

# Desarrollo e implementación de una estrategia de gestión de singularidades para un sistema robótico redundante cooperativo destinado a la asistencia en intervenciones quirúrgicas

Martín A. Landeira Freire<sup>a,b\*</sup>, Emilio Sánchez<sup>a,b</sup>, Sonia Tejada<sup>c</sup>, Ricardo Díez<sup>c</sup>

<sup>a</sup> CEIT, Paseo de Manuel Lardizábal, 15, 20018 San Sebastián, Guipúzcoa, España.

<sup>b</sup> TECNUN – Universidad de Navarra, Paseo de Manuel Lardizábal, 13, 20018 San Sebastián, Guipúzcoa, España.

<sup>c</sup> CUN – Clínica Universidad de Navarra, Avda. Pío XII, 36, 31008 Pamplona, España.

## Resumen

En este trabajo se presenta un nuevo prototipo de plataforma robótica cooperativa, destinada a la asistencia en intervenciones quirúrgicas de fijación transpedicular lumbar. El uso de sistemas robóticos de asistencia durante la ejecución de procedimientos quirúrgicos convencionales contribuye a la mejora en los resultados de las intervenciones al permitir elevados niveles de precisión y seguridad. Por ello, resulta crucial garantizar la robustez y destreza de los dispositivos empleados, incluso en las proximidades de configuraciones que pudieran introducir inestabilidades en su funcionamiento. Partiendo de esta idea, se ha implementado una estrategia de gestión de singularidades en la plataforma robótica, basada en el uso de un algoritmo de mínimos cuadrados amortiguados con factor de amortiguamiento adaptativo, unido a un método para la optimización de la configuración articular del manipulador redundante empleado, Mitsubishi PA10–7C. Copyright © 2014 CEA. Publicado por Elsevier España, S.L. Todos los derechos reservados.

## Palabras Clave:

Singularities, Inverse kinematics problem, Redundant manipulator, Co-operative control, Biomedical system.

## 1. Introducción

La primera intervención quirúrgica documentada asistida por un dispositivo robótico, fue una biopsia de encéfalo realizada el 11 de abril de 1985 en el Memorial Medical Center, Long Beach, CA, USA (McBeth *et al.*, 2004). Desde entonces, numerosos desarrollos tecnológicos han surgido en torno a la idea de ejecutar cierta variedad de procedimientos quirúrgicos (artroplastias, biopsias, resecciones laparoscópicas...) en diferentes estructuras anatómicas (encéfalo, columna vertebral, hígado, vejiga, cadera, rodilla...), asistidos por dispositivos mecatrónicos de distinta naturaleza. De esta manera, en (Livernaux *et al.*, 2009) y (Gomes, 2011) se presenta un breve repaso a la evolución de los sistemas robóticos quirúrgicos más relevantes a lo largo de los últimos 30 años; por otra parte en (Cinquin *et al.*, 2011) se realiza un análisis sobre el impacto de los robots quirúrgicos en la actualidad y se replantea una interesante clasificación de los diversos dispositivos mecatrónicos quirúrgicos según su grado de autonomía: pasivos (navegadores o sistemas de asistencia por ordenador, denominados CAS), semi-activos (Neuromate<sup>®</sup>), sinérgicos (Acrobot<sup>®</sup>), activos (RoboDoc<sup>®</sup>), teleoperados (DaVinci<sup>®</sup>) o simuladores (Phantom<sup>®</sup>).

Basándose en la experiencia de numerosos profesionales y científicos, cada vez parece más seguro concluir que la introducción de sistemas robóticos durante la ejecución de procedimientos quirúrgicos convencionales puede resultar extremadamente ventajosa, dado que tienen la capacidad de mejorar la efectividad y seguridad de los mismos (Galvani *et al.*, 2005). Estos sistemas pueden emplearse en procedimientos de cirugía mínimamente invasiva, permitiendo así una mejor recuperación de los pacientes y además benefician a los cirujanos al potenciar sus habilidades y aliviar la tensión soportada durante las intervenciones, mejorando la ergonomía y distribución de recursos (Lanfranco *et al.*, 2004). De esta manera, resulta indudable que las condiciones de robustez y destreza (Yoshikawa, 1984) del dispositivo robótico durante el desarrollo de las intervenciones son cruciales.

En este trabajo se presenta un sistema robótico de asistencia a la cirugía desarrollado en CEIT y CUN, descrito detalladamente en el Apartado 4 de este documento. El dispositivo robótico empleado en este prototipo de sistema quirúrgico, el Mitsubishi PA10-7C, es un manipulador serie de cadena abierta con 7 GdL, por lo que se trata de un manipulador redundante. Un robot se denomina cinemáticamente redundante cuando el número de grados de libertad del mecanismo es mayor que el número de variables estrictamente necesarias para definir una tarea (Chiaverini *et al.*, 2008). El motivo de emplear este tipo de dispositivo es que, gracias a su grado de redundancia, permite

\* Autor en correspondencia.

Correo electrónico: [mlandeira@ceit.es](mailto:mlandeira@ceit.es) (Martín A. Landeira Freire)  
URL: [www.ceit.es](http://www.ceit.es); [www.tecnun.es](http://www.tecnun.es)

optimizar la configuración interna del manipulador, maximizando la destreza del mismo durante su funcionamiento.

Una de las novedades que aporta la plataforma robótica desarrollada es que sigue el paradigma de un Sistema Colaborativo Persona-Máquina (también conocido como COBOT, acrónimo del inglés *COllaborative roBOT*), propuesto inicialmente para labores industriales de alta precisión (Peshkin, 2001). De esta manera, el sistema podría definirse como un sistema sinérgico concebido para la interacción física directa con el cirujano, permitiendo la amplificación o asistencia a sus habilidades durante el funcionamiento, de modo que se combina la precisión y la destreza aportadas por el robot con la experiencia y la capacidad de decisión propias de un ser humano.

No obstante, uno de los problemas más graves que surgen durante el funcionamiento del asistente quirúrgico es la ocurrencia de configuraciones singulares del manipulador. Una configuración singular es aquella en la que un manipulador robótico pierde grados de libertad debido al alineamiento de dos o más ejes, ocasionando un comportamiento impredecible tal que pequeños movimientos del extremo final del robot pueden suponer velocidades articulares de magnitud descontrolada (Craig, 1986). Es por ello que, para poder garantizar la robustez del sistema, resulta crucial evitar estas posibles inestabilidades, procurando que la destreza del manipulador sea elevada durante su funcionamiento. El incurrir en velocidades articulares sin control es consecuencia directa de la disminución en el rango de la matriz Jacobiana del sistema al plantear la resolución del problema de cinemática inversa en la vecindad de una configuración singular; por este motivo, los algoritmos de gestión de singularidades están íntimamente relacionados con el cálculo de la cinemática inversa del manipulador.

Existen diferentes métodos para la resolución del problema de cinemática inversa, muchos de los cuales emplean información sobre la trayectoria global para optimizar el cálculo. Sin embargo, hay diversas aplicaciones en las que el funcionamiento del manipulador tiene lugar en un medio altamente dinámico del que no se tiene información predefinida y en las que además tampoco se conoce *a priori* la trayectoria del extremo del robot, dado que se genera en tiempo real (Rubí et al., 2002). Este es el caso de la cirugía robótica colaborativa, ya que el médico decide durante el curso de la cirugía cuáles serán los movimientos más adecuados del robot y además el quirófano resulta un espacio en constante cambio. Dado que es de un problema en el que no se dispone de información *a priori* del medio y la generación de trayectorias es en tiempo real, resulta necesario recurrir a métodos de resolución de cinemática inversa que sólo empleen información local de la trayectoria del extremo final del manipulador, de tal manera que la solución sólo dependa de la configuración articular del mismo.

En este trabajo se desarrolla una estrategia para la resolución de la cinemática inversa del manipulador y la optimización de la característica de redundancia, con el fin de gestionar adecuadamente el comportamiento del mismo en las proximidades de una configuración singular.

Tomando en consideración la metodología presentada en (Nakamura, 1991), la solución propuesta se divide en dos tareas separadas: la tarea primaria, cuyo propósito es asegurar una solución al problema de la cinemática inversa y la tarea secundaria, de menor prioridad, la cual emplea la redundancia del manipulador para optimizar la configuración articular del mismo sin modificar la posición del extremo del robot.

Para la resolución de la tarea primaria se propone una variación del método de Mínimos Cuadrados Amortiguados,

originalmente descrito en (Nakamura et al., 1986) y (Wampler et al., 1988), en la que el factor de amortiguamiento tiene un carácter adaptativo, de manera que el amortiguamiento sea mayor en las direcciones de menor manipulabilidad (Apéndice B). Por otra parte, la resolución de la tarea secundaria se basa en el uso de funciones de potencial ficticio, las cuales permiten penalizar las configuraciones articulares no deseadas, siguiendo el esquema de los métodos de Proyección de Gradiente (Siciliano, 1990).

La estructura del resto del documento es como sigue: en el apartado 2 se plantea brevemente el problema del cálculo de la cinemática inversa de un manipulador, nombrándose los métodos de resolución más comunes y se explica la contribución del método propuesto; posteriormente, en el apartado 3, se detallan los fundamentos matemáticos de la estrategia de gestión de singularidades; a continuación, en el apartado 4, se describe la plataforma quirúrgica desarrollada en CEIT, en la que se implementa este algoritmo y se presentan los resultados de dos experimentos; las conclusiones obtenidas en este trabajo experimental son materia del apartado 5; finalmente, en los apéndices A y B se recoge la información matemática complementaria a los desarrollos aquí propuestos.

## 2. Cinemática Inversa de un Manipulador Robótico

Normalmente, la planificación de la trayectoria del extremo final de un manipulador robótico (definición de la tarea que debe llevar a cabo) se realiza en el espacio cartesiano asociado al sistema de referencia fijo o móvil del mismo, mientras que las consignas de movimiento o par que se transmiten al robot (consignas de corriente enviadas a los actuadores del dispositivo mecatrónico) se definen en el correspondiente espacio articular.

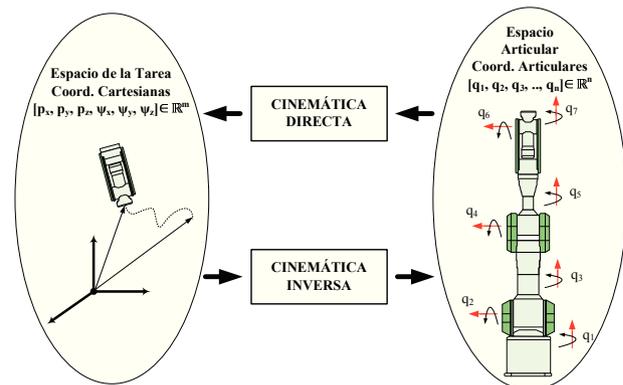


Figura 1: Relación entre el espacio cartesiano del manipulador (tarea) y el correspondiente espacio articular (consignas de movimiento).

De esta manera, la resolución de la cinemática inversa de un manipulador robótico se define como el problema de hallar la configuración de parámetros articulares que permiten alcanzar la posición y orientación buscadas en el efector final (Barrientos et al., 1997). Esta relación viene indicada de acuerdo a la ecuación

$$q(t) = f(p(t)) \quad (1)$$

donde  $p \in \mathbb{R}^m$  es el vector de variables que representan la tarea, definida en el espacio vectorial real cartesiano asociado al sistema de referencia del manipulador y  $q \in \mathbb{R}^n$  es el vector de coordenadas articulares de un manipulador con  $n$  GdL (Figura 1).

En el caso de manipuladores redundantes se verifica que  $m < n$  y el grado de redundancia del manipulador para cumplir una tarea que precisa de  $m$  grados de libertad es  $(n - m)$ .

Considerando la aplicación de cirugía robótica, es razonable asumir que la tarea requiere de  $m = 6$  GdL, sabiendo que las  $m$  componentes del vector  $p$  se corresponden con tres coordenadas lineales de posición y tres coordenadas de orientación del extremo final del robot. De este modo, habiendo empleado un manipulador robótico con  $n = 7$  GdL, el grado de redundancia del sistema es  $(n - m) = 1$ .

Assumiendo un desplazamiento quasi-estático del manipulador (bajas velocidades), es posible replantear el problema diferencial de la cinemática de primer orden como un sistema de ecuaciones lineales discretas, siguiendo el método de integración de Euler, las cuales verifican

$$\begin{cases} \frac{\delta p(t)}{\delta t} = J(q) \cdot \frac{\delta q(t)}{\delta t} \Rightarrow \delta q_i = J(q)^{-1} \cdot \delta p_i \\ q_{i+1} = q_i + \delta q_i \end{cases} \quad (2)$$

donde  $J(q)$  es la matriz Jacobiana del manipulador robótico y el subíndice  $i$  representa el valor del vector de coordenadas cartesianas  $p$  y del vector de coordenadas articulares  $q$  en el instante de tiempo  $t_i$ .

De esta manera, el problema del cálculo de la cinemática inversa para un manipulador robótico se reduce a la obtención de la inversa de  $J(q)$ . Sin embargo, emplear la inversa simple de  $J(q)$  para el cálculo de la cinemática inversa no resulta un método estable, especialmente en problemas mal condicionados, como es el caso del manipulador cerca de una configuración singular; incluso, ni siquiera existe la inversa simple de  $J(q)$  cuando esta verifica la condición  $m < n$ .

Una gran variedad de métodos han sido propuestos para la resolución de la cinemática inversa en su forma diferencial, mostrada en la ecuación (2). Entre las más habituales, cabe destacar los métodos basados en el cálculo de la inversa generalizada (pseudoinversa de Moore-Penrose) y los métodos de Mínimos Cuadrados Amortiguados (Sciavicco et al., 2001).

Los métodos basados en el cálculo de la pseudoinversa de la matriz Jacobiana, mostrada en (3), son aquellos que proporcionan la solución de módulo mínimo al resolver un problema de mínimos cuadrados de tipo II consistente en la búsqueda del vector de incrementos que minimice el desplazamiento articular del manipulador. Sin embargo, estos métodos presentan problemas de estabilidad en las proximidades de una configuración singular (Buss, 2009).

$$J(q)^{\dagger} = J(q)^T (J(q)J(q)^T)^{-1} \quad (3)$$

Dado que la robustez es una condición necesaria en un sistema de cirugía robótica, la formulación de Levenberg-Marquardt o de Mínimos Cuadrados Amortiguados (DLS, del inglés *Damped Least Squares*), parece la más idónea. La formulación del método DLS original consiste en una modificación en la expresión de la pseudoinversa de la matriz Jacobiana de la forma indicada en (4)

$$J(q)^* = J(q)^T (J(q)J(q)^T + \lambda I)^{-1} \quad (4)$$

donde  $\lambda$  es el factor de amortiguamiento del método; este permite evitar los problemas de los métodos basados en el uso de la pseudoinversa, proporcionando estabilidad ante posibles singularidades numéricas en el cálculo del vector de incrementos, (Nakamura et al., 1986).

Posteriormente, en (Maciejewski et al., 1988) se introduce el concepto de filtrado numérico, el cual propone un factor de amortiguamiento variable de acuerdo a la distancia a la posición objetivo; sin embargo, en este trabajo se propone el filtrado únicamente del valor singular más pequeño de la matriz Jacobiana distinto de cero (Apéndice A).

Basado en el método DLS, (Buss et al., 2004) propone una generalización del mismo denominada Mínimos Cuadrados Selectivamente Amortiguados (SDLS). Según la metodología descrita, este método filtra o amortigua todos los valores singulares de  $J(q)$  de tal manera que el amortiguamiento depende de la dificultad en alcanzar la posición objetivo; para ello, emplea cotas de la máxima variación de posición angular y del error o distancia al punto objetivo.

A pesar de ser estrategias empleadas con éxito en otras aplicaciones de investigación, en los casos anteriores el cálculo del factor de amortiguamiento se realiza siendo conocida la trayectoria o la posición objetivo del extremo final del robot. Como se ha indicado anteriormente, las trayectorias del extremo del manipulador en sistemas robóticos de cirugía colaborativa se generan en tiempo real. Al no disponer de información *global* para realizar el cálculo del factor de amortiguamiento, las aproximaciones anteriores no resultan aplicables.

Sin embargo, el concepto de filtrado numérico de todos los valores singulares de la matriz Jacobiana resulta muy atractivo de cara a robustecer el comportamiento del asistente quirúrgico: se ha observado que a medida que el manipulador se acerca a diversas configuraciones singulares durante su operación, no sólo el valor singular mínimo de la matriz Jacobiana tiende a cero (lo que genera la singularidad numérica) sino que la magnitud de más valores singulares también tiende a cero. Incluso durante la operación del robot lejos de las configuraciones singulares más notables, existen determinadas configuraciones articulares que hacen que la magnitud de los valores singulares (y por tanto de la manipulabilidad) sea muy reducida, por lo que también puede ser una fuente de inestabilidades numéricas.

Por tanto, la contribución de este trabajo consiste en aportar una estrategia que pueda ser implementada en aplicaciones con generación de trayectorias en tiempo real, que además permita el filtrado numérico selectivo de todos los valores singulares de la matriz Jacobiana a partir de la información *local* disponible.

Así, para la resolución de la cinemática inversa del manipulador (tarea primaria), se propone un método de Mínimos Cuadrados con Factor de Amortiguamiento Adaptativo tal que:

- el factor de amortiguamiento está descrito por funciones de clase  $C^2$  en todo el dominio espacial del robot (a diferencia de otros métodos en la literatura que emplean funciones a trozos), lo que permite evitar las posibles discontinuidades debidas a errores numéricos o a la elevada fluctuación en las variables que sirven para acotar las funciones a trozos (manipulabilidad). Así se eliminan posibles fuentes de inestabilidad durante la operación y se robustece el comportamiento del robot, especialmente en la proximidad de configuraciones singulares;
- se propone un factor de amortiguamiento adaptativo que filtre todos los valores singulares de  $J(q)$  selectivamente,

según las direcciones del elipsoide de manipulabilidad en las que esta es menor. La SVD de  $J(q)$  proporciona para cada configuración articular del manipulador los valores singulares y vectores singulares de salida (direcciones del elipsoide de manipulabilidad en espacio articular). La disminución en la magnitud de un valor singular, como consecuencia de la aproximación del manipulador a una configuración singular, implica una reducción en la manipulabilidad asociada a la correspondiente dirección del elipsoide (Apéndice B). Por este motivo resulta conveniente proporcionar mayor filtrado para aquellos valores singulares con magnitud menor, mientras que a los valores no afectados por la proximidad a una singularidad se les aplica un amortiguamiento menor.

Por tanto, es este un criterio aplicable en tiempo real, ya que únicamente depende de la información *local* disponible y que ataja el problema anteriormente mencionado del filtrado de múltiples valores singulares con tendencia a anularse en las proximidades de configuraciones singulares.

Con respecto a la aportación propuesta para al criterio de optimización de la configuración articular del manipulador (tarea secundaria) esta es tratada en detalle en el Apartado 3.2.

### 3. Esquema Propuesto para la Resolución del Problema de Cinemática Inversa

En este apartado se describe en detalle la estrategia propuesta para la resolución del problema de cinemática inversa de un manipulador redundante, tomando como base los conceptos presentados en los apartados previos de este documento.

#### 3.1. Tarea Primaria: DLS con Amortiguamiento Adaptativo

Partiendo de los fundamentos matemáticos del método DLS, según la descripción propuesta en (Nakamura et al., 1986), en este apartado se plantea una variación en la formulación del método original que posibilita implementar un factor de amortiguamiento adaptativo, de tal manera que resulte inversamente proporcional a la magnitud de los valores singulares de la matriz Jacobiana del manipulador (Apéndice A) y se provea de mayor amortiguamiento en las direcciones del elipsoide de manipulabilidad en las que ésta es menor (Apéndice B).

De este modo, se define el problema de mínimos cuadrados consistente en buscar una  $\delta q$  que minimice el índice de evaluación

$$\min_{\delta q} \|\delta_e\|_M, \quad \delta_e = \begin{bmatrix} \delta p - J(q)\delta q \\ \delta q \end{bmatrix} \quad (5)$$

donde, para el vector de error diferencial  $\delta_e \in \mathbb{R}^n$ , el operador norma  $\|\delta_e\|_M$  se define como el producto interior en un espacio de Hilbert sobre el cuerpo de los números reales tal que

$$\|\delta_e\|_M = \sqrt{\langle \delta_e, \delta_e \rangle_M} = \sqrt{\delta_e^T M \delta_e} \quad (6)$$

Por definición, el producto interior es una forma cuadrática bilineal, hermitica y definido-positiva. Por ello, en (6), la matriz de ponderación que determina la métrica del espacio con producto interior,  $M \in \mathbb{R}^{(m+n) \times (m+n)}$ , tiene que ser necesariamente

simétrica y definido-positiva. Tomando esto en cuenta, se propone que  $M$  sea una matriz diagonal por bloques de la forma

$$M = \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

donde las submatrices  $M_1 \in \mathbb{R}^{m \times m}$  y  $M_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$  sean matrices diagonalizables ortogonalmente. Se dice que una matriz cuadrada es *diagonalizable ortogonalmente* si existe una colección de vectores ortonormales, formada por los autovectores de la propia matriz, tal que permite reducirla a una forma diagonal (Flaquer et al., 2004). Estas matrices son en realidad formas cuadráticas y por tanto simétricas y definido-positivas.

Introducir en el método original formas diagonalizables como factores de ponderación es lo que permite el amortiguamiento selectivo sobre las direcciones del elipsoide de manipulabilidad asociadas a configuraciones articulares en las que la manipulabilidad es menor. Esto se hace al construir las matrices  $M_1$  y  $M_2$ , seleccionando convenientemente sus autovectores y autovalores. Las colecciones de vectores, que permiten diagonalizar las matrices de ponderación según las indicaciones anteriores, son las que se corresponden con los vectores singulares de proyección en el espacio cartesiano y en el espacio articular, obtenidos de la SVD de la matriz  $J(q)$  para una configuración determinada (Apéndice A). De este modo, se propone que la expresión de las matrices de ponderación,  $M_1$  y  $M_2$ , sea

$$\begin{aligned} M_1 &= U W_1^{-1} U^T \\ M_2 &= V W_2 V^T \end{aligned} \quad (8)$$

donde  $U$  y  $V$  son las matrices ortonormales obtenidas a partir de la SVD de  $J(q)$ ;  $W_1$  y  $W_2$  son matrices diagonales cuyos elementos son los autovalores de  $M_1$  y  $M_2$ , los cuales se eligen convenientemente de tal manera que se produzca mayor amortiguamiento en las direcciones de menor manipulabilidad. La discusión sobre la expresión analítica de estos autovalores se realiza más adelante en este apartado.

A partir del índice de evaluación (5) y la definición de norma vectorial (6), se deduce la función de coste ponderada del problema de mínimos cuadrados (9)

$$\|\delta_e\|_M^2 = (\delta p - J(q)\delta q)^T M_1 (\delta p - J(q)\delta q) + \delta q^T M_2 \delta q \quad (9)$$

Es posible demostrar a partir de (9) que  $\|\delta_e\|_M$  se puede expresar como una función cuadrática de  $\delta q$ , siendo (10) la solución a dicha ecuación

$$\delta q_s = \left\{ \left( J(q)^T M_1 J(q) + M_2 \right)^{-1} J(q)^T M_1 \right\} \delta p \quad (10)$$

Consecuentemente, la solución al sistema de ecuaciones (2), derivado a partir de la expresión diferencial de cinemática de primer orden es

$$\begin{aligned} \delta q &= J^\#(q) \delta p \\ J^\#(q) &= \left\{ \left( J(q)^T M_1 J(q) + M_2 \right)^{-1} J(q)^T M_1 \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

donde  $J^\#(q)$  es la generalización del concepto de SR-inversa de la matriz Jacobiana. Esta expresión matricial es de rango  $n$ , lo cual resulta poco adecuada en el caso particular de trabajar con un manipulador redundante, en el que se verifica  $n > m$ .

Teniendo esto en cuenta, resulta posible operar convenientemente la expresión de  $J^\#(q)$  presentada en (11) con el propósito de obtener una expresión de rango menor.

Dado que para esta formulación las matrices de ponderación  $M_1$  y  $M_2$  son arbitrarias en tanto que se puede elegir libremente la expresión de las matrices  $W_1$  y  $W_2$ , en este punto se decide fijar  $W_2 = I_n \Rightarrow M_2 = I_n$  en aras de simplificar los cálculos, sin incurrir por ello en una pérdida de generalidad en el método. De esta manera, se obtiene la expresión equivalente a (11)

$$J^\#(q) = J(q)^T \left( J(q)J(q)^T + M_1^{-1} \right)^{-1} \quad (12)$$

Aplicando a (12) la SVD de la matriz Jacobiana y sustituyendo  $M_1$  de acuerdo a la expresión (8) se obtiene

$$J(q)^\# = VS^T \left( SS^T + W_1 \right)^{-1} U^T \quad (13)$$

que es la expresión final de la SR-Inversa generalizada, considerada en el presente trabajo. Usando la notación sumatoria, calculada a partir de (13)

$$J(q)^\# = \sum_{i=1}^m \frac{\sigma_i}{\sigma_i^2 + w_i} v_i u_i^T \quad (14)$$

se puede observar que el comportamiento de (14) es muy similar al de la SR-Inversa original, asumiendo que  $W_1$  sea una matriz diagonal definido-positiva.

En (13) y (14) la matriz  $W_1$  es la matriz de amortiguamiento selectivo, de modo que sus elementos se eligen de acuerdo al criterio de mayor amortiguamiento en las direcciones de menor manipulabilidad; esto es, en las direcciones representadas por los vectores de proyección a las que se asocia un valor singular de menor magnitud. Se propone que  $W_1$  sea una matriz diagonal cuyos elementos,  $w_i$ , verifiquen la siguiente expresión

$$w_i = k_s \left( 1 - \frac{\sigma_i}{\sigma_{\max}} \right)^{2r} \quad (15)$$

En la ecuación (15),  $k_s$  es el factor de escala y al resto de la ecuación se le denominará factor de forma, siendo  $\sigma_{\max}$  el valor singular máximo en la SVD de  $J(q)$  para una configuración determinada del manipulador,  $r$  el número de valores singulares no nulos para dicha configuración y  $\sigma_i$  el valor singular al que se asocia la constante de amortiguamiento  $w_i$ .

El factor de forma confiere la capacidad de amortiguamiento adaptativo, al permitir que el valor de  $w_i$  varíe atendiendo a la distribución de los valores singulares y a la proximidad del manipulador a una configuración singular. En la Figura 2 se ha

graficado la función del factor de forma, correspondiente a dos configuraciones articulares del manipulador: en la vecindad de una singularidad y lejos de la misma. Sobre las gráficas, se han señalado los valores singulares, obtenidos de la SVD de la matriz  $J(q)$ , para cada una de las configuraciones.

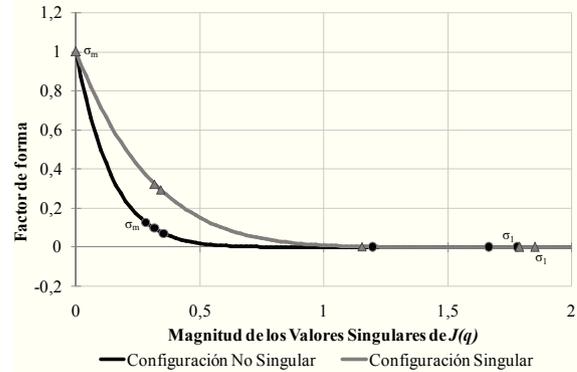


Figura 2: Coeficientes de la matriz de amortiguamiento para dos configuraciones distintas del manipulador ( $k_s=1$ ).

De esta manera, en el caso de estar lejos de una singularidad (valores singulares de magnitud similar y  $r = m$ , para un problema bien condicionado), la magnitud del amortiguamiento que afecta a cada uno es menor. En caso de estar cerca de una configuración singular (donde  $r < m$  y la magnitud de los valores singulares más pequeños es mucho menor) se observa un incremento apreciable del factor de amortiguamiento, tanto mayor cuanto menor sea la magnitud del correspondiente valor singular.

El ajuste del factor de escala se realiza experimentalmente, dependiendo del comportamiento deseado para el manipulador. Sin embargo, dada la naturaleza del algoritmo propuesto, se recomienda considerar un valor constante o una recta de pendiente negativa proporcional al número de condición (Apéndice B), como se muestra en (16)

$$k_s = k_0 \quad (16)$$

$$k_s = \alpha \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} (\sigma_{\max} - \sigma_i)$$

### 3.2. Tarea Secundaria: Método de Proyección de Gradientes

La tarea secundaria se emplea para optimizar la configuración articular del manipulador, aprovechando su grado de redundancia para maximizar la destreza o manipulabilidad del mismo.

La reconfiguración articular del manipulador no debe afectar al posicionamiento y orientación del extremo final del robot (esto es, a la solución del problema de cinemática inversa, el cual es el propósito de la tarea primaria), dado que si estos se vieses alterados no se estaría cumpliendo con las decisiones tomadas por el cirujano durante la intervención. Es por ello que toda modificación de la configuración articular del robot debida a la tarea secundaria debe producirse en el espacio nulo del manipulador ya que esto no afecta a la posición y orientación del extremo final del mismo (Chiaverini et al., 2008).

De este modo, la componente de la velocidad articular asociada a la reconfiguración articular del manipulador en el espacio nulo se expresa como  $\dot{q}_{\ker}$  y se obtiene como la

proyección ortogonal de un vector cualquiera  $H \in \mathbb{R}^n$  sobre el espacio nulo de  $J(q)$ , de acuerdo a la expresión (17)

$$\dot{q}_{\text{ker}} = \{I_n - J^\dagger J\} H \quad (17)$$

donde  $J(q)^\dagger$  es la pseudoinversa de  $J(q)$ , que verifica la expresión (3). Aplicando nuevamente la SVD de  $J(q)$ , podemos expresar la ecuación (17) de la forma

$$\dot{q}_{\text{ker}} = \{V(I_n - S^\dagger S)V^T\} H \quad (18)$$

Para la implementación de la tarea secundaria, se emplea el Método de Proyección de Gradientes, en el cual se asume que el vector  $H$  coincide con el gradiente de una función de coste convenientemente planteada. Este método ha sido empleado con anterioridad en diversos trabajos de investigación en los que se proponen funciones de coste con diferentes propósitos como evitar los límites mecánicos de las articulaciones, maximizar la manipulabilidad cinético-estática y dinámica u optimizar varios criterios simultáneamente (Wang et al., 2010).

La contribución de este trabajo consiste en aportar un criterio de optimización diferente de los anteriores, de tal manera que se permita evitar las configuraciones singulares del manipulador y se favorezcan determinadas configuraciones articulares en las que la manipulabilidad sea mayor. Este criterio de optimización consiste en definir una función de potencial ( $\Gamma$ ) asociada a determinadas articulaciones del manipulador y modulada de tal manera que la magnitud del potencial resulte máxima a medida que el manipulador se aproxime a una configuración articular no deseada (próxima a una singularidad o límite mecánico de una articulación). Así, se define la función de potencial ficticio total de acuerdo a la expresión (19), como el sumatorio de  $n$  funciones de potencial, cada una asociada a un grado de libertad

$$\Gamma_{\text{tot}}(q) = \sum_{i=1}^n \Gamma(q_i) \quad (19)$$

Al calcular el gradiente de la función de potencial propuesta, se obtiene la dirección de máxima variación de la función. Al proyectar el vector opuesto al gradiente sobre el espacio nulo del robot, este se comporta modificando su configuración articular de tal manera que se aleja de la configuración de potencial máximo (asociada a una singularidad) y tiende a moverse hacia configuraciones de menor potencial (mayor manipulabilidad).

Las funciones de potencial ficticio han sido empleadas con anterioridad por otros grupos de investigación en aplicaciones de robótica móvil, con el propósito de optimizar la navegación y la configuración global del manipulador, habiendo disponible información detallada sobre el entorno en el que se mueve el robot (Khatib, 1986). Sin embargo, el uso de funciones de potencial ficticio, según la metodología propuesta en este trabajo, constituye una aproximación original al problema de la resolución de la redundancia de un manipulador por varias razones:

- dado que el método emplea información local de la configuración articular del manipulador, puede emplearse en aplicaciones con generación de trayectorias en tiempo real y en entornos altamente dinámicos;
- el robot debe poder moverse según el criterio del cirujano, de tal manera que se busca una función para optimizar la configuración articular del robot sin modificar la posición y orientación del extremo final del mismo, haciendo su

operación más robusta sin interferir en la actividad clínica. En los trabajos de robótica móvil, el criterio es que la configuración del robot varíe de acuerdo a la función de potencial, sin que la configuración sea elegible por el operador o permita mantener la posición y orientación del extremo final;

- permite construir múltiples funciones de clase  $C^2$  en todo el dominio articular del manipulador, atendiendo a diversos criterios de optimización convenientes.

Tras diseñar y ensayar distintas funciones de potencial ficticio (polinomios con crestas y valles convenientemente ubicados, funciones basadas en potenciales de Lennard-Jones...), en este trabajo se propone que la forma de la función de potencial asociada a una articulación concreta, en el instante  $t_i$ , sea

$$\Gamma(q_i) = k_0 (\text{sinc}(\gamma q_i) + \beta q_i^{2z}) \quad (20)$$

donde los parámetros de ajuste de la función,  $\{k_0, \gamma, \beta\} \in \mathbb{R}$  y  $z \in \mathbb{N}$ , se obtienen considerando las posiciones estables y configuraciones no deseadas del manipulador (Figura 3). Se ha seleccionado esta expresión por diversos motivos:

- es una función de clase  $C^2$  en todo su dominio;
- dada la naturaleza de la función seno cardinal (*sinc*), esta presenta máximos y mínimos de potencial distribuidos de manera simétrica en su recorrido, que pueden ser asociados a diversas configuraciones articulares para favorecerlas ó evitarlas según resulte conveniente; por otra parte, la modulación de la señal es independiente de la frecuencia, lo cual no ocurre con polinomios;
- sumar un polinomio par de grado elevado (simétrico) cuya aportación al potencial se manifiesta hacia el final de la carrera de la articulación (cuando la función *sinc* ya no presenta una aportación relevante), permite limitar el recorrido de la misma evitando así los límites mecánicos.

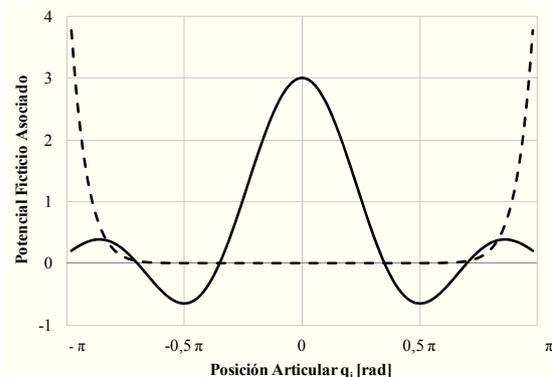


Figura 3: Funciones de potencial ficticio asociada a un GdL que presenta una configuración no deseada para  $q_i=0$  [rad], dos configuraciones estables en  $q_i=\pm\pi/2$  [rad] y límite de recorrido en  $q_i=\pm\pi$  [rad].

### 3.3. Implementación Final

Tomando en cuenta la expresión del problema incremental de cinemática inversa (2) y la expresión para el cálculo de la inversa de  $J(q)$  propuesta en este trabajo (13), el aporte de la tarea primaria a la solución del problema de cinemática inversa viene dado por

$$\dot{q} = \left\{ VS^T (SS^T + W_1)^{-1} U^T \right\} \dot{p} \quad (21)$$

A la ecuación (21), se suma la contribución a la velocidad articular del manipulador, denotada por (18), de modo que la implementación final del algoritmo propuesto es de la forma

$$\begin{aligned} \dot{q} &= \left\{ VS^T (SS^T + W_1)^{-1} U^T \right\} \dot{p} + \dot{q}_{\text{ker}} \\ \dot{q}_{\text{ker}} &= \left\{ V(I_n - S^\dagger S) V^T \right\} \left[ -\nabla \Gamma_{\text{tot}}(q) \right]_{n \times 1} \\ \frac{\partial \Gamma_{\text{tot}}}{\partial q_i} &= \frac{\gamma \cdot \cos(\gamma q_i) q_i - \sin(\gamma q_i)}{q_i^2} + 2z\beta \cdot q_i^{2z-1} \end{aligned} \quad (22)$$

#### 4. Resultados Experimentales

Una de las operaciones en las que la introducción de un asistente robótico pudiera resultar ventajosa, debido a las características particulares de la misma, es la fijación transpedicular lumbosacra (Rabinowitz et al., 1997). En estas operaciones resulta necesario un elevado grado de precisión, teniendo en cuenta que la inserción incorrecta de los tornillos poliaxiales a través del pedículo vertebral puede causar graves lesiones en la médula espinal, vasos sanguíneos circundantes y estructuras óseas (Faraj et al., 1997) o incluso ocasionar numerosas complicaciones post-quirúrgicas (Cho et al., 2011).

El empleo de sistemas asistidos por computador y dispositivos quirúrgicos contribuye enormemente al descenso de la tasa de inserciones erróneas y complicaciones de la cirugía transpedicular (Wu et al., 2010). Actualmente, existe un sistema robótico comercial aprobado para su empleo en cirugías de fijación transpedicular llamado SpineAssist (Shoham et al., 2003), así como otros sistemas experimentales, algunos de los cuales están descritos en (Ortmaier et al., 2006 a,b), (Lee et al., 2009), (Riwan et al., 2011) y (Tovar-Arriaga et al., 2011).

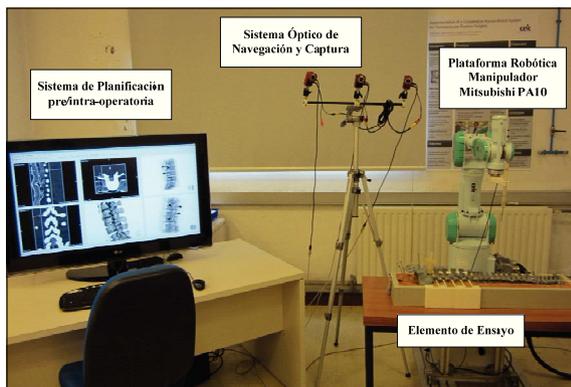


Figura 4: Sistema de asistencia quirúrgica desarrollado en CEIT.

En la Figura 4 se muestra el sistema de asistencia quirúrgica desarrollado en CEIT, concebido para intervenciones de fijación transpedicular. En los siguientes apartados se describen los elementos que lo componen, su interconexión y funcionamiento, haciendo mayor hincapié en la plataforma robótica, sobre la cual se ha probado el algoritmo desarrollado en este trabajo.

#### 4.1. Descripción General del Prototipo Sistema Robótico de Asistencia a la Cirugía

El sistema propuesto consta de tres elementos, los cuales se interconectan siguiendo la arquitectura mostrada en la Figura 5:

- un Software de Planificación, el cual permite al cirujano elaborar una estrategia quirúrgica óptima basándose en imágenes médicas pre-operatorias o intra-operatorias;
- un Sistema de Navegación óptico cuyo fundamento se basa en la captura de marcadores pasivos (Optitrack®), el cual proporciona los datos de ubicación espacial del paciente y los componentes del sistema y permite llevar a cabo el registro con el software de planificación;
- una Plataforma Robótica, que permite alcanzar físicamente y ejecutar los objetivos previstos con anterioridad, proporcionando cierto tipo de guiado durante la intervención quirúrgica.

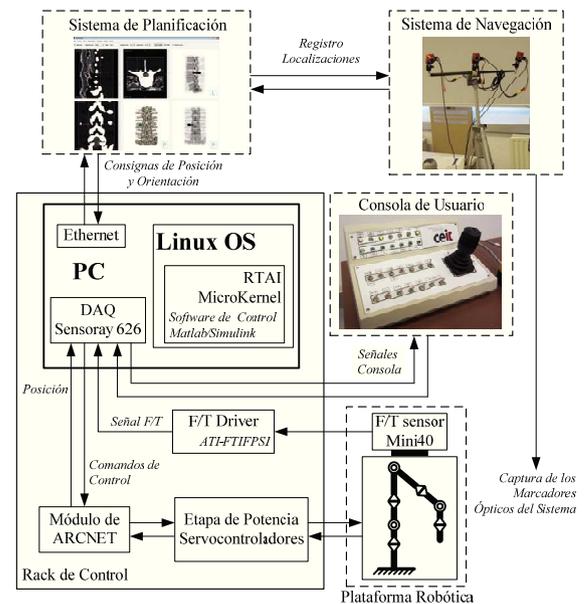


Figura 5: Arquitectura de hardware del sistema de asistencia quirúrgica.

El asistente robótico (Figura 6) tiene dos posibles modos de funcionamiento. En su modo de funcionamiento en conjunto con el planificador, el cirujano trabaja sobre las imágenes pre- o intra-operatorias definiendo la posición y ángulo de inserción de los tornillos en el pedículo vertebral. Esta información se transmite (vía Ethernet) al sistema de control del manipulador robótico y este se ubica adecuadamente, de acuerdo a las especificaciones del médico y según la información de correregistro proporcionada por el sistema de navegación.

El segundo es el modo de funcionamiento cooperativo, en el que el cirujano sujeta el robot por su extremo final (donde se acopla la herramienta quirúrgica), orientándolo y posicionándolo en el espacio de trabajo según resulte conveniente para el desarrollo de la intervención quirúrgica (Figura 7). Para ello, en el extremo final del robot se ha incluido un sensor de fuerza Mini40 (ATI Industrial Automation, NC, USA), el cual permite medir las fuerzas y pares aplicados por el usuario así como determinar las colisiones del dispositivo con el entorno.

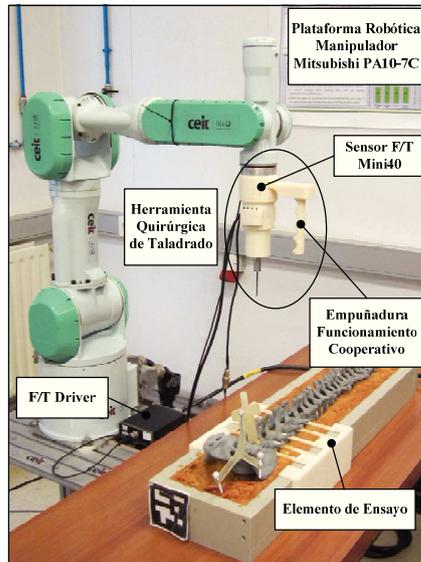


Figura 6: Plataforma robótica.

La arquitectura de control implementada en la plataforma robótica para el modo cooperativo queda reflejada en la Figura 8. Este esquema de control en su conjunto permite regular la interacción fuerza-posición que tiene lugar durante el uso del sistema en tareas cooperativas, proporcionando la estabilidad y óptimo desempeño del sistema durante esta interacción (Melo et al., 2012). El lazo interno de control en posición está directamente implementado en la etapa de control del robot; este recibe consignas de velocidad en el espacio articular y retorna como salida la posición instantánea del manipulador. Se ha decidido mantener el ajuste del controlador PID interno según los parámetros definidos por el fabricante.



Figura 7: Detalle del funcionamiento cooperativo del sistema.

El módulo de control en admitancia (Seraji, 1994) se corresponde con la implementación de un controlador en fuerza, en donde se toma como referencia la fuerza y el par medidos por el sensor (previo cálculo de las actuaciones resultantes y filtrado de las mismas). Como salida, este módulo genera las velocidades en espacio cartesiano ( $\dot{p}_{ref}$ ), que posteriormente se envían al bloque de cinemática inversa para calcular las consignas de velocidad articular a los motores.

En la proximidad de las estructuras anatómicas objeto de la cirugía, es posible la activación de un módulo de restricciones virtuales hápticas, convenientemente implementado en este

sistema, cuyo fin es limitar el movimiento espacial del robot (movimientos a lo largo de una curva espacial o en el interior de geometrías virtuales primitivas), aumentando la destreza y repetibilidad de los movimientos que efectúa durante su labor (Kragic et al., 2005). La activación de este módulo modifica el comportamiento del controlador en admitancia descrito, para así limitar las consignas de velocidad enviada al manipulador.

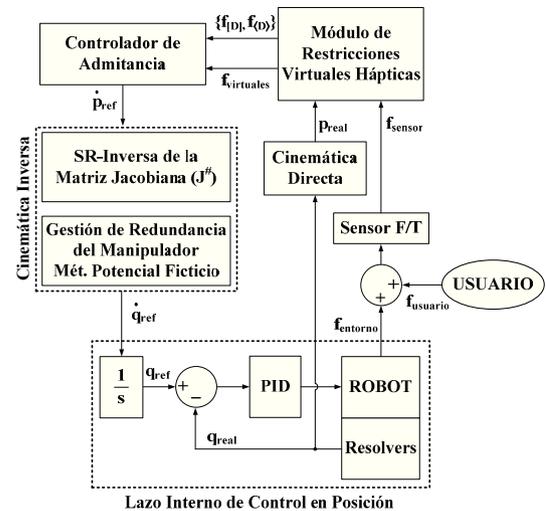


Figura 8: Arquitectura de control del manipulador robótico.

La implementación del cálculo de la cinemática inversa y del bloque de gestión de singularidades es el objeto del presente trabajo y los algoritmos empleados han sido discutidos en el Apartado 3. La referencia que recibe a la entrada proviene del controlador de admitancia, como se ha indicado anteriormente, para el caso de funcionamiento cooperativo. En el caso de funcionamiento conjunto con el planificador, esta referencia se genera a partir de la matriz de transformación homogénea correspondiente a la especificación del cirujano.

Finalmente, como se desprende de los párrafos anteriores, esta plataforma está concebida no sólo como un asistente que ayuda en el guiado de las herramientas quirúrgicas, sino que además es un sistema de taladrado activo. De esta manera, una vez que el cirujano posiciona convenientemente el manipulador y se verifica su adecuación mediante el uso de imágenes intra-operatorias de fluoroscopia, la herramienta de taladrado se activa y es guiada por el médico valiéndose del módulo de restricciones virtuales, que garantizan la seguridad del proceso. En (Landeira et al., 2013) se describe un trabajo previo llevado a cabo para validar la efectividad del sistema y realizar un estudio preliminar sobre los efectos de necrosis térmica durante las operaciones de taladrado.

#### 4.2. Descripción del Manipulador Robótico Mitsubishi PA10-7C

El manipulador empleado en este prototipo experimental es un PA10-7C (Mitsubishi Heavy Industries Ltd., Kobe, Japón). Se trata de un manipulador redundante de 7 GdL con un amplio espacio de trabajo, el cual permite acceder a las distintas secciones de la columna vertebral del paciente sin necesidad de reubicar la posición del manipulador repetidamente.

En la Figura 9 se muestra el modelo cinemático del manipulador PA-10 junto con la correspondiente tabla de parámetros de Denavit-Hartenberg (Barrientos et al., 1997).

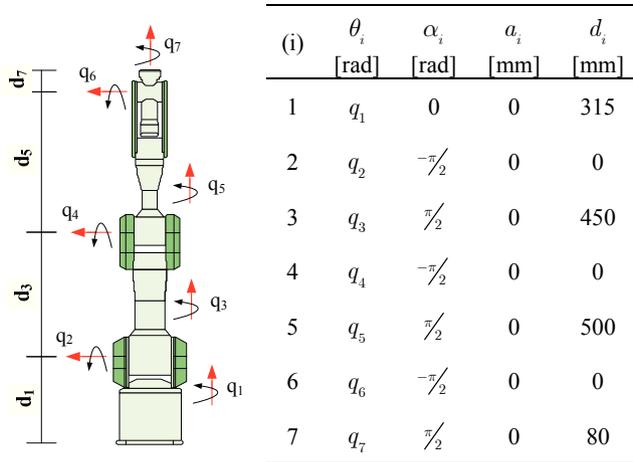


Figura 9: Diagrama del PA-10 y tabla de parámetros de Denavit-Hartenberg.

En (Nakai et al., 2002) se realiza un estudio en el que se incluye la definición de las configuraciones singulares básicas alcanzadas por manipulador PA10-7C. Considerando el tipo de tareas que debe desempeñar el manipulador, en la Figura 10 se han representado las configuraciones singulares básicas que resulta más probable alcanzar durante el funcionamiento del robot, especialmente la configuración singular asociada a la muñeca del robot (6° eje o GdL), para la que el valor del parámetro articular  $q_6$  es nulo. En base a esto, se definen las funciones de potencial ficticio asociadas a los GdL  $q_4$  y  $q_6$ .

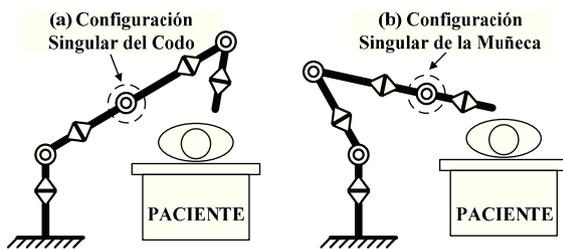


Figura 10: Configuraciones singulares básicas alcanzadas por el manipulador.

4.3. Experimentos y Resultados

Para la validación de los algoritmos propuestos se han realizado dos experimentos (Figura 11), usando la plataforma robótica descrita en este trabajo, con el propósito de hacer que el manipulador opere en la vecindad a las configuraciones singulares básicas indicadas anteriormente.

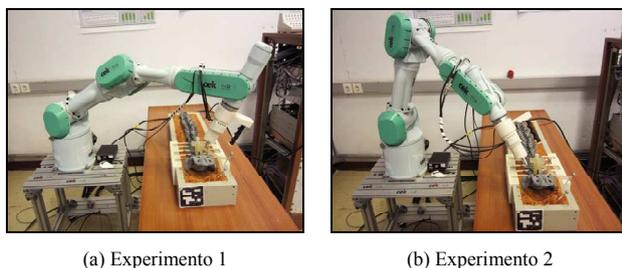


Figura 11: Experimentos realizados durante el testeo del algoritmo.

En estos experimentos se han ensayado ambos modos de funcionamiento: se ha empleado el modo de funcionamiento cooperativo para estudiar el comportamiento del manipulador cerca de la singularidad del codo y para el estudio de la singularidad de muñeca se ha utilizado directamente una referencia cartesiana de velocidad. Esta decisión se ha tomado en base a la facilidad de cada modo de operación para incurrir en la singularidad correspondiente.

Para cada experimento se han obtenido dos gráficas: en una se recoge la sucesión de las posiciones articulares del manipulador a lo largo del experimento y en la otra se muestra la evolución temporal del índice de manipulabilidad, lo que permite cuantificar la destreza del manipulador de manera instantánea. El análisis del comportamiento de estas variables ante la proximidad a una configuración singular del manipulador es lo que permite comprobar y evaluar el funcionamiento del método.

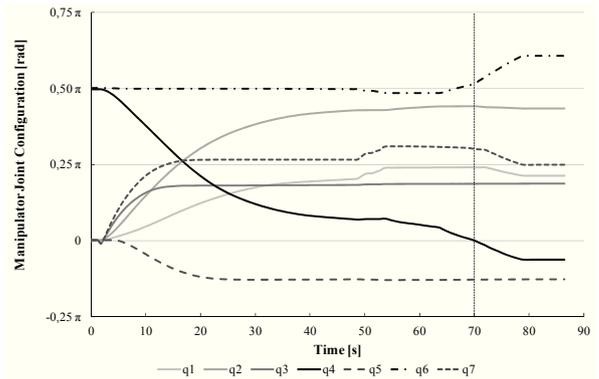


Figura 12: Experimento 1 – Sucesión de las posiciones articulares del robot.

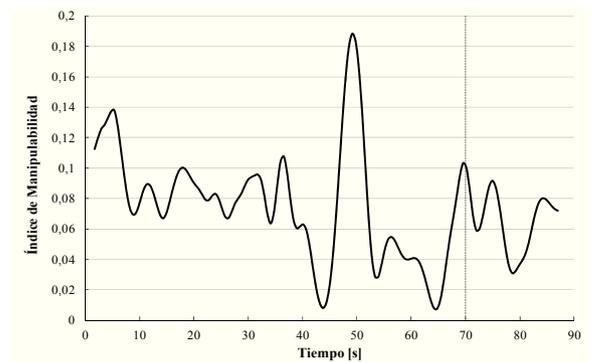


Figura 13: Experimento 1 – Evolución temporal de la manipulabilidad.

Las gráficas correspondientes al primer experimento se muestran en la Figura 12 y la Figura 13. En la primera gráfica (Figura 12) se recoge la evolución temporal de la configuración articular del manipulador a lo largo del primer experimento. Se observa que durante el funcionamiento cooperativo del manipulador, la articulación del codo atraviesa una configuración singular básica (se comprueba que en el instante  $t \approx 70$  [s],  $q_4$  tiene valor nulo) de manera estable (sin producirse cambios bruscos instantáneos en la configuración articular) para alcanzar la zona lateral derecha del elemento de ensayo. Considerando el mismo instante en la gráfica de manipulabilidad correspondiente (Figura 13), se observa que la evolución de la configuración articular del manipulador se ha modificado de tal manera que a medida que este se acerca a la configuración singular descrita, se

favorece un aumento de la manipulabilidad para atravesar la configuración no deseada (nótese que el valor de la manipulabilidad en ningún instante es nulo).

Las gráficas correspondientes al segundo experimento se muestran en la Figura 14 y la Figura 15. Nuevamente, en la primera gráfica (Figura 14) se presenta la sucesión de posiciones articulares del robot durante el experimento. Se ha usado como referencia una consigna de velocidad constante (en coordenadas cartesianas), buscando que el robot alcanzase la configuración singular de la muñeca en la que  $q_6$  tiene valor nulo. En este caso es posible apreciar incluso más claramente el efecto de los algoritmos propuestos, debido a que cuando el manipulador se aproxima a la configuración singular de la muñeca (se comprueba que en el instante  $t \approx 32$  [s]  $q_6$  se aproxima a cero) el robot modifica su configuración articular de tal manera que se detenga el avance de la sexta articulación y se reconduzca, evitando así la singularidad de muñeca que se preveía atravesar y al mismo tiempo consiguiendo alcanzar la posición y orientación deseadas. También en este experimento se aprecia cómo el robot modifica su configuración para inducir un aumento de la manipulabilidad que permita evitar la configuración singular que el manipulador hubiese alcanzado (Figura 15).

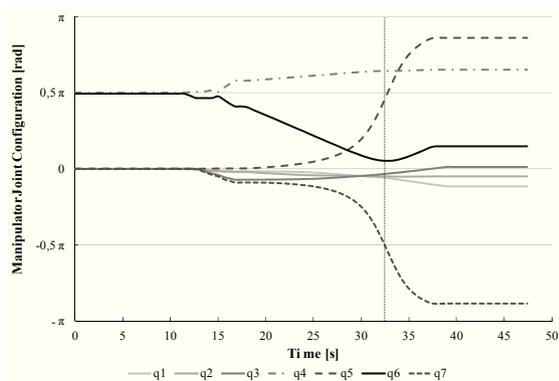


Figura 14: Experimento 2 – Sucesión de las posiciones articulares del robot.

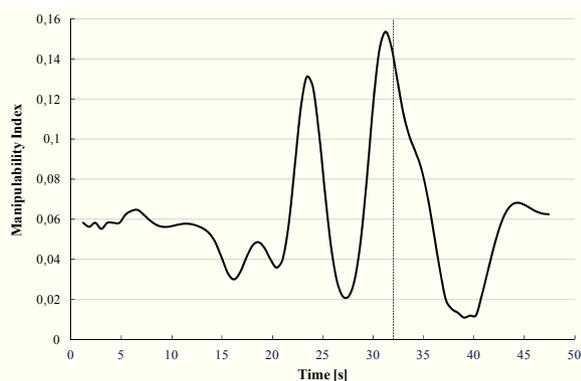


Figura 15: Experimento 2 – Evolución temporal de la manipulabilidad.

## 5. Conclusiones

En este trabajo se ha presentado un nuevo prototipo de plataforma robótica, destinada a la asistencia durante intervenciones quirúrgicas de fijación transpedicular lumbar. La plataforma presenta dos modos de funcionamiento: un modo de operación en conjunto con un sistema de planificación quirúrgico y otro modo cooperativo, en el cual se realiza el posicionamiento

del manipulador por medio de la interacción directa del sistema con el cirujano (sistema cooperativo *Human-Machine Interface*).

A fin de mejorar las condiciones de estabilidad de la plataforma ante la incidencia de posibles configuraciones inestables, se ha propuesto una metodología de resolución de la cinemática inversa del manipulador robótico redundante empleado en el sistema quirúrgico que integra una estrategia de gestión de singularidades.

Dicha estrategia divide la solución del problema en dos tareas diferenciadas. La tarea primaria implementa una variación de los algoritmos de mínimos cuadrados amortiguados incluyendo un factor de amortiguamiento adaptativo. La tarea secundaria pretende la optimización de la configuración articular del manipulador, empleando para ello la técnica de proyección de gradiente en el espacio nulo de la matriz Jacobiana del manipulador para campos de potencial ficticios convenientemente diseñados a fin de evitar configuraciones singulares.

La introducción de funciones  $C^2$  para el cálculo del factor de amortiguamiento en todo el espacio articular del manipulador, suponen una mejora en la estabilidad del mismo al eliminar las posibles fuentes de discontinuidad inherentes al uso de cotas y funciones definidas por tramos. Las cotas de estas funciones por tramos se definen habitualmente en la literatura (*Wampler et al., 1988*), (*Chiaverini et al. 1997*) a partir de unos valores de manipulabilidad mínimos, lo cual no resulta muy adecuado en esta aplicación dado la variabilidad que experimenta la función del índice manipulabilidad (u otras similares, como el número de condición ó el valor singular máximo).

Para una configuración singular del manipulador es posible que más de un valor singular de la SVD de  $J(q)$  sea nulo; además, junto a las configuraciones singulares principales tratadas en este trabajo, existen otras posibles configuraciones inestables para el manipulador en las que la matriz  $J(q)$  pierde su rango. Al filtrar todos los valores singulares, este método permite adaptarse a estos patrones de comportamiento por medio del factor de forma, el cual actúa según la proximidad de cada uno de los valores singulares al valor nulo.

Habiendo estudiado la morfología de la solución en notación sumatoria (14), el uso de amortiguamiento adaptativo también favorece que el comportamiento de la solución al problema de cinemática inversa tenga mayor similitud al de la solución de valor mínimo (método de la pseudoinversa), garantizando además mejor nivel de estabilidad numérica. Futuros desarrollos incluyen el análisis de la propagación de errores del método DLS con factor de amortiguamiento adaptativo así como el estudio de nuevas funciones para el factor de amortiguamiento.

En este trabajo se introduce el uso de funciones de potencial ficticio como criterio de optimización de la redundancia del manipulador robótico a fin de evitar las configuraciones singulares. Se trata de una aproximación preliminar, relativamente simple, que trata las configuraciones singulares básicas del manipulador. En posteriores estudios, se realizarán análisis en profundidad del diseño de campos de potencial n-dimensional que permitan optimizar más adecuadamente la configuración articular global del manipulador.

Por último, de cara al control de la plataforma robótica empleada, en próximos desarrollos se prevé la derivación del modelo dinámico del manipulador para la implementación de algoritmos de control robusto en espacio de estados (LQG/LTR y H-infinito), lo cual contribuirá enormemente a conferir al sistema mayor estabilidad durante su funcionamiento.

## English Summary

**Development and implementation of a singularity management strategy for a cooperative redundant robotic system destined to assistance during surgical interventions.**

### Abstract

In this research work, a new prototype of collaborative robot-assisted surgical platform for transpedicular fixation surgeries is presented. The usage of assistive robotic systems during conventional surgical procedures improves surgical outcomes, as they ensure high levels of precision and safety. Hence, robustness and dexterity of the mechatronic devices must be guaranteed, even in the neighborhood of unstable configurations during their performance. Bearing this in mind, a singularity management strategy has been implemented in the robotic platform, based on the Damped Least Squares method using an adaptive damping factor together with a methodology for optimization of joint redundancy of the platform manipulator, Mitsubishi PA10-7C.

### Keywords:

Singularities, Inverse kinematics problem, Redundant manipulator, Co-operative control, Biomedical system

## Referencias

- Barrientos, A., Peñín, L.F., Balaguer, C., Aracil, R., 1997. Fundamentos de Robótica. McGraw-Hill/Interamericana de España S.A. Madrid, España.
- Buss, S.R., Kim, J.S., 2005. Selectively Damped least squares for inverse kinematics. *Journal of Graphics Tools* 10, pp. 37-49. DOI: 10.1080/2151237X.2005.10129202
- Buss, S.R., 2009. Introduction to inverse kinematics with jacobian transpose, pseudoinverse and damped least squares methods. Estudio no publicado
- Chiaverini, S., Oriolo, G., Walker, I.D., 2008. Kinematically redundant manipulators. In: Siciliano, B., Khatib, O. (Eds.). *Handbook of Robotics*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, Ch. 11, pp. 245-268
- Chiaverini, S., 1997. Singularity Robust Task-Priority Redundancy Resolution for Real-Time Kinematic Control of Robot Manipulators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 13, pp. 398-410. DOI: 10.1109/70.585902
- Cho, W., Shimer, A.L., Shen, F.H., 2011. Complications associated with posterior lumbar surgery. *Seminars in Spine Surgery* 23, pp. 101-113. DOI: 10.1053/j.semss.2010.12.013
- Cinquin, P., 2011. How today's robots work and perspectives for the future. *Journal of Visceral Surgery* 148, pp. e12-e18. DOI: 10.1016/j.jviscsurg.2011.08.003
- Craig, J., 1986. *Introduction to robotics. Mechanics and control*. Addison-Wesley, Stanford, USA.
- Faraj, A.A., Webb, J.K., 1997. Early complication of spinal pedicle screw. *European Spine Journal* 6, pp. 324-326. DOI: 10.1007/BF01142678
- Flaquer, J., Olaizola, J., Olaizola, J., 2004. *Curso de álgebra lineal*. Eunsa – Ediciones Universidad de Navarra. Pamplona, España
- Galvani, C., Horgan, S., 2005. Robots en cirugía general: presente y futuro. *Cirugía Española* 78, 138-147. DOI: 10.1016/S0009-739X(05)70907-6
- Gomes, P., 2011. Surgical robotics: Reviewing the past, analyzing the present, imagining the future. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 27, pp. 261-266. DOI: 10.1016/j.rcim.2010.06.009
- Khatib, O., 1986. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots. *The International Journal of Robotics Research* 5, pp. 90-98. DOI: 10.1109/ROBOT.1985.1087247
- Kragic, D., Marayong, P., Li, M., Okamura, A.M., Hager, G.D., 2005. Human-machine collaborative systems for microsurgical applications. *The International Journal of Robotics Research* 24, pp. 731-741. DOI: 10.1177/0278364905057059
- Landeira Freire, M.A., Ramos, J.C., Sánchez, E., 2013. Robot-assisted surgical platform for controlled bone drilling: experiments on temperature monitoring for assessment of thermal bone necrosis. In: XIII Mediterranean Conference on Medical and Biological Engineering and Computing. Sevilla, España. 2013.
- Lanfranco, A.R., Castellanos, A.E., Desai, J.P., Meyers, W.C., 2004. Robotic surgery: a current perspective. *Annals of surgery* 239, pp. 14-21. DOI: 10.1097/01.sla.0000103020.19595.7d
- Lee, J., Hwang, I., Kim, K., Choi, S., Chung, W.K., Kim, Y.S., 2009. Cooperative robotic assistant with drill-by-wire end-effector for spinal fusion surgery. *Industrial Robot: An International Journal* 36, pp. 60-72. DOI: 10.1108/01439910910924684
- Livernaeux, P., Nectoux, E., Taleb, C., 2009. The future of robotics in hand surgery. *Chirurgie de la main* 28, pp. 278-285. DOI: 10.1016/j.main.2009.08.002
- Maciejewski, A.A., Klein, C.A., 1988. Numerical filtering for the operation of robotic manipulators through kinematically singular configurations. *Journal of Robotic Systems* 5, pp. 527-552. DOI: 10.1002/rob.4620050603
- McBeth, P.B., Louw, D.F., Rizun, P.R., Sutherland, G.R., 2004. Robotics in neurosurgery. *The American Journal of Surgery* 188 (Suppl. to October 2004), pp. 68S-75S. DOI: 10.1016/j.amjsurg.2004.08.004
- Melo, J., Bertelsen, A., Borro, D., Sánchez, E., 2012. Controlador adaptativo de admitancia para la generación de restricciones virtuales de movimiento en un asistente robótico para cirugía de fijación transpedicular. *Dyna* 87, pp. 647-654. DOI: 10.6036/DYNAIL
- Nakai, K., Kosuge, K., Hirata, Y., 2002. Control of robot in singular configurations for human-robot coordination. In: *IEEE Int. Workshop on Robot and Human Interactive Communication*. Berlin, Alemania. 2002; pp. 356-361
- Nakamura, Y., Hanafusa, H., 1986. Inverse kinematics solutions with singularity robustness for robot manipulator control. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control* 108, pp. 163-171. DOI: 10.1115/1.3143764
- Nakamura, Y., 1991. *Advanced Robotics – Redundancy and Optimization*. Addison-Wesley, Stanford, USA.
- Ortmaier, T., Weiss, H., Hagn, U., Grebenstein, M., Nickl, M., Albu-Schäffer, A., Otto, C., Jörg, S., Konietzschke, R., Le-Tien, L., Hirzinger, G., 2006 (a). A hands-on-robot for accurate placement of pedicle screws. *Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Orlando, pp. 4179-4186. DOI: 10.1109/ROBOT.2006.1642345
- Ortmaier, T., Weiss, H., Döbele, S., Schreiber, U., 2006 (b). Experiments on robot-assisted navigated drilling and milling of bones for pedicle screw placement. *The International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery* 2, pp. 350-363. DOI: 10.1002/rcs.114
- Peshkin, M., Colgate, J., Wannasupphrasit, W., Moore, C., Gillespie, R., Akella, P., 2001. Cobot architecture. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 17, pp. 377-390. DOI: 10.1109/70.954751
- Rabinowitz, R.S., Currier, B.L., 1997. Transpedicular screw fixation of the lumbar spine: review and technique. *Operative Techniques in Orthopaedics* 7, pp. 71-78. DOI: 10.1016/S1048-6666(97)80025-0
- Rubi, J., Rubio, A., Avello, A., 2002. Involving the operator in a singularity avoidance strategy for a redundant slave manipulator in a teleoperated application. In: *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Lausanna, Suiza. 2002. DOI: 10.1109/IRDS.2002.1041724
- Seraji, H., 1994. Adaptive admittance control: An approach to explicit force control in compliant motion. In: *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2705-2712. DOI: 10.1109/ROBOT.1994.350927
- Shoham, M., Burman, M., Zehavi, E., Joskowicz, L., Batkalin, E., Kunicher, Y., 2003. Bone-mounted miniature robot for surgical procedures: concept and clinical applications. *IEEE Transactions on Robotics* 19, pp. 893-901. DOI: 10.1109/TRA.2003.817075
- Sciavicco, L., Siciliano, B., 2001. *Modelling and control of robot manipulators*. Springer-Verlag, Londres, Reino Unido.
- Siciliano, B., 1990. Kinematic control of redundant robot manipulators: a tutorial. *Journal of Intelligent Robotic Systems* 3, pp. 201-212. DOI: 10.1007/BF00126069
- Tovar-Arriaga, S., Tita, R., Pedraza-Ortega, J.C., Gorrostieta, E., Kalender, W.A., 2011. Development of a robotic FD-CT-guided navigation system for needle placement – preliminary accuracy tests. *The International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery* 7, pp. 225-236. DOI: 10.1002/rcs.393
- Wampler, C.W., Leifer, L.J., 1988. Applications of damped least-squares methods to resolved-rate and resolved-acceleration control of manipulators. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 110, pp. 31-38. DOI: 10.1115/1.3152644
- Wang, J., Li, Y., Zhao, X., 2010. Inverse Kinematics and Control of a 7-DoF Redundant Manipulator Based on the Closed-Loop Algorithm. *International Journal of Advanced Robotic Systems* 7, pp. 1-9.

Wu, H., Gao, Z., Wang, J., Li, Y., Xia, P., Jiang, R., 2010. Pedicle screw placement in the thoracic spine: a randomized comparison study of computer-assisted navigation and conventional techniques. Chinese Journal of Traumatology 13, pp. 201-205. DOI: 10.3760/cma.j.issn.1008-1275.2010.04.002

Yoshikawa, T., 1984. Analysis and control of robot manipulators with redundancy. En: Robotics Research the First International Symposium: MIT Press, Ch 8, pp. 735-747

### Apéndice A. Descomposición en Valores Singulares

Se define la *Descomposición en Valores Singulares* (SVD) de la matriz Jacobiana como una factorización de la forma

$$J(q) = U_{m \times m} \begin{bmatrix} S_{m \times m} & 0_{n-m} \end{bmatrix} V_{n \times n}^T = \sum_{i=1}^r \sigma_i u_i v_i^T \quad (23)$$

donde  $U$  es una matriz ortonormal ( $m \times m$ ) y  $u_i$  se corresponde con la  $i$ -ésima columna de la matriz  $U$ , vectores singulares de entrada o de proyección en el espacio cartesiano;  $V$  es una matriz ortonormal ( $n \times n$ ) y  $v_i^T$  se corresponde con la  $i$ -ésima columna de la matriz  $V$ , que son los vectores singulares de salida o de proyección en el espacio articular;  $S$  es una matriz diagonal ( $m \times m$ ) donde las entradas distintas de cero son aquellos valores,  $\sigma_i$ , que se corresponden con cada uno de los valores singulares de  $J(q)$ , sabiendo que  $\sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_m$ . El rango de  $J(q)$  se corresponde con el valor más alto de  $r$  tal que se verifique  $\sigma_r \neq 0$ ,  $r \in \mathbb{N}$ . En caso de que  $J(q)$  sea una matriz de rango completo, se cumple que  $r = m$ .

### Apéndice B. Manipulabilidad y Número de Condición

En este apartado se definen dos índices fundamentales para el asesoramiento de la proximidad del manipulador a una configuración singular.

De acuerdo a (Yoshikawa, 1984), se define el *índice de manipulabilidad* como un valor escalar que cuantifica el conjunto de velocidades que pueden ser alcanzadas por el extremo del robot en cualquier dirección cartesiana para una configuración articular determinada. La expresión para computar la medida de la manipulabilidad ( $\psi$ ) viene dada por:

$$\psi = \sqrt{\det(J(q) J(q)^T)} = \prod_{i=1}^m \sigma_i \quad (24)$$

También es demostrable [x], que el subconjunto de velocidades cartesianas posibles,  $\dot{p} \in \mathbb{R}^m$ , conforma un elipsoide denominado *elipsoide de manipulabilidad*, cuyos ejes principales se definen como  $\{\sigma_1 u_1, \sigma_2 u_2, \dots, \sigma_m u_m\}$ .

De esta manera, el valor singular mínimo de la matriz Jacobiana,  $\sigma_m$ , tiene una significación especial dado que es una medida muy adecuada de la proximidad a una configuración singular, donde  $\sigma_m \rightarrow 0$ . Por otra parte, el sentido físico de  $\sigma_m$  es el de relacionar la velocidad del extremo final del robot con la contribución a la velocidad articular del mismo en la dirección en la que resulta más difícil moverlo, la cual viene dada por el vector de salida asociado.

Otra medida de la proximidad de la configuración articular de un manipulador a una configuración singular es el *número de condición* de la matriz Jacobiana. Dada la descomposición en valores singulares, se define como número de condición,  $\kappa$ , la magnitud escalar

$$\kappa = \frac{\sigma_1}{\sigma_m} \quad (25)$$

donde  $1 < \kappa < \infty$ , verificándose que en las proximidades de una configuración singular  $\kappa \rightarrow \infty$ , dado que  $\sigma_m \rightarrow 0$ .