dirección General de Educación Superior Tecnológica (DGEST).

### Referencias

- Alvarez, E., Febrero 2006. Modelado dinámico de un robot bípido: Aplicación al diseño de sus mecanismos y al análisis de la marcha. Master's thesis, Instituto Tecnológico de la Laguna, Torreón, México.
- Alvarez, E., Pámanes, J. A., Arias, L. E., Noviembre 2007. Balancing of a 4 dof biped robot for a walking pattern based in cycloidal motions. En: Memorias del IX Congreso Mexicano de Robótica. Monterrey, México.
- Arias, L. E., Pámanes, J. A., Noviembre 2009. Especificación de movimientos generales de la pelvis y el pie libre de robots bípedos para marcha sin impacto. En: IX Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica. Las Palmas de Gran Canaria, España.
- Campos, C., Campa, R., Llama, M., August 23-26 2009. Modeling and real-time motion control of a 4-dof planar parallelogram-link biped mechanism. En: Proceedings of the European Control Conference. Budapest, Hungary, pp. 3341–3346.
- Campos, C., Campa, R., Llama, M., Pámanes, A., December 2011. Modelling, simulation and analysis of a 5-dof planar parallelogram-link biped mechanism. International Review on Modelling and Simulations (I.R.E.MO.S.) 4, 3337–3352.
- Carrera, I., Marzo 2006. Control de servomotores para un robot bípido de 4 g.d.l a través de una tarjeta controladora de multiejes. Master's thesis, Instituto Tecnológico de la Laguna, Torreón, México.
- Chevallereau, C., Abba, G., Aoustin, Y., F. Plestan, E. R. W., Canudas, C., Grizzle, J., October 2003. Rabbit: a testbed for advanced control theory. IEEE Control Systems Magazine 23(5), 57–79.
- Danaher, M., 2004. Lead screws. High Performance Lead Screw Assemblies. Thomson Neff, 203 A West Rock Road Radford, VA 24141, USA. URL: <http://www.ball screws.com>
- De-León-Gómez, V., Pámanes, J. A., Santibañez, V., Octubre 2013. [video] bip-itlag. Instituto Tecnológico de la Laguna, Lab. de Mecatrónica y Control. URL: <http://www.youtube.com/watch?v=fSYPvkesnL0>
- Fujimoto, Y., Kawamura, A., June 1998. Simulation of an autonomous biped walking robot including environmental force interaction. IEEE Robotics and Automation Magazine, 33–42.
- Furusho, J., Sano, A., 1990. Sensor-based control of a nine-link biped. International Journal of Robotics Research 9(2), 83–98.
- Guangrong, C., Junzheng, W., Lipeng, W., Yudong, H., July 2013. Design and simulation of a hydraulic biped robot. En: Control Conference (CCC), 2013 32nd Chinese. pp. 4244–4249.
- Hashimoto, S., Narita, S., Kasahara, H., Shirai, K., Kobayashi, T., Takanishi, A., Sugano, S., et al., 2002. Humanoid robots in waseda university-hadaly-2 and wabian. Advanced Robotics 12(1), 25–38.
- Hirai, K., Hirose, M., Haikawa, Y., Takenake, T., 1998. The development of honda humanoid robot. En: the 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Leuven, Belgium, pp. 1321–1326.
- Honda, 2014. Asimo the world's most advanced humanoid robot. URL: <http://asimo.honda.com/asimo-specs/>
- Kajita, S., Kanehiro, F., Kaneko, K., Fujiwara, K., Yokoi, K., Hirukawa, H., 2002. A realtime pattern generator for biped walking. En: the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Washington, D.C., pp. 31–37.
- Kajita, S., Kanehiro, F., Kaneko, K., Yokoi, K., Hirukawa, H., November 2001. The 3d linear inverted pendulum mode: a simple modeling for a biped walking pattern generation. En: the 2001 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Maui, HI, pp. 239–246.

- Kajita, S., Tani, K., february 1996. Experimental study of biped dynamic walking. *IEEE Control Systems Magazine* 16(1), 13–19.
- Kajita, S., Yamaura, T., Kobayashi, A., August 1992. Dynamic walking control of biped robot along a potential energy conserving orbit. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 8(4), 431–437.
- Kaneko, K., Kanehiro, F., Kajita, S., Yokoyama, K., Akachi, K., Kawasaki, T., Ota, S., Isozumi, T., 2002. Design of prototype humanoid robotics platform for hrp. En: the 2002 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Lausanne, Switzerland, pp. 2431–2436.
- Lim, H., Yamamoto, Y., Takanishi, A., June 2000. Control to realize human-like walking of a biped humanoid robot. En: the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, Computational Cybernetics and Simulations. Nashville, TN, pp. 3271–3276.
- Loffler, K., Gienger, M., Pfeiffer, F., Ulbrich, H., 2004. Sensors and control concept of a biped robot. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 51(5), 972–980.
- Mitobe, K., Mori, N., Aida, K., Nasu, Y., 1995. Nonlinear feedback control of a biped walking robot. En: the 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Nagoya, Japan, pp. 2865–2870.
- Moquet, S., Octubre 2004. Conception d'un robot bipede, projet international de fin d'études effectué á l'institut technologique de la laguna. Tech. rep., Francia.
- Ortiz, J., Mayo 2005. Contribución al diseño mecánico de un robot caminante bípedo. Tech. rep., Instituto Tecnológico de la Laguna, Torreón, México.
- Park, J. H., Kim, K. D., 1998. Biped robot walking using gravity-compensated inverted pendulum mode and computed torque control. En: the 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Leuven, Belgium, pp. 3528–3533.
- Pámanes, J., Nuñez, J., Septiembre 2001. Análisis del caminado de un robot bípedo para un patrón de marcha basado en movimientos cicloidales. En: Memorias del III Congreso Mexicano de Robótica (COMRob2001) de la AMRob. Querétaro, México, pp. 62–67.
- Pámanes, J. A., Campos, C., Llama, M., Noviembre 2010. Análisis del zmp del robot bípedo del itlag con contrapesos recíprocos. En: Memorias del XII Congreso mexicano de robótica (COMRob2010) de la AMRob, artículo A40. Mazatlán, México.
- Raibert, M., December 2010. Dynamic legged robots for rough terrain. En: 10th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots (Humanoids). Nashville, TN, p. 1.
- Sano, A., Furusho, J., 1990. Realization of natural dynamic walking using the angular momentum information. En: the 1990 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Cincinnati, OH, pp. 1476–1481.
- Takanobu, H., Tabayashi, H., Narita, S., Takanishi, A., Guglielmelli, E., Dario, P., August 1999. Remote interaction between human and humanoid robot. *Autonomous Robots* 25(4), 371–385.
- Thuilot, B., Goswami, A., Espiau, B., 1997. Bifurcation and chaos in a simple passive bipedal gait. En: the 1997 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Albuquerque, NM, pp. 792–798.
- Vázquez, J. A., Velasco-Villa, M., Junio 2013. Análisis del deslizamiento en el punto de apoyo de un robot bípedo de 5-gdl. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* 10 (2).
- Velázquez, A., diciembre 2007. Implantación de controladores en tiempo real para un robot bípedo de 4 g.d.l. Master's thesis, Instituto Tecnológico de la Laguna, Torreón, México.
- Vukobratović, M., Juričić, D., 1969. Contribution to the synthesis of biped gait. *IEEE Transactions on Bio-Medical Engineering* 16 (1).
- Wang, L., Liu, Z., Chen, C., Zhang, Y., Lee, S., Chen, X., May 2013. Energy-efficient svm learning control system for biped walking robots. *Neural Networks and Learning Systems, IEEE Transactions on* 24 (5), 831–837.
- Westervelt, E. R., Buche, G., Grizzle, J. W., 2004a. Experimental validation of a framework for the design of controllers that induce stable walking in planar bipeds. *International Journal of Robotics Research* 23(6), 559–582.
- Westervelt, E. R., Buche, G., Grizzle, J. W., 2004b. Inducing dynamically stable walking in an underactuated prototype planar biped. En: the 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation. New Orleans, LA, pp. 4234–4239.
- Yamaguchi, J., Soga, E., Inoue, S., Takanishi, A., 1999. Development of a bipedal humanoid robot: control method of whole body cooperative dynamic biped walking. En: the 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Detroit, MI, pp. 368–374.